

7 класс

7.1. (10 баллов) Необходимо для робототехники изготовить плоскую деталь размерами ($l \times d \times h$) $6 \times 6 \times 0,5$ см на 3D-принтере. Сколько времени будет затрачено на такую печать детали, если технические характеристики принтера следующие? Толщина нити для печати одного слоя $D = 0,2$ мм, скорость печати $v = 100$ мм/с.

Ответ: $t = 4500$ с = 75 мин.

Решение:

За одну секунду принтер заполняет объем $100 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 4$ мм³.

Нужно заполнить $6 \cdot 6 \cdot 0,5 = 18$ см³ = 18000 мм³.

Значит, будет затрачено $t = 18000/4 = 4500$ с или $4500/60 = 75$ минут.

7.2. (10 баллов) Трамвай, идущий со скоростью $v = 35$ км/ч, простоял на светофоре $t = 0,4$ минуты. С какой скоростью он должен продолжать движение, чтобы не выбиться из графика, если расстояние от светофора до ближайшей остановки $l = 0,9$ км?

Ответ: $v_2 \approx 47,25 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ или $(13,125 \frac{\text{м}}{\text{с}})$

Решение:

Если бы трамвай двигался без остановки, он прошёл бы это расстояние за время:

$$t_1 = \frac{l}{v},$$

Однако, из-за остановки на светофоре, теперь трамвай должен пройти тоже самое расстояние l за время:

$$t_2 = t_1 - t,$$

Таким образом, теперь трамвай теперь должен двигаться со скоростью:

$$v_2 = \frac{l}{t_2}.$$

Последовательно подставляя записанные выражения, получим:

$$v_2 = v \frac{l}{l - tv}.$$

Так как: $t = 0,4$ мин = $\frac{0,4}{60}$ ч $\approx 0,0066(7)$ ч, итого получаем:

$$v_2 = 35 * \frac{0,9}{0,9 - \frac{0,4}{60} * 35} \approx 47,25 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \quad (13,125 \frac{\text{м}}{\text{с}}).$$

7.3. (10 баллов) Составной брусок состоит из двух частей, отличающихся по массе в 2 раза. Плотность более лёгкой части бруска в 1,5 раза больше другой его части. Средняя плотность бруска была измерена как $\rho = 675$ кг/м³. Определите плотность обеих частей бруска.

Ответ: $\rho_2 = 650 \cdot \frac{8}{9} = 600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\rho_1 = 1,5 \cdot \rho_2 = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Решение:

Запишем формулу для нахождения средней плотности: $\rho = \frac{M}{V}$.

Если обозначить массу лёгкой части m_1 , то масса более тяжёлой части $m_2 = 2m_1$.

Общая масса бруска будет равной: $M = m_1 + 2m_1$.

Общий объём бруска складывается из объёмов лёгкой и тяжёлой части, которые могут быть выражены через соответствующие массы и плотности: $V = V_1 + V_2$, $V = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}$.

Учитывая, что $\rho_1 = 1,25\rho_2$, запишем:

$$V = \frac{m_1}{1,5\rho_2} + \frac{2m_1}{\rho_2}, \quad V = \frac{4m_1}{1,5\rho_2}.$$

Зная среднюю плотность, найдём ρ_2 : $\rho_1 = 3m_1 / \frac{4m_1}{1,5\rho_2}$, $\rho_2 = \frac{8}{9}\rho$.

Тогда ответ: $\rho_2 = 650 \cdot \frac{8}{9} = 600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\rho_1 = 1,5 \cdot \rho_2 = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

7.4. (10 баллов) В тот момент, когда локомотив, движущийся вдоль перрона, поравнялся с фонарным столбом, физкультурник побежал от этого столба вдоль локомотива, чтобы измерить его длину. Добежав до хвоста локомотива, физкультурник поставил мелом на перроне первую метку, затем побежал обратно и добежав до головы локомотива сделал на перроне вторую метку. Расстояние от первой и второй меток до столба, от которого физкультурник начал движение оказалось равным 42 шагам и 12 шагам соответственно. Определите, во сколько раз физкультурник бежит быстрее, чем едет локомотив.

Ответ: Физкультурник бежит в 8 раз быстрее, чем едет локомотив.

Решение:

Пусть l – длина локомотива, u – скорость локомотива, v – скорость физкультурника.

Рассмотрим движение физкультурника относительно локомотива, обозначив за t_1 – время, которое потребовалось физкультурнику для того чтобы добежать до хвоста локомотива, а за t_2 – время, за которое он нагнал голову локомотива

$$v + u = \frac{l}{t_1}, \quad v - u = \frac{l}{t_2}$$

С другой стороны, рассмотрим то же движение относительно столба:

$$v = \frac{x_1}{t_1}, \quad v = \frac{x_1 + x_2}{t_2}.$$

Разделим (1) на (2):

$$\frac{v+u}{v} = \frac{l}{x_1}, \quad \frac{v-u}{v} = \frac{l}{x_1+x_2},$$
$$1 + \frac{u}{v} = \frac{l}{x_1}, \quad 1 - \frac{u}{v} = \frac{l}{x_1+x_2}.$$

Выразим из левого уравнения l и подставим в правое:

$$l = x_1 \left(1 + \frac{u}{v} \right), \quad 1 - \frac{u}{v} = \frac{x_1 \left(1 + \frac{u}{v} \right)}{x_1 + x_2}$$

Из полученного уравнения выразим отношение скоростей:

$$1 - \frac{u}{v} = \frac{x_1}{x_1 + x_2} + \frac{u}{v} \frac{x_1}{x_1 + x_2} \rightarrow \frac{u}{v} = \frac{x_2}{2x_1 + x_2}$$

Тогда:

$$\frac{u}{v} = \frac{12}{2 \cdot 42 + 12} = 0,125,$$
$$v = 8 \cdot u$$