Возможные решения задач

8 класс

1-й вариант

Задача 1. Проблемное взаимодействие

Пусть времена, которое ожидания в очереди сверху и снизу равны $T_{\text{низ}}$ и $T_{\text{верх}}$ соответственно. По условию скорости подъёма и спуска равны, значит равно и время, которое на них требуется. Обозначим это время за T_0. После первой встречи Петя, за время ${}^2/_3T_0$ добрался до вершины, прождал в очереди время $T_{\text{верх}}$, а затем проехал до середины пути, на что ушло время ${}^1/_2T_0$. Вася же, спустился к подножию за время ${}^1/_3T_0$, подождал время $T_{\text{низ}}$ и поднялся до середины ${}^1/_2T_0$. Мальчики встретились посередине, поэтому

$$\frac{2}{3}T_0 + T_{\text{верх}} + \frac{1}{2}T_0 = \frac{1}{3}T_0 + T_{\text{низ}} + \frac{1}{2}T_0, \tag{1}$$

откуда

$$T_{\text{низ}} - T_{\text{верх}} = \frac{1}{3}T_0. \tag{2}$$

Обозначим за x

$$\frac{1}{2}T_0 + T_{\text{низ}} + xT_0 = \frac{1}{2}T_0 + T_{\text{верх}} + (1-x)T_0 \tag{3}$$

тогда

$$(1-2x)T_0 = T_{\text{низ}} - T_{\text{верх}} = \frac{1}{3}T_0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}, \tag{4}$$

то есть третья встреча произойдёт там же где первая.

Ответ: третья встреча произойдёт там же, где и первая.

№	Критерий	Баллы
1	Записано условие встречи (1) или эквивалентное.	4
2	Записано условие встречи (4) или эквивалентное.	4
3	Ответ	2
Сумма		10

Комментарий: если условия встречи (1), (4) сформулированы в текстовом виде, то баллы за соответствующие пункты тоже ставятся.

Задача 2. Гантель

Заметим, что плотность цилиндра больше плотности воды, а плотность шайбы меньше. Значит, чтобы горизонтальное положение гантели было бы положением равновесия, надо привязать верёвку правее центра масс цилиндра. Обозначим расстояние от правой границы цилиндра до точки крепления за x. Тогда правило рычага относительно точки крепления имеет вид

$$\pi d R^2(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{в}})g \cdot \left(\ell - x + \frac{d}{2}\right) + \pi \ell r^2(\rho_{\text{ц}} - \rho_{\text{в}})g \cdot \left(\frac{\ell}{2} - x\right) = 0 \tag{5}$$

откуда

$$x = \frac{dR^2(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{в}}) \cdot \left(\ell + \frac{d}{2}\right) + \ell r^2(\rho_{\text{ц}} - \rho_{\text{в}}) \cdot \frac{\ell}{2}}{dR^2(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{в}}) + \ell r^2(\rho_{\text{ц}} - \rho_{\text{в}})} \tag{6}$$

подставляя числа получим, что

$$x = \frac{-200\ \text{см}^3 \cdot 0{,}2\ \text{г/см}^3 \cdot 16\ \text{см} + 375\ \text{см}^3 \cdot 1\ \text{г/см}^3 \cdot 7{,}5\ \text{см}}{-200\ \text{см}^3 \cdot 0{,}2\ \text{г/см}^3 + 375 \cdot\ \text{см}^3 \cdot 1\ \text{г/см}^3} \approx 6{,}5\ \text{см} \tag{7}$$

Ответ: гантель надо закрепить на расстоянии 6,5 см от правого края.

№	Критерий	Баллы
1	Записано выражение для силы Архимеда (любая формула вида $F = \rho g V$).	1
2	Правильно найдены силы, которые действуют на цилиндр	1
3	Правильно найдены силы, которые действуют на шайбу	1
4	Записано правило рычага для системы относительно точки крепления или система из двух уравнения статики, которые содержат силу натяжения нити (по 2 балла за каждое).	4
5	Ответ 6,5 см	3
Сумма		10

Задача 3. Разрез

По условию за единицу времени через единицу поверхности пропорционально разности температур. Это значит что если площадь поверхности тела равна S за малое время Δt количество потерянного тепла равно

$$\Delta Q = \Delta t \cdot \kappa S(T - T_{\text{воздуха}}), \tag{8}$$

где T — температура тела (если время мало, можно пренебречь её изменением), $T_{\text{воздуха}}$ — температура воздуха в комнате, а κ — некоторый постоянный коэффициент. Чтобы понять как при этом изменилась температура, воспользуемся тем, что

$$\Delta Q = cm\Delta T, \tag{9}$$

где c — удельная теплоёмкость, а m масса тела. Значит изменение температуры за малое время δt равно

$$\Delta T = \frac{S}{m}\Delta t \cdot \frac{\kappa}{c}(T - T_{\text{воздуха}}). \tag{10}$$

Получается что скорость, с которой остывает тело пропорциональна отношению площади поверхности, через которую уходит тепло, к массе. Будем обозначать его $k = {}^{S}/_{m}$).

Пусть $S_{\text{осн}}$ — площадь основания конуса, а $S_{\text{бок}}$ — площадь его боковой поверхности. Если конус стоит на поверхности, то тепло уходит только через боковую поверхность, а если его подвесить, то и через основание тоже. То есть

$$\frac{S_{\text{бок}}}{m} \cdot 10 \text{ с} = \frac{S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}}{m} \cdot 9 \text{ с} \Rightarrow \frac{S_{\text{осн}}}{S_{\text{бок}}} = \frac{1}{9} \tag{11}$$

Левая половинка представляет из себя такой же по форме конус. Из соображений размерности объём конуса равен $V = \alpha h^3$, а площадь боковой поверхности $S\text{бок} = \beta h^2$ где α и β — некоторые безразмерный коэффициенты. Высота маленького конуса в два раза меньше, значит его масса меньше в восемь раз, а объём в четыре. Тогда отношение площади поверхности через которую выходит тепло к массе равно

$$k_1 = \frac{\frac{1}{4}S_{\text{бок}}}{\frac{1}{8}m} = 2\frac{S_{\text{бок}}}{m} \tag{12}$$

то есть половинка конуса остывает в два раза быстрее, чем целый, поэтому она остынет на 1 °C за 5 с.

Теперь посмотрим на правую половинку. Теплообмен происходит через боковую поверхность и поверхность основания. Причём площадь боковой поверхности правой половинки в сумме с площадью боковой поверхности левой равна $S_{\text{бок}}$, значит площадь боковой поверхности правой равна $\frac{3}{4}S_{\text{бок}}$. Из таких же соображений, её масса равна $\frac{7}{8}m$. Площадь основания равна $\frac{1}{4}S_{\text{осн}}$. Значит

$$k_2 = \frac{\frac{3}{4}S_{\text{бок}} + \frac{1}{4}S_{\text{осн}}}{\frac{7}{8}m} \tag{13}$$

что с учётом (11) превращается в

$$k_2 = \frac{8}{7}\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{9}\right)\frac{S_{\text{бок}}}{m} = \frac{8}{9}\frac{S_{\text{бок}}}{m}, \tag{14}$$

значит вторая половинка остынет на 1 °C за $\frac{9}{8} \cdot 10 \text{ с} = 11{,}3$

Ответ: левая половинка остынет за 5 с, а правая за 11,3 с.

№	Критерий	Баллы
1	Уравнение (8).	1
2	Уравнение (8).	1
3	Указано, или явно используется, что при изменении размера тела в d раз, его объём изменяется в d^3 раз.	1

4	Указано, или явно используется, что при изменении размера тела в d раз, площадь поверхности изменяется в d^2 раз.	1
5	Указано, или явно используется, что скорость остывания тела пропорциональна отношению площади его поверхности к массе.	2
6	Ответ для левой половинки 5	1
7	Ответ для правой половинки $11{,}3$ с	3
Сумма		10

Задача 4. Поршни

На квадратный поршень площади S со стороны воды действует сила равная $F_{\text{в}} = pS$, где p — давление на уровне центра поршня. Чтобы поршень находился в равновесии надо удерживать его с такой же силой. Пусть F_L и F_R — силы, с которыми давят на поршни, тогда

$$F_L = p_L S_L, \quad F_R = p_R S_R \tag{15}$$

с другой стороны разность давлений равна

$$p_R - p_L = \rho g h, \tag{16}$$

а значит

$$\frac{F_L}{S_L} = \frac{F_R}{S_R} + \rho g \Delta h. \tag{17}$$

Или, эквивалентно,

$$\frac{F_L}{S_L} - \frac{F_R}{S_R} = \rho g \Delta h \tag{18}$$

Правая сторона равенства постоянна, поэтому

$$\frac{2{,}6\ \text{Н}}{S_L} - \frac{30\ \text{Н}}{S_R} = \frac{5{,}1\ \text{Н}}{S_L} - \frac{40\ \text{Н}}{S_R} \tag{19}$$

откуда

$$\frac{2{,}5\ \text{Н}}{S_L} = \frac{10\ \text{Н}}{S_R} \quad \Rightarrow \quad \frac{S_R}{S_L} = \frac{10}{2{,}5} = 4 \tag{20}$$

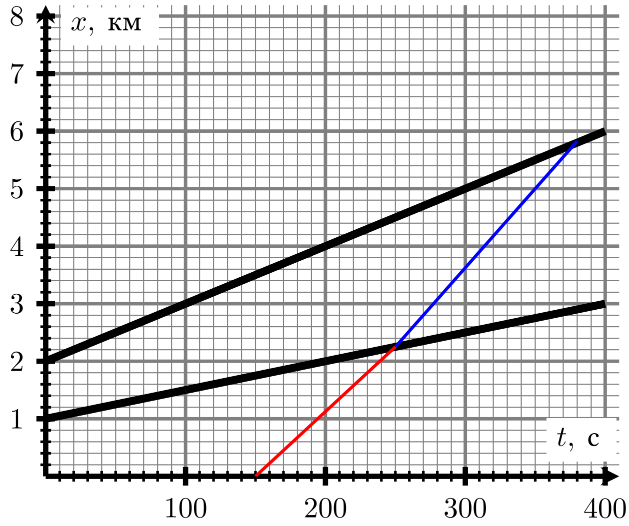
Ответ: площадь правого поршня в четыре раза больше площади левого.

№	Критерий	Баллы
1	Уравнение гидростатики в виде $\Delta p = \rho g h$	2
2	Получена связь сил, которые действуют, на левый и правый поршень уравнение (17),(18) или любое другое эквивалентное.	6
3	Ответ, 4 раза	2
Сумма		10

Комментарий: если записано уравнение гидравлического пресса без учёта силы тяжести, за второй пункт ставится 2 балла.

Задача 5. BMW

Перейдём в систему отсчёта первой машины и перестроим графики движения второго и третьего автомобиля



Видно, что оставшиеся машины двигаются с постоянными скоростями. Скорость второй машины равна $v_2 = 5$ м/с, а скорость третьей $v_3 = 10$ м/с. Гоночный автомобиль меняет скорость в тот момент, когда оказывается ровно посередине между машинами. Проведем на графике пунктиром соответствующие линии. В области ниже нижней пунктирной линии, гонщик едет со скоростью $v_0 = 72$ км/ч $= 20$ м/с, в области между ними со скоростью $v_0 + v_2 = 25$ м/с, а в области выше верхней со скоростью $v_0 + v_3 = 30$ м/с.

Посчитаем среднюю скорость автомобиля между первым и вторым обгоном. Пусть в момент первого обгона вторая машина находилась на расстоянии S от первой. Гоночный автомобиль поменяет скорость через время Δt, которое мы можем найти исходя из того, что он находится ровно посередине между машинами

$$S + v_2\Delta t = 2v_0\Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{S}{2v_0 + v_2} \tag{21}$$

расстояние между второй машиной и гонщиком в этот момент равно

$$\Delta S = \frac{2v_0}{2v_0 + v_2} S. \tag{22}$$

Гонщик едет на v_0 быстрее второй машины, значит они встретятся через

$$\delta\tau = \frac{\Delta S}{v_0} = \frac{S}{2v_0 + v_2} \tag{23}$$

Получили, что время $\Delta t = \Delta\tau$, то есть гонщик первую половину времени ехал со скоростью v_0, а вторую половину со скоростью $v_0 + v_2$. Значит его средняя скорость между первым и вторым обгонами равна

$$v_{\text{ср},12} = \frac{v_0 + v_0 + v_2}{2} = 22{,}5 \text{ м/с}. \tag{24}$$

Точно такими же рассуждениями можно показать, что средняя скорость водителя между вторым и третьим обгонами равна

$$v_{\text{ср},23} = \frac{v_0 + v_2 + v_0 + v_3}{2} = 27{,}5 \text{ м/с}. \tag{25}$$

Проведём на графике прямую, которая отвечает движению с постоянной скоростью $v_{\text{ср},12} = 22{,}5$ м/с. Таким образом мы найдём моменты обгона (обгон — пересечение с графиком зависимости координаты машины от времени). Видно, что нам подходит ситуация, когда обгон первый обгон произошёл в момент времени $t_1 = 150$ с, а второй в момент времени $t_2 = 250$ с (красная прямая на графике). Проведя из точки второго обгона прямую которая соответствует скорости $v_{\text{ср},23} = 27{,}5$ м/с (синяя прямая) найдём время между вторым и третьим обгоном. Это время равно $\Delta t \approx 130$ с

№	Критерий	Баллы
1	Предложен любой верный способ нахождения времени	6
2	Определен момент времени первого обгона 150 с • 2 балла, если попадает в ворота [145 с; 155 с] • 1 балл, если попадает в ворота [140 с; 160 с]	2
3	Ответ 128 с • 2 балла, если ответ попадает в ворота [123 с; 133 с] • 1 балл, если ответ попадает в ворота [118 с; 138 с]	2
Сумма		10

Комментарий: время можно искать несколькими способами, например подбором траектории гонщика на исходном графике, подбором траектории на графике в системе отсчёта одной из машин. За правильное описание любого из методов ставится 6 баллов.

Возможные решения задач
8 класс
2-й вариант

Задача 1. Проблемное взаимодействие

Пусть времена, которое ожидания в очереди сверху и снизу равны $T_{\text{низ}}$ и $T_{\text{верх}}$ соответственно. По условию скорости подъёма и спуска равны, значит равно и время, которое на них требуется. Обозначим это время за T_0. После первой встречи Петя, за время ${}^3/_4T_0$ добрался до вершины, прождал в очереди время $T_{\text{верх}}$, а затем проехал до середины пути, на что ушло время ${}^1/_2T_0$. Вася же, спустился к подножию за время ${}^1/_4T_0$, подождал время $T_{\text{низ}}$ и поднялся до середины ${}^1/_2T_0$. Мальчики встретились посередине, поэтому

$$\frac{3}{4}T_0 + T_{\text{верх}} + \frac{1}{2}T_0 = \frac{1}{4}T_0 + T_{\text{низ}} + \frac{1}{2}T_0, \tag{1}$$

откуда

$$T_{\text{низ}} - T_{\text{верх}} = \frac{1}{4}T_0. \tag{2}$$

Обозначим за x

$$\frac{1}{2}T_0 + T_{\text{низ}} + xT_0 = \frac{1}{2}T_0 + T_{\text{верх}} + (1-x)T_0 \tag{3}$$

тогда

$$(1-2x)T_0 = T_{\text{низ}} - T_{\text{верх}} = \frac{1}{4}T_0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}, \tag{4}$$

то есть третья встреча произойдёт там же где первая.

Ответ: третья встреча произойдёт там же, где и первая.

№	Критерий	Баллы
1	Записано условие встречи (1) или эквивалентное.	4
2	Записано условие встречи (4) или эквивалентное.	4
3	Ответ	2
Сумма		10

Комментарий: если условия встречи (1), (4) сформулированы в текстовом виде, то баллы за соответствующие пункты тоже ставятся.

Задача 2. Гантель

Заметим, что плотность цилиндра больше плотности воды, а плотность шайбы меньше. Значит, чтобы горизонтальное положение гантели было бы положением равновесия, надо привязать верёвку правее центра масс цилиндра. Обозначим расстояние от правой границы цилиндра до точки крепления за x. Тогда правило рычага относительно точки крепления имеет вид

$$\pi d R^2(\rho_{\text{ш}}-\rho_{\text{в}})g\cdot\left(\ell-x+\frac{d}{2}\right)+\pi\ell r^2(\rho_{\text{ц}}-\rho_{\text{в}})g\cdot\left(\frac{\ell}{2}-x\right)=0 \tag{5}$$

откуда

$$x=\frac{dR^2(\rho_{\text{ш}}-\rho_{\text{в}})\cdot\left(\ell+\frac{d}{2}\right)+\ell r^2(\rho_{\text{ц}}-\rho_{\text{в}})\cdot\frac{\ell}{2}}{dR^2(\rho_{\text{ш}}-\rho_{\text{в}})+\ell r^2(\rho_{\text{ц}}-\rho_{\text{в}})} \tag{6}$$

подставляя числа получим, что

$$x=\frac{-288\ \text{см}^3\cdot 0{,}2\ \text{г/см}^3\cdot 16\ \text{см}+240\ \text{см}^3\cdot 1\ \text{г/см}^3\cdot 7{,}5\ \text{см}}{-288\ \text{см}^3\cdot 0{,}2\ \text{г/см}^3+240\cdot\ \text{см}^3\cdot 1\ \text{г/см}^3}\approx 4{,}8\ \text{см} \tag{7}$$

Ответ: гантель надо закрепить на расстоянии 4,8 см от правого края.

№	Критерий	Баллы
1	Записано выражение для силы Архимеда (любая формула вида $F=\rho g V$).	1
2	Правильно найдены силы, которые действуют на цилиндр	1
3	Правильно найдены силы, которые действуют на шайбу	1
4	Записано правило рычага для системы относительно точки крепления или система из двух уравнения статики, которые содержат силу натяжения нити (по 2 балла за каждое).	4
5	Ответ 4,8 см	3
Сумма		10

Задача 3. Разрез

По условию за единицу времени через единицу поверхности пропорционально разности температур. Это значит что если площадь поверхности тела равна S за малое время Δt количество потерянного тепла равно

$$\Delta Q = \Delta t \cdot \kappa S(T - T_{\text{воздуха}}), \tag{8}$$

где T — температура тела (если время мало, можно пренебречь её изменением), $T_{\text{воздуха}}$ — температура воздуха в комнате, а κ — некоторый постоянный коэффициент. Чтобы понять как при этом изменилась температура, воспользуемся тем, что

$$\Delta Q = cm\Delta T, \tag{9}$$

где c — удельная теплоёмкость, а m масса тела. Значит изменение температуры за малое время δt равно

$$\Delta T = \frac{S}{m}\Delta t \cdot \frac{\kappa}{c}(T - T_{\text{воздуха}}). \tag{10}$$

Получается что скорость, с которой остывает тело пропорциональна отношению площади поверхности, через которую уходит тепло, к массе. Будем обозначать его $k = {}^{S}/_{m}$).

Пусть $S_{\text{осн}}$ — площадь основания конуса, а $S_{\text{бок}}$ — площадь его боковой поверхности. Если конус стоит на поверхности, то тепло уходит только через боковую поверхность, а если его подвесить, то и через основание тоже. То есть

$$\frac{S_{\text{бок}}}{m} \cdot 10 \text{ с} = \frac{S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}}{m} \cdot 9 \text{ с} \Rightarrow \frac{S_{\text{осн}}}{S_{\text{бок}}} = \frac{1}{9} \tag{11}$$

Левая половинка представляет из себя такой же по форме конус. Из соображений размерности объём конуса равен $V = \alpha h^3$, а площадь боковой поверхности $S\text{бок} = \beta h^2$ где α и β — некоторые безразмерный коэффициенты. Высота маленького конуса в два раза меньше, значит его масса меньше в восемь раз, а объём в четыре. Тогда отношение площади поверхности через которую выходит тепло к массе равно

$$k_1 = \frac{\frac{1}{4}S_{\text{бок}}}{\frac{1}{8}m} = 2\frac{S_{\text{бок}}}{m} \tag{12}$$

то есть половинка конуса остывает в два раза быстрее, чем целый, поэтому она остынет на 1 °C за 5 с.

Теперь посмотрим на правую половинку. Теплообмен происходит через боковую поверхность и поверхность основания. Причём площадь боковой поверхности правой половинки в сумме с площадью боковой поверхности левой равна $S_{\text{бок}}$, значит площадь боковой поверхности правой равна $\frac{3}{4}S_{\text{бок}}$. Из таких же соображений, её масса равна $\frac{7}{8}m$. Площадь основания равна $S_{\text{осн}}$. Значит

$$k_2 = \frac{\frac{3}{4}S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}}{\frac{7}{8}m} \tag{13}$$

что с учётом (11) превращается в

$$k_2 = \frac{8}{7}\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{9}\right)\frac{S_{\text{бок}}}{m} = \frac{62}{63}\frac{S_{\text{бок}}}{m}, \tag{14}$$

значит вторая половинка остынет на 1 °C за $\frac{63}{62} \cdot 10 \text{ с} = 10{,}2$

Ответ: левая половинка остынет за 5 с, а правая за 10,2 с.

№	Критерий	Баллы
1	Уравнение (8).	1
2	Уравнение (8).	1
3	Указано, или явно используется, что при изменении размера тела в d раз, его объём изменяется в d^3 раз.	1

4	Указано, или явно используется, что при изменении размера тела в d раз, площадь поверхности изменяется в d^2 раз.	1
5	Указано, или явно используется, что скорость остывания тела пропорциональна отношению площади его поверхности к массе.	2
6	Ответ для левой половинки 5	1
7	Ответ для правой половинки $10{,}2$ с	3
Сумма		10

Задача 4. Поршни

На квадратный поршень площади S со стороны воды действует сила равная $F_в = pS$, где p — давление на уровне центра поршня. Чтобы поршень находился в равновесии надо удерживать его с такой же силой. Пусть F_L и F_R — силы, с которыми давят на поршни, тогда

$$F_L = p_L S_L, \quad F_R = p_R S_R \tag{15}$$

с другой стороны разность давлений равна

$$p_R - p_L = \rho g h, \tag{16}$$

а значит

$$\frac{F_L}{S_L} = \frac{F_R}{S_R} + \rho g \Delta h. \tag{17}$$

Или, эквивалентно,

$$\frac{F_L}{S_L} - \frac{F_R}{S_R} = \rho g \Delta h \tag{18}$$

Правая сторона равенства постоянна, поэтому

$$\frac{1\text{ Н}}{S_L} - \frac{18\text{ Н}}{S_R} = \frac{5\text{ Н}}{S_L} - \frac{54\text{ Н}}{S_R} \tag{19}$$

откуда

$$\frac{4\text{ Н}}{S_L} = \frac{36\text{ Н}}{S_R} \quad \Rightarrow \quad \frac{S_R}{S_L} = \frac{36}{4} = 9 \tag{20}$$

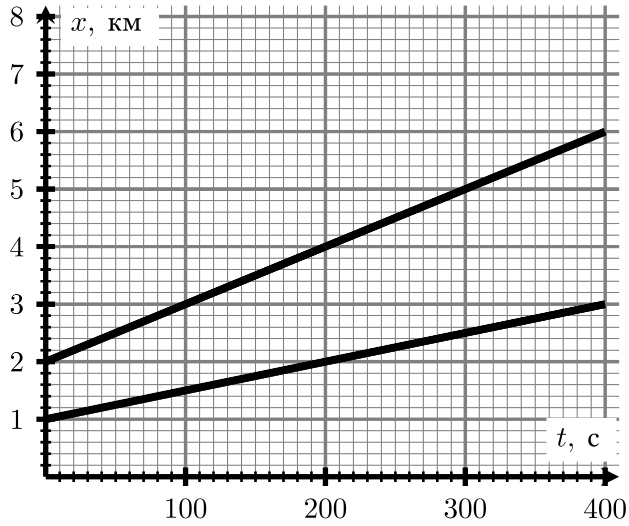
Ответ: площадь правого поршня в девять раза больше площади левого.

№	Критерий	Баллы
1	Уравнение гидростатики в виде $\Delta p = \rho g h$	2
2	Получена связь сил, которые действуют, на левый и правый поршень уравнение (17),(18) или любое другое эквивалентное.	6
3	Ответ, 9 раз	2
Сумма		10

Комментарий: если записано уравнение гидравлического пресса без учёта силы тяжести, за второй пункт ставится 2 балла.

Задача 5. BMW

Перейдём в систему отсчёта первой машины и перестроим графики движения второго и третьего автомобиля



Видно, что оставшиеся машины двигаются с постоянными скоростями. Скорость второй машины равна $v_2 = 5$ м/с, а скорость третьей $v_3 = 10$ м/с. Гоночный автомобиль меняет скорость в тот момент, когда оказывается ровно посередине между машинами. Проведем на графике пунктиром соответствующие линии. В области ниже нижней пунктирной линии, гонщик едет со скоростью $v_0 = 72$ км/ч $= 20$ м/с, в области между ними со скоростью $v_0 + v_2 = 25$ м/с, а в области выше верхней со скоростью $v_0 + v_3 = 30$ м/с.

Посчитаем среднюю скорость автомобиля между первым и вторым обгоном. Пусть в момент первого обгона вторая машина находилась на расстоянии S от первой. Гоночный автомобиль поменяет скорость через время Δt, которое мы можем найти исходя из того, что он находится ровно посередине между машинами

$$S + v_2\Delta t = 2v_0\Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{S}{2v_0 + v_2} \tag{21}$$

расстояние между второй машиной и гонщиком в этот момент равно

$$\Delta S = \frac{2v_0}{2v_0 + v_2}S. \tag{22}$$

Гонщик едет на v_0 быстрее второй машины, значит они встретятся через

$$\delta\tau = \frac{\Delta S}{v_0} = \frac{S}{2v_0 + v_2} \tag{23}$$

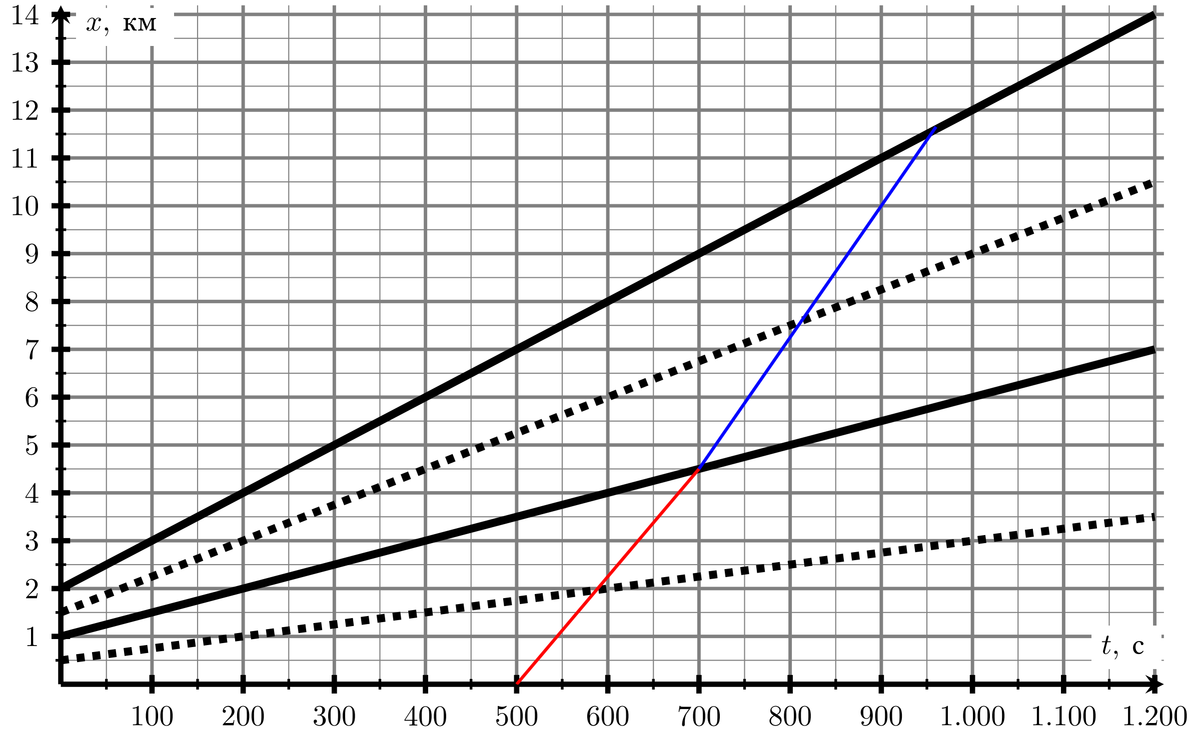
Получили, что время $\Delta t = \Delta\tau$, то есть гонщик первую половину времени ехал со скоростью v_0, а вторую половину со скоростью $v_0 + v_2$. Значит его средняя скорость между первым и вторым обгонами равна

$$v_{\text{ср},12} = \frac{v_0 + v_0 + v_2}{2} = 22{,}5 \text{ м/с}. \tag{24}$$

Точно такими же рассуждениями можно показать, что средняя скорость водителя между вторым и третьим обгонами равна

$$v_{\text{ср},23} = \frac{v_0 + v_2 + v_0 + v_3}{2} = 27{,}5 \text{ м/с}. \tag{25}$$

Проведём на графике прямую, которая отвечает движению с постоянной скоростью $v_{\text{ср},12} = 22{,}5$ м/с. Таким образом мы найдём моменты обгона (обгон — пересечение с графиком зависимости координаты машины от времени). Несложно убедиться, что какое бы график для гонщика мы не строили, время между первым и вторым обгонами оказывается меньше 200 с. Поэтому продлим график (по условию машины продолжают двигаться с постоянными скоростями)



Видно, что нам подходит ситуация, когда обгон первый обгон произошёл в момент времени $t_1 = 500$ с, а второй в момент времени $t_2 = 700$ с (красная прямая на графике). Проведя из точки второго обгона прямую которая соответствует скорости $v_{\text{ср},23} = 27{,}5$ м/с (синяя прямая) найдём время между вторым и третьим обгоном. Это время равно $\Delta t \approx 257$ с

№	Критерий	Баллы
1	Предложен любой верный способ нахождения времени	6
2	Определен момент времени первого обгона 500 с • 2 балла, если попадает в ворота [480 с; 520 с] • 1 балл, если попадает в ворота [460 с; 540 с]	2
3	Ответ 257 с • 2 балла, если ответ попадает в ворота [252 с; 262 с] • 1 балл, если ответ попадает в ворота [247 с; 267 с]	2
Сумма		10

Комментарий: время можно искать несколькими способами, например подбором траектории гонщика на исходном графике, подбором траектории на графике в системе отсчёта одной из машин. За правильное описание любого из методов ставится 6 баллов.