

9 класс

Задача 1. Трое туристов, обладающих одним велосипедом, должны прибыть на базу. Так как на велосипеде могут ехать только двое, то третьему туристу сначала приходится идти пешком. Велосипедист довозит второго туриста до некоторой точки маршрута, откуда тот продолжает движение пешком и возвращается за третьим. Найти среднюю скорость туристов при условии, что они одновременно прибывают на базу. Скорость пешехода $v_1=4$ км/ч, скорость одного велосипедиста $v_2=20$ км/ч, скорость велосипедиста с пассажиром $v_3=16$ км/ч. Считать, что никто из туристов в дороге нигде не останавливался для отдыха. Является ли полученная средняя скорость максимальной?

Возможное решение

Запишем формулу для расчета средней скорости: $v_{\text{ср}} = S/t$, где S – весь пройденный путь, t – все время движения.

Составим систему уравнений перемещений для каждого участника движения:

$$S = v_1 t_{11} + v_3 t_{12}$$

$$S = v_3 t_{21} + v_1 t_{22}$$

$$S = v_3 t_{31} - v_2 t_{32} + v_3 t_{33}$$

где t_{11} – время движения пешком туриста, который начал путешествие пешком; t_{12} – время путешествия того же туриста на велосипеде; t_{21} – время движения на велосипеде туриста, который начал путешествие с велосипедистом, t_{22} – время путешествия того же туриста пешком; t_{31} – время движения велосипедиста со вторым туристом; t_{32} – время путешествия велосипедиста от момента высадки второго туриста, до момента встречи с туристом начавшим путешествие пешком; t_{33} – время движения велосипедиста после встречи с пешим туристом.

Из условий задачи так же можно записать:

$$t = t_{11} + t_{12}$$

$$t = t_{21} + t_{22}$$

$$t = t_{31} + t_{32} + t_{33}.$$

Решив систему рассмотренных уравнений, получим:

$$v_{\text{ср}} = (v_1 v_2 + 2 v_1 v_3 + v_3 v_2) / (v_1 + 2 v_2 + v_3)$$

Подстановка числовых значений скоростей позволяет найти $v_{\text{ср}}$: $v_{\text{ср}} = 8,8$ км/ч

Для ответа на последний вопрос задачи поставим мысленный эксперимент: пренебрежем условием одновременного прибытия туристов на базу и оценим среднюю скорость в этом случае. Если высадить второго туриста раньше времени t_{21} , то велосипедист быстрее придет с первым туристом, но второй придет потратит на дорогу пешком до базы больше времени чем t_{22} . При этом прирост к времени t_{22} будет гораздо больше, чем уменьшение времени t_{21} , так как скорость пешехода меньше скорости велосипедиста с пассажиром. Таким образом это увеличит время движения группы, а значит уменьшит ее среднюю скорость. Представим теперь, что второго туриста высалят ближе к базе, значит ему потребуется меньше времени на дорогу пешком и на все дорогу он затратит времени меньше t . При этом велосипедисту придется проехать большее расстояние чем в ранее рассмотренном случае с одновременным прибытием туристов, но и скорость его выше чем скорость пешехода, а значит время он затратит меньше, чем пешеход. Следовательно, можно увеличить среднюю скорость туристов. Заметим, что полностью оставить перемещение группы только на велосипеде не целесообразно, так как движение одного из туристов пешком пока другого везут сокращает путь, который должен проделать велосипедист, а значит и уменьшает время движения группы. **Примечание:** точной оценки новой средней скорости приводить не надо.

Критерии оценивания

Записана формула средней скорости	1 балла
Составлена систему уравнений перемещений для каждого участника движения	1 балла
Составлена систему уравнений времени для каждого участника движения	1 балла
Получена формула средней скорости ($v_{cp} = (v_1 v_2 + 2 v_1 v_3 + v_3 v_2) / (v_1 + 2 v_2 + v_3)$)	2 балла
Рассчитана средняя скорость туристов ($v_{cp} = 8,8$ км/ч)	2 балла
Указано, что полученная средняя скорость группы туристов не является максимальной, так как может быть увеличена, если вести на велосипеде второго туриста дольше времени t_{21} , хотя бы на 1 секунду.	3 балла

Максимум за задачу – 10 баллов.

Задача 2. Тело свободно падает с некоторой высоты из состояния покоя и за первую секунду после начала движения проходит путь в $n = 9$ раз меньший, чем за последнюю секунду. Найдите полное время движения.

Возможное решение

Пусть полное время движения тела t , тогда за первую секунду оно проходит путь $h_1 = 0,5g1^2$, а за последнюю $h_2 = 0,5gt^2 - 0,5g(t-1)^2$. По условию задачи $h_2/h_1 = n$, а значит $t = (n+1)*1/2$, $t = 5$ с.

Критерии оценивания

Записано уравнение для перемещения за первую секунду движения	2 балла
Записано уравнение для перемещения за последнюю секунду движения	4 балла
Получена формула для полного времени движения ($t = (n+1)*1/2$)	2 балла
Рассчитана время t ($t = 5$ с)	2 балла

Максимум за задачу – 10 баллов

Задача 3. К концам легкого рычага, находящегося в равновесии, подвешены грузы: к левому концу подвешены два груза, а к правому – три. Затем к левому и правому концам подвесили еще по два груза, а точку подвеса рычага сместили на 1 см, после чего система вновь оказалась в равновесии. Какова длина рычага? Все грузы одинаковые.

Возможное решение

Пусть масса одного груза равна m , а длина рычага l .

По правилу рычага в первом случае левое плечо относится к правому как 3:2, значит длина левого плеча $3/5 l$. Во втором случае соотношение плеч 5:4, значит после перемещения длина левого плеча $5/9 l$. Таким образом, можно записать:

$3/5 l - 5/9 l = 1$ см. Отсюда $l = 22,5$ см.

Критерии оценивания

Записано правило рычага для первого случая	1 балла
Выражено длина левого (или правого) плеча через общую длину рычага в первом случае	2 балл
Записано правило рычага для второго случая	1 балла
Выражено длина левого (или правого) плеча через общую длину рычага во втором случае	2 балл
Смещение точки подвеса выражено через общую длину рычага ($3/5 l - 5/9 l = 1$ см)	2 балл
Получен ответ ($l = 22,5$ см)	2 балла

Максимум за задачу – 10 баллов

Задача 4. Ваня принес в дом с улицы снежок из «мокрого снега» массой 150 г. Снег называют «мокрым», если он содержит воду. Ваня поместил снежок в алюминиевое ведро, в котором было 2 литра воды. Ведро уже долгое времени стояло в доме и температура воды в ведре была 25 °С. После того как снег растаял, температура воды стала 20 °С. Определите массовую долю воды в «мокром» снеге. Удельная теплоемкость воды $c_в = 4,2$ кДж/(кг °С), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж /кг, удельная теплоемкость алюминия $c_а = 900$ Дж/(кг °С), масса ведерка 400 г.

Возможное решение. Запишем уравнение теплового баланса:

$(1-x)m\lambda + c_вm(t_2-0) + c_вM(t_2-t_1) + c_аM_а(t_2-t_1) = 0$, где x – доля воды в снеге, m – масса снежка, t_2 – температура воды в ведре после таяния снега, t_1 – начальная температура воды в ведре, $M_а$ – масса алюминиевого ведра, M – масса воды в ведре.

Выразим x : $x = 1 + (c_вm(t_2-0) + c_вM(t_2-t_1) + c_аM_а(t_2-t_1)) / (m\lambda)$. Вычислим x : $x = 0,37$

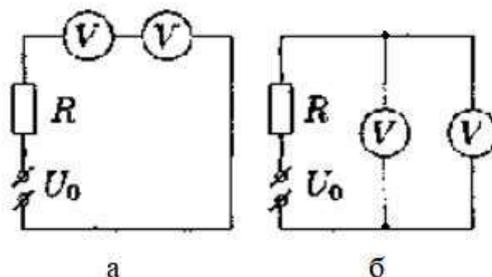
Критерии оценивания

Записано уравнение теплового баланса (в любом виде)	5 балла
Получено выражение для массовой доли воды	3 балла
Рассчитана массовая доля воды в мокром снеге (0,37)	2 балл

Максимум за задачу – 10 баллов.

Задача 5. Два одинаковых вольтметра показывают в схемах а) и б) (см. рис.) одинаковые напряжения $U = 5$ В. Определить напряжение источника питания U_0 ?

Примечание: показание вольтметра равно произведению величины протекающего через него тока на его сопротивление.



Возможное решение

Обозначим сопротивление вольтметра через R_v .

Тогда токи через сопротивление R согласно закону Ома в схемах а) и б) (см. рис.) будут:

$$I_1 = \frac{U_0}{2R_v + R}, \quad I_2 = \frac{U_0}{R_v/2 + R}.$$

Поскольку сопротивления вольтметров одинаковы, то ток, протекающий по каждому из них во второй схеме, равен $I_2/2$. Так как показание вольтметра равно произведению величины протекающего через него тока на его сопротивление, можем записать:

$$U = \frac{U_0}{2R_v + R} R_v, \quad U = \frac{U_0}{2(R_v/2 + R)} R_v.$$

Откуда $R_v = R$, $U_0 = 3U$. $U_0 = 15$ В

Критерии оценивания

Записан закон Ома для каждой схемы	3 балл
Записана формула для вычисления напряжения на вольтметре для каждого случая	3 балла
Рассчитано сопротивление R_v ($R_v = R$)	2 балл
Записана формула для вычисления U_0	1 балла
Вычислено U_0 . ($U_0 = 15$ В)	1 балл

Максимум за задачу – 10 баллов.