Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.
В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
4-5	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
2-3	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
0-1	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Максимальный балл за всю работу – 40.

Задача 1. Сообщающиеся сосуды

В трех одинаковых сообщающихся сосудах находится ртуть. В левый сосуд налили слой воды высотой 180 мм, а в правый – высотой 228 мм. На какую величину сместится уровень ртути в среднем сосуде, если известно, что ртуть из левого и правого сосудов не вытесняется водой полностью?

Плотность ртути 13600 кг/м^3, плотность воды 1000 кг/м^3.

Решение. Пусть h_0 — высота начального уровня ртути в сосудах. После того как нальют воду, уровень ртути в левом сосуде опустится на Δh_1, в правом — опустится на Δh_3, а в среднем — повысится на $\Delta h_1 + \Delta h_3$. Жидкости будут находиться в равновесии при равенстве давлений ртути на уровне трубки, соединяющей сосуды: $\rho_в h_1 g + \rho(h_0 - \Delta h_1)g = \rho(h_0 + \Delta h_1 + \Delta h_3)g$, $\rho(h_0 + \Delta h_1 + \Delta h_3)g = \rho_в h_3 g + \rho(h_0 - \Delta h_3)g$. Из этих равенств, следует, что $\rho_в h_1 = \rho(2\Delta h_1 + \Delta h_3)$, $\rho_в h_3 = \rho(\Delta h_1 + 2\Delta h_3)$, или $\rho_в(h_1 + h_3) = 3\rho(\Delta h_1 + \Delta h_3)$. Учитывая, что $\Delta h_1 + \Delta h_3 = h_2$, получаем:

$$h_2 = \frac{\rho_в}{3\rho}(h_1 + h_3) = 10 \text{ мм}.$$

Ответ. $h_2 = 10$ мм.

Задача 2. Лед в калориметре

В калориметре находится 400 г воды при температуре 5^0С. К ней долили еще 200г воды при температуре 10^0С и положили 400 г льда при температуре -60^0С. Какая масса льда оказалась в калориметре после установления теплового равновесия?

Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг*^{0}С), Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг*^{0}С), удельная теплота плавления льда 330000 Дж/кг. Теплоемкостью калориметра пренебречь.

Решение. Решение задач такого типа необходимо начинать с числовых оценок количеств теплоты, которыми обмениваются различные компоненты системы при установлении теплового равновесия. Определим вначале количество теплоты, которое может отдать вода при остывании до температуры плавления льда (0 °С): $Q_1 = m_1 c_в t_1 + m_2 c_в t_2 = 16{,}8$ кДж. Количество теплоты, требующееся для нагревания льда до температуры плавления, равно $Q_2 = m_3 c_л |t_3| = 50{,}4$ кДж. Сравнивая эти величины, видим, что теплоты, отдаваемой водой при остывании, недостаточно для нагревания льда до 0 °С. В то же время количество теплоты, которое может отдать вся вода при замерзании, $Q_3 = (m_1 + m_2)\lambda = 198$ кДж явно превышает количество теплоты, требующееся для нагревания льда до температуры плавления. Следовательно, при установлении теплового равновесия в калориметре вода остынет до 0 °С, часть ее замерзнет, и весь лед будет иметь температуру плавления. Обозначив через m_x массу замерзшей воды, запишем уравнение теплового баланса: $m_x\lambda = Q_2 - Q_1$, откуда $m_x = \dfrac{Q_2 - Q_1}{\lambda} \approx 102$ г. Таким образом, после установления теплового равновесия в калориметре образуется смесь воды и льда при нулевой температуре, причем масса льда $m \approx 502$ г.

Ответ. $m \approx 502$ г.

Критерии оценивания

Проведена оценка количеств теплоты, которым обмениваются вещества при установлении теплового равновессия	3
Записаны формулы для расчета количеств теплоты	3
Записано уравнение теплового балланса	2
Получен правильный числовой ответ	2

Задача 3. Велосипед

Трое туристов решили перейти из пункта А в пункт Б, расстояние между которыми 22 км. В их распоряжении есть один велосипед, на котором одновременно могут ехать не больше двух человек. Скорость движения пешком 5 км/ч, а на велосипеде 20 км/ч, если едет 1 человек и 15 км/ч, если едут два человека. Как должны поступить туристы, чтобы за минимальное время добраться до пункта Б. Найдите это время.

Решение.

Время путешествия будет минимальным, если все туристы одновременно прибудут в пункт назначения, а велосипед все время будет задействован: в сторону от А к Б на нем будут ехать двое, а от Б к А – один.

Пусть два туриста на велосипеде проехали расстояние x. На это им потребовалось время $t_2 = x / \upsilon_2$. Затем один из них до пункта $Б$ шёл пешком (и прошёл расстояние $L - x$ за некоторое время t_0), а другой – поехал обратно навстречу своему товарищу, который из $А$ шёл пешком. Пусть на обратную дорогу он потратил время τ. Если они встретятся от пункта $А$ на расстоянии $y = L - x$, то далее проедут на велосипеде расстояние x и прибудут в пункт $Б$ одновременно со спешившимся туристом!

Запишем эти условия на языке формул.

$$\upsilon_0\left(t_2 + \tau\right) = L - x. \qquad (1)$$

За время t_2 пеший турист прошёл расстояние $x_1 = \upsilon_0 t_2 = x\dfrac{\upsilon_0}{\upsilon_2}$. Следовательно, велосипедист проедет обратно, до встречи со своим товарищем, расстояние $l = x - x_1$ за время

$$\tau = \frac{x - x_1}{\upsilon_0 + \upsilon_1} = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_0}{\upsilon_2}\frac{x}{\upsilon_0 + \upsilon_1}$$

Подставим в формулу (1) времена t_2 и τ.

$$\upsilon_0\left(\frac{x}{\upsilon_2} + \frac{\upsilon_2 - \upsilon_0}{\upsilon_2}\frac{x}{\upsilon_0 + \upsilon_1}\right) = L - x.$$

Разрешив это уравнение относительно x и подставив числовые значения скоростей и расстояния L, получим: $x = 15$ км.

Теперь найдём время $t_2 = \dfrac{x}{\upsilon_2} = 1$ час. Расстояние $L - x = 7$ км. Откуда $t_0 = \dfrac{L - x}{\upsilon_0} = 1,4$ часа.

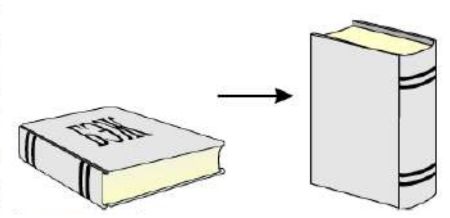
Таким образом, всё время путешествия $T = t_2 + t_0 = 2,4$ часа.

Примерные критерии оценивания

Предложена идея нахождения минимума времени путешествия................................ 3 балла
Конкретизация этой идеи ($y = L - x$) .... 1 балл
За формулу (1) или её аналога.. 1 балл
Найдено время τ перемещения велосипедиста в направлении от $Б$ к $А$......................... 1 балл
Решена система уравнений и найдено расстояние x .... 3 балла
Найдено время T всего путешествия .... 1 балл

Задача 4. Библиотекарь

В конце рабочего дня библиотекарь все книги, лежащие на столе, поставил вертикально, «корешок к корешку», прислонив их к стене, совершив работу в 60 Дж. Сколько книг он поставил вертикально, если известно, что все книги одинаковы, массы каждой из них 2 кг, высота a = 30 см, ширина b = 20 см, толщина c = 6 см.



Решение:
Книги после чтения лежали на столе, т.е. их центр тяжести находился на высоте c/2 над уровнем стола. Когда книги были поставлены к стене, их центр тяжести стал находиться на высоте a/2 над уровнем стола. Таким образом, работа, которую совершил библиотекарь, равна

$A = Mg\dfrac{a-c}{2}\cdot N$, где N – число книг. Отсюда находим $N = \dfrac{2A}{Mg(a-c)} = \dfrac{2\cdot 60}{2\cdot 10\cdot(0{,}3-0{,}06)} = 25$.

Ответ: 25 книг.

Критерии оценивания

Правильно определен центр тяжести книг до и после установки	3
Записана формула для расчета совершенной работы	4
Получен правильный числовой ответ	3