

8 класс

Задача 1. Необходимо изготовить из свинца кубик со стороной 5 см. Данный куб решили отлить в форму. Какие размеры должны быть у формы? Известно, что плотность свинца при комнатной температуре 11340 кг/м^3 , а при температуре плавления ($327,7 \text{ }^\circ\text{C}$) – 10686 кг/м^3 .

Возможное решение

Будем решать задачу в системе СИ : $a = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$.

Найдем объем кубика $V = a^3$, $V = 125 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$.

Вычислим массу кубика при комнатной температуре: $125 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 \cdot 11340 \text{ кг/м}^3 = 1,4175 \text{ кг}$

Рассчитаем какой объем занимает эта масса свинца при температуре плавления:

$$V_{\phi} = 1,4175 \text{ кг} / (10686 \text{ кг/м}^3) = 132,65 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Так как при остывании все размеры будут меняться линейно, то форма так же должна быть в форме куба. Вычислим сторону куба в форме $a_{\phi} = \sqrt[3]{V_{\phi}}$, $a_{\phi} = 0,051 \text{ м} = 5,1 \text{ см}$

Критерии оценивания

Все данные представлены в одной системе измерения (например в СИ)	1 балла
Найден объем кубика при комнатной температуре	2 балла
Рассчитана масса кубика при комнатной температуре	2 балла
Вычислен объем кубика при температуре плавления свинца	2 балла
Сделан вывод, что форма должна быть в виде куба	1 балла
Вычислена сторона куба (5,1 см)	2 балла

Максимум за задачу – 10 баллов.

Задача 2. Трое туристов, обладающих одним велосипедом, должны вместе прибыть на базу. Так как на велосипеде могут ехать только двое, то третьему туристу сначала приходится идти пешком. Велосипедист довозит второго туриста до некоторой точки маршрута, откуда тот продолжает движение пешком и возвращается за третьим. Найти среднюю скорость туристов, если скорость пешехода $v_1=4 \text{ км/ч}$, скорость одного велосипедиста $v_2=20 \text{ км/ч}$, скорость велосипедиста с пассажиром $v_3=16 \text{ км/ч}$. Считать, что никто из туристов в дороге нигде не останавливался для отдыха.

Возможное решение

Запишем формулу для расчета средней скорости: $v_{\text{ср}} = S/t$, где S – весь пройденный путь, t – все время движения.

Составим систему уравнений перемещений для каждого участника движения:

$$S = v_1 t_{11} + v_3 t_{12}$$

$$S = v_3 t_{21} + v_1 t_{22}$$

$$S = v_3 t_{31} - v_2 t_{32} + v_3 t_{33}$$

где t_{11} – время движения пешком туриста, который начал путешествие пешим ходом; t_{12} – время путешествия того же туриста на велосипеде; t_{21} – время движения на велосипеде туриста, который начал путешествие с велосипедистом, t_{22} – время путешествия того же туриста пешком; t_{31} – время движения велосипедиста со вторым туристом; t_{32} – время путешествия велосипедиста от момента высадки второго туриста, до момента встречи с туристом начавшим путешествие пешком; t_{33} – время движения велосипедиста после встречи с пешим туристом.

Из условий задачи так же можно записать:

$$t = t_{11} + t_{12}$$

$$t = t_{21} + t_{22}$$

$$t = t_{31} + t_{32} + t_{33}$$

Решив систему рассмотренных уравнений, получим:

$$v_{cp} = (v_1 v_2 + 2 v_1 v_3 + v_3 v_2) / (v_1 + 2 v_2 + v_3)$$

Подстановка числовых значений скоростей позволяет найти v_{cp} : $v_{cp} = 8,8$ км/ч

Критерии оценивания

Записана формула средней скорости	2 балла
Составлена систему уравнений перемещений для каждого участника движения	2 балла
Составлена систему уравнений времени для каждого участника движения	2 балла
Получена формула средней скорости ($v_{cp} = (v_1 v_2 + 2 v_1 v_3 + v_3 v_2) / (v_1 + 2 v_2 + v_3)$)	2 балла
Рассчитана средняя скорость туристов ($v_{cp} = 8,8$ км/ч)	2 балла

Максимум за задачу – 10 баллов.

Задача 3. Автомобиль с двигателем мощностью 100 л.с. (1 л.с. = 735 Вт) проехал 600 км. Известно, что он всю дорогу ехал, используя двигатель на половину мощности, при этом его скорость составляла 120 км/ч. Найдите КПД автомобиля, если расход топлива при данном режиме работы двигателя 8 л/100 км. Плотность бензина 750 кг/м³, его удельная теплота сгорания 44 МДж/кг.

Возможное решение

Запишем формулу для расчета КПД: $\eta = A_{п} / Q_{з}$, где $A_{п}$ – полезная работа, $Q_{з}$ – затраченное количество теплоты. $A_{п} = 0,5 N * t$, $N = 100 \text{ л.с.} * 735 \text{ Вт/(л.с.)} = 73500 \text{ Вт}$

$t = 600 \text{ км} / (120 \text{ км/ч}) = 5 \text{ ч} = 18000 \text{ с}$. Таким образом, $A_{п} = 0,5 * 73500 \text{ Вт} * 18000 \text{ с} = 664,5 \text{ МДж}$

Найдем $Q_{з}$: $Q_{з} = q * m$. Массу сгоревшего топлива можно найти через плотность бензина и расход автомобиля на 100 км: $600 \text{ км} * 8 \text{ л/100 км} * 0,750 \text{ кг/л} = 36 \text{ кг}$.

Значит $Q_{з} = 44 \text{ МДж/кг} * 36 \text{ кг} = 1584 \text{ МДж}$.

Следовательно $\eta = 664,5 \text{ МДж} / (1584 \text{ МДж}) \approx 0,42$ или 42 %

Критерии оценивания

Записана формула для расчета КПД ($\eta = A_{п} / Q_{з}$)	1 балл
Записана формула для расчета полезной работы ($A_{п} = 0,5 N * t$)	1 балл
Записана мощность в системе СИ ($N = 73500 \text{ Вт}$)	1 балл
Рассчитано время движения автомобиля ($t = 18000 \text{ с}$)	1 балл
Рассчитана полезная совершенная работа ($A_{п} = 664,5 \text{ МДж}$)	1 балл
Записана формула для расчета затраченного количества теплоты ($Q_{з} = q * m$)	1 балл
Рассчитана масса потраченного топлива	2 балла
Рассчитан КПД (0,42 или 42%)	2 балла

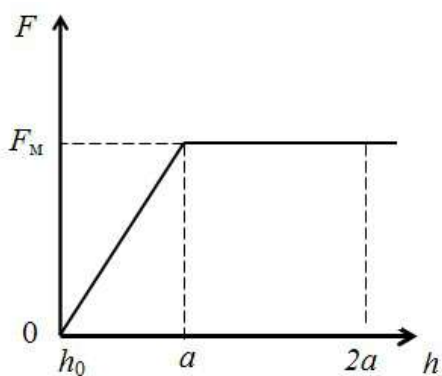
Максимум за задачу – 10 баллов

Задача 4. Рассчитайте работу, которую нужно совершить, чтобы погрузить на дно водоема плавающий на его поверхности деревянный куб. Стороны куба $a = 1$ м, глубина водоема $h = 2$ м. Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность дерева $\rho_{т} = 800 \text{ кг/м}^3$.

Возможное решение

Построим график зависимости силы прилагаемой к кубу, необходимой для его погружения, от глубины погружения тела. В начальный момент времени куб плавает, и уже погружен в воду на

некоторую глубину h_0 . Найдем ее из условия плавания тел: $mg = \rho gV$ или $\rho_T gV_T = \rho gV$. Таким образом $\rho_T gV_T = \rho gSh_0$, где S – площадь основания куба равная a^2 , следовательно $h_0 = a\rho_T/\rho$. Для дальнейшего погружения тела необходимо прикладывать силу. При этом в интервале глубин от h_0 до a эту силу необходимо линейно увеличивать, так как с глубиной линейно растет сила Архимеда, выталкивающая куб из воды. Далее прикладываемая сила принимает постоянное значение, так как объем погруженной в жидкость части тела перестанет увеличиваться. Максимальную силу, которую необходимо прикладывать для погружения, можно рассчитать по формуле: $F_M = \rho gV_T - mg = (\rho - \rho_T)gV_T$. Таким образом, график зависимости силы прикладываемой к кубу, необходимой для его погружения, от глубины погружения тела примет вид:



На участке от a до $2a$ Работа может быть вычислена по формуле $A_2 = F_M a$, так как сила постоянна и направлена параллельно перемещению тела. Из рисунка так же видно, что работа есть площадь под графиком в координатах сила от перемещения. Таким образом, работа на участке, где сила не постоянная величина, так же может быть найдена как площадь прямоугольного треугольника с катетами F_M и $(a - h_0)$: $A_1 = 0,5 F_M \cdot (a - h_0)$.

Получим конечную формулу для расчета работы:
 $A = (0,5 \cdot (1 - \rho_T/\rho) + 1) a(\rho - \rho_T)gV_T$. Вычислим A : $A = 2200$ Дж.

Критерии оценивания

Записано условие плавания тел, найдено h_0 ($h_0 = a\rho_T/\rho$)	2 балла
Сделаны выводы о силе, заставляющей тело всплывать, указано, что это сила изменяется с глубиной погружения,	2 балла
Записана формула для вычисления работы на участке с постоянной выталкивающей силой ($A_2 = (\rho - \rho_T)gV_T a$)	1 балл
Определено значение работы на участке с постоянной выталкивающей силой (2000 Дж)	1 балла
Предложена методика расчета работы на участке с меняющейся выталкивающей силой, указана формула для расчета ($A_1 = 0,5 \cdot (\rho - \rho_T)gV_T (a - h_0)$.)	2
Вычислена работа на участке с меняющейся выталкивающей силой (200 Дж)	1
Вычислена полная работа по погружению тела на дно водоема	1

Максимум за задачу – 10 баллов.