

7 КЛАСС

Максимальное количество 40 баллов

Задание 7.1 В кастрюлю, частично заполненную водой, поставили прямоугольный параллелепипед высотой $H = 18$ см. В результате уровень воды поднялся до середины цилиндра. Затем в кастрюлю опустили другой такой же параллелепипед, при этом уровень воды поднялся до высоты H . Определите высоту h уровня воды до погружения цилиндров. Вода из кастрюли не вытекает. Параллелепипеды не плавают. **(10 баллов)**

Возможное решение.

Объём воды в аквариуме не изменяется. До погружения цилиндров его можно рассчитать по формуле

$$(1) \quad V = S_0 h, \quad \text{где } S_0 - \text{площадь дна кастрюли.} \quad (2 \text{ балла})$$

Из первой ситуации следует, что объём воды можно записать так:

$$(2) \quad V = (S_0 - S_1) \frac{H}{2}, \quad \text{где } S_1 - \text{площадь параллелепипеда.} \quad (2 \text{ балла})$$

После погружения 2-го параллелепипеда:

$$(3) \quad V = (S_0 - 2S_1)H. \quad (2 \text{ балла})$$

Приравняв (2) и (3) получим соотношение площадей

$$(4) \quad S_1 = \frac{S_0}{3} \quad (2 \text{ балла})$$

Приравняв (1) и (3) или (2), и подставив (4) получим выражение для h :

$$h = \frac{H}{3} = 6 \text{ см} \quad (2 \text{ балла})$$

Задание 7.2. Сосуд представляет собой куб сводки и крышка, которого имеют одинаковую толщину, (рис. 1). Масса сосуда составляет $m = 390$ г. а длина его внешнего ребра, $a = 10$ см. Также известно, что плотность материала, из которого вырезан куб равна, $\rho = 800$ кг/м³. Определите вместимость куба. **(10 баллов)**

Возможное решение.

Пусть V - вместимость сосуда, тогда:

$$V = V_{\text{внешний}} - V_{\text{материала}} \quad 2 \text{ балла}$$

$$V_{\text{внешний}} = a^3 \quad 2 \text{ балла}$$

$$V_{\text{внутренний}} = m/\rho \quad 2 \text{ балла}$$

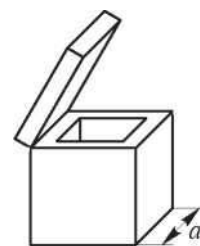


Рис. 1

$$V = a^3 \cdot \frac{m}{\rho} = (0,10 \text{ м})^3 \cdot \frac{0,390 \text{ кг}}{800 \text{ кг/м}^3} = 2 \text{ балла}$$

$$= 5,125 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 512,5 \text{ см}^3 \quad 2 \text{ балла}$$

Ответ: 512,5 см³.

Задание 7.3. Жук три минуты ползет вдоль прямой. Его средняя скорость за первую минуту движения составила 5 см/с, за первые две минуты средняя скорость оказалась 7 см/с, а за три минуты средняя скорость составила 8 см/с. Какое расстояние он прополз за третью минуту? Найти также среднюю скорость жука за две последние (вторую и третью) минуты движения. **(10 баллов)**

Возможное решение

За первую минуту жук прополз расстояние:

$$S_1 = v_1 \cdot 1 \text{ мин} = 5 \text{ см/с} \cdot 60 \text{ с} = 300 \text{ см.} \quad 1 \text{ балл}$$

Найдем расстояние S_3 , которое прополз жук за все время движения, и расстояние S_2 , которое он прополз за первые две минуты:

$$S_3 = v_3 \cdot 3 \text{ мин} = 1440 \text{ см,} \quad 1 \text{ балл}$$

$$S_2 = v_2 \cdot 2 \text{ мин} = 840 \text{ см.} \quad 1 \text{ балл}$$

Теперь найдем расстояние L_3 , которое жук прополз за третью минуту:

$$L_3 = S_3 - S_2 = v_3 \cdot 3 \text{ мин} - v_2 \cdot 2 \text{ мин} = 600 \text{ см.} \quad 2 \text{ балла}$$

Найдем среднюю скорость жука за две последние (вторую и третью) минуты движения, для чего найдем расстояние L_{23} , которое жук прополз за эти две минуты:

$$L_{23} = S_3 - S_1 = v_3 \cdot 3 \text{ мин} - v_1 \cdot 1 \text{ мин} = 1140 \text{ см.} \quad 3 \text{ балла}$$

Поэтому средняя скорость жука за вторую и третью минуты равна

$$V_{23} = L_{23} / 2 \text{ мин} = 9,5 \text{ см/с.} \quad 2 \text{ балла}$$

Задание 7.4. Однажды зоолог Бот фотографировал червячка. Но так получилось, что на двух снимках, сделанных с интервалом 20 с, червячок попал в кадр лишь частично. Определите длину L червячка, если за 1,5 минуты он уполз на 60 см. 1 дюйм равен 2,54 см. **(10 баллов)**

Возможное решение.

Цена деления линейки 0,25 дюйма. Значит координата головы червяка на 1 рисунке $x_{т0} = 23,5$ дюйма $\approx 59,7$ см. **(1 балла)**

Если за 1,5 минуты червяк уполз на 60 см, то за время между кадрами он сместился на 20 см.

(2 балла)

Новая координата головы червячка $x_{г1} = x_{г0} - 20 \text{ см} = 39,7 \text{ см}$.

(2 балла)

Координата хвоста в это время $x_{х1} = 20,25 \text{ дюйма} \approx 51,4 \text{ см}$.

(1 балла)

Длина червячка $L = x_{х1} - x_{г1} = 11,7 \text{ см}$. (4,6 дюйма)

(2 балла)

Так как задача подразумевает значительное число округлений, численный ответ следует оценивать через попадания в ворота:

1) $L \in [11,5 .. 12,0] \text{ см}$ или $L \in [4,53 .. 4,72] \text{ дюйма}$ - **2 балла**

2) **Если** $L \in [11,0 .. 12,5] \text{ см}$ или $L \in [4,33 .. 4,92] \text{ дюйма}$, **то** - **1 балл**.