

7 КЛАСС

Задача 7.1. Соня придумала систему единиц физических величин, в которой расстояние измеряется в единицах ее роста, а время определяется как возраст Сони на момент измерения. Сегодня у Сони день рождения и ей исполнилось 13 лет, на данный момент Соня имеет рост 150 см. Какую скорость будет иметь муравей в системе Сони, если он ползет со скоростью 2 см/с. Будет ли изменяться со временем скорость муравья в системе Сони, если будет, то как (увеличиваться или уменьшаться)? Поясните, удобно ли пользоваться системой измерения Сони?

Возможное решение

Переведем единицы измерения системы Сони в СИ:

$$[t_{\text{Соня}}] = 13 \text{ лет} \cdot 365 \text{ дней} \cdot 24 \text{ часа} \cdot 3600 \text{ с} = 409968000 \text{ с} \quad (1)$$

$$[S_{\text{Соня}}] = 150 \text{ см} = 1,5 \text{ м} \quad (2)$$

Скорость можно определить как расстояние, выраженное в единицах измерения длины, которое проходит равномерно движущееся тело за промежуток времени, равный единице измерения времени. Скорость муравья в СИ численно равна:

$$v_{\text{СИ}} = \frac{\text{расстояние}}{\text{время}} = \frac{20 \text{ см}}{1 \text{ с}} = 0,02 \text{ м/с} \quad (3)$$

Тогда скорость муравья в системе Сони будет равна:

$$v_{\text{Соня}} = v_{\text{СИ}} \frac{\text{возраст}}{\text{рост}} \quad (4)$$

$$v_{\text{Соня}} = v_{\text{СИ}} \frac{\text{возраст}}{\text{рост}} = 0,02 \text{ м/с} \cdot \frac{409968000 \text{ с}}{1,5 \text{ м}} = 5466240 \quad (5)$$

Если учесть в расчете четыре високосных года (по 366 дней) – 2008, 2012, 2016 и 2020 то:

$$\text{возраст } [t_{\text{Сони}}] = (9 \cdot 365 + 4 \cdot 366) \text{ лет} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} = 410313600 \text{ с}$$

$$v_{\text{Соня}} = v_{\text{СИ}} \frac{\text{возраст}}{\text{рост}} = 0,02 \text{ м/с} \cdot \frac{410313600 \text{ с}}{1,5 \text{ м}} = 5470848 \quad (6)$$

Ответ: 5470848

Видно, что усложнение расчета в данном случае не приводит к существенному изменению результата (результаты отличаются на 0,08%).

Для ответа на второй вопрос проанализируем соотношение (4) для скорости муравья в двух системах измерения. Эта скорость с увеличением возраста Сони возрастает, поскольку за 1 год ее единица измерения времени увеличится на 86400 с, а рост не более чем на 0,5 м. В дальнейшем рост увеличиваться не будет, а возраст будет расти. Такой системой измерения пользоваться неудобно, т.к. единицы измерения шкалы меняются.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Найдена единица длины в системе Сони (1)
	Найдена единица времени в системе Сони (2)
	Выражена скорость муравья в СИ (3)
	Найдена связь скорости муравья в СИ и системе Сони (4)
	Найдено численное значение скорости муравья в системе Сони (5) или (6)
	Проанализировано как будет изменяться скорость муравья в системе Сони и сделан вывод об удобстве такой системы.

Задача 7.2. Кот Леопольд каждое утро бежит на речку умыться. Он берет с собой сухое полотенце площадью 1500 см^2 и весом 150 грамм. Мокрое насквозь полотенце весит 500 грамм, при этом с него начинает капать вода. Однажды, когда Леопольд умывался, пошел сильный дождь. Кот, спасаясь от дождя, растянул сухое полотенце над головой. Когда дождь закончился, уровень воды в стоящем рядом бассейне повысился на 1,5 мм. Промок ли Леопольд? Известно, что 1 см^3 воды имеет массу 1 г. Обоснуйте свой ответ.

Возможное решение

Найдем максимальную массу воды, которую впитывает насквозь мокрое полотенце:

$$m = 450 \text{ г} - 150 \text{ г} = 300 \text{ г} \quad (1).$$

Это соответствует объему воды в:

$$V = 300 \text{ см}^3 \quad (2).$$

Разделив этот объем на площадь полотенца, получим тот максимальный уровень осадков, который выдерживает полотенце, перед тем как с него потечет вода:

$$h = \frac{300 \text{ см}^3}{1500 \text{ см}^2} = 0,2 \text{ см} = 2 \text{ мм} \quad (3).$$

Количество выпавших осадков (1,5 мм) везде одинаково: и в бассейне и на полотенце. Заметим, что $2 \text{ мм} > 1,5 \text{ мм}$, так что Кот Леопольд останется сухим во время дождя.

Ответ: Кот Леопольд останется сухим во время дождя.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Найдена максимальная масса воды, которую впитывает насквозь мокрое полотенце (1)
	Найден соответствующий объем воды (2)
	Найден максимальный уровень осадков, который выдерживает полотенце, перед тем как с него потечет вода (3)

	Сделан вывод о том, что количество выпавших осадков (1,5 мм) везде одинаково.
	Сделан вывод, что Кот Леопольд останется сухим во время дождя

Задача 7.3. Проезжая мост, сидящий в электричке до Простоквашино, Дядя Федор обратил внимание на то, что мост «проехал» мимо него за 20 с. При этом электричка, двигаясь по мосту равномерно, прошла мост за 70 с. Во сколько раз длина электрички больше длины моста?

Возможное решение

Пусть электричка движется со скоростью v , время движения Дяди Федора - $t_1 = 20$ с, время, которое прошло от момента въезда на мост локомотива до момента съезда с моста последнего вагона электрички - $t_2 = 70$ с. Тогда длину моста можно вычислить по формуле:

$$L_{\text{моста}} = v \cdot t_1 = v \cdot 20 \quad (1)$$

За время, которое прошло от момента въезда на мост локомотива до момента съезда с моста последнего вагона электрички, «голова» электрички прошла расстояние:

$$L_{\text{моста}} + L_{\text{эл}} = v \cdot t_2 = v \cdot 70 \quad (2)$$

Подставляя выражение (1) в (2), получим:

$$v \cdot t_1 + L_{\text{эл}} = v \cdot t_2 \quad (3)$$

$$L_{\text{эл}} = v \cdot t_2 - v \cdot t_1 = v \cdot 70 - v \cdot 20 = v \cdot 50 \quad (4)$$

Найдем отношение:

$$\frac{L_{\text{эл}}}{L_{\text{моста}}} = \frac{v \cdot 50}{v \cdot 20} = 2,5 \quad (5)$$

Ответ: в 2,5 раза длина электрички больше длины моста.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Найдено выражение для нахождения длины моста (1)
	Понято, что время, которое прошло от момента въезда на мост локомотива до момента съезда с моста последнего вагона электрички и есть t_2
	Найдено выражение для нахождения расстояния, которое прошла электричка это время, которое прошло от момента въезда на мост локомотива до момента съезда с моста последнего вагона электрички (2)
	Сделаны правильно преобразования (3) – (5) и получен правильный ответ

Задача 7.4. Два спортсмена по команде тренера начинают бежать с линии старта по прямой дорожке в одном направлении. В определённые моменты времени они по свистку меняют

свою скорость. Графики зависимости скорости каждого спортсмена указаны на рис. 1. Через какое время после старта они снова поравняются?

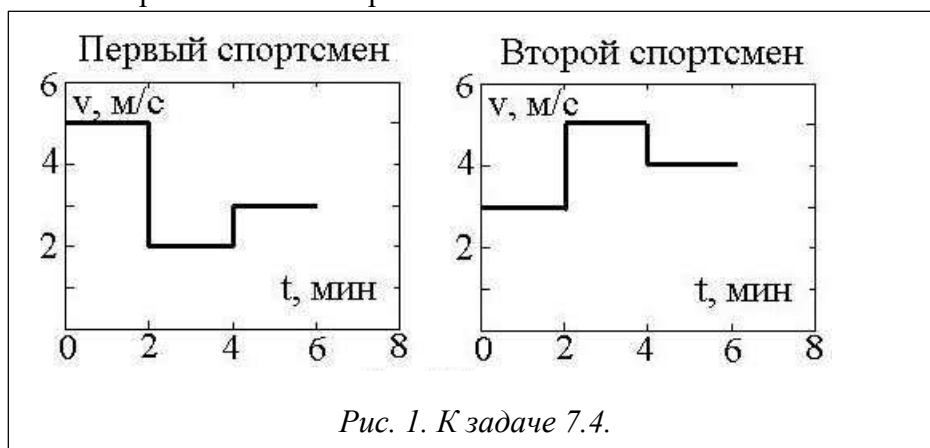


Рис. 1. К задаче 7.4.

Возможное решение

Так как движение на каждом из участков равномерное и прямолинейное (по условию), то зависимость координаты от времени – линейная. Построим эту зависимость (см. рис.2). Очевидно, что спортсмены поравняются тогда, когда эти ломаные пересекутся (разумеется, после точки (0, 0)). По графику нетрудно увидеть, что в этой точке время равно 200 с.

Примечание. Задачу можно решить аналитически. За правильное решение – 10 баллов.

Ответ: спортсмены поравняются через 200 сек.

Критерии оценивания

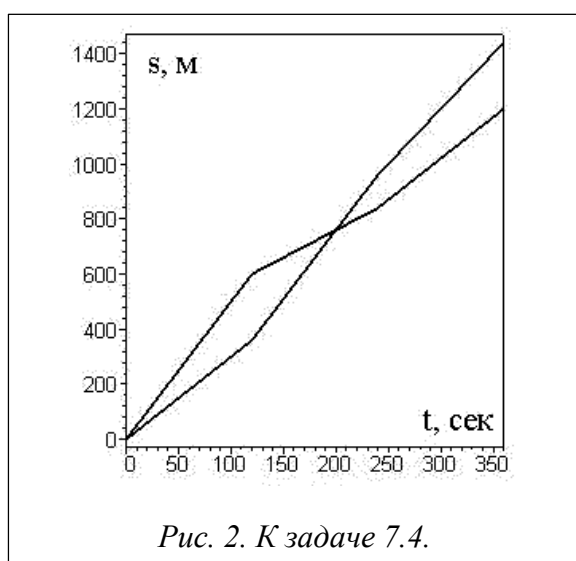


Рис. 2. К задаче 7.4.

Баллы	Содержание решения
	Сформулировано условие того, что спортсмены поравняются
	Построены графики зависимости координаты от времени для каждого спортсмена
	Найдено время после старта, когда спортсмены снова поравняются