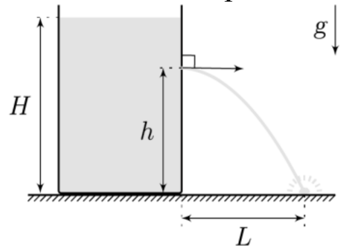
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ
Муниципальный этап
Решения и критерии
10 класс

1. Открытый в атмосферу цилиндрический сосуд частично заполнен идеальной несжимаемой жидкостью и расположен на горизонтальной поверхности. На поверхности цилиндра имеется отверстие из которого вытекает струйка воды, причём её начальная скорость параллельна земной поверхности. Струйка воды попадает на землю на расстоянии $L = H$ от поверхности цилиндра. Определите на какой высоте h от земли находится отверстие в сосуде.



Примечание 1: Для скорости струи жидкости на вылете из сосуда воспользуйтесь формулой Торричелли:

$$v_0 = \sqrt{2g(H-h)}, \text{ где } g \text{ - ускорение свободного падения.}$$

Возможное решение.
Вода после покидания сосуда движется с ускорением g. Уравнения движения в проекции на вертикальную и горизонтальную оси:

$$x(t) = \upsilon_0 t$$

$$y(t) = h - \frac{gt^2}{2}$$

$$x(t_n) = L = \upsilon_0 t_n$$

Анализируя точку падения $y(t_n) = 0 = h - \frac{gt_n^2}{2} \Rightarrow t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow L = \sqrt{2g(H-h)}\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{4h(H-h)}$

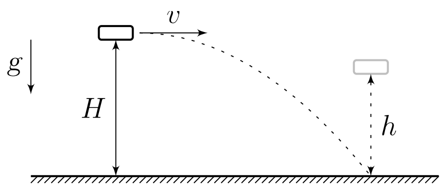
Учитывая, что $L = H$, получим квадратное уравнение:

$$4h^2 - 4hH + H^2 = 0 \Rightarrow h = \frac{4H \pm \sqrt{16H^2 - 16H^2}}{8} = \frac{H}{2}$$

Критерии оценивания.

		Записаны уравнения равноускоренного движения	2
		Выражено время движения элемента струи до земли (из любого уравнения или время исключено из системы уравнений)	2
		Использовано кравнение Торричелли	1
		Получено уравнение на h	3
		Решено уравнение, получен правильный ответ.	2
	Итого:		10

2. С высоты H параллельно горизонтальной поверхности бросили шайбу массой m со скоростью v. После частично упругого удара, двигаясь вертикально вверх, шайба подлетела на высоту $h < H$. Плоскость шайбы всё время была горизонтальна, и шайба не вращалась относительно оси симметрии. Ускорение свободного падения g.



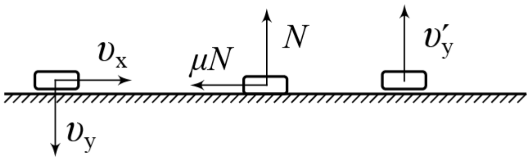
a. Какое количество теплоты Q выделилось при ударе шайбы о поверхность?
b. Найдите минимально возможный коэффициент трения μ шайбы о поверхность.

Возможное решение.

Для нахождения Q запишем закон сохранения энергии с учетом тепловых потерь:

$$mgH + \frac{m\upsilon^2}{2} = mgh + Q \Rightarrow Q = mg(H-h) + \frac{m\upsilon^2}{2}$$

Рассмотрим момент удара. Процесс быстрый, так что изменением импульса под действием силы тяжести можно пренебречь



Импульс тела в момент удара меняют нормальная реакция опоры и сила трения скольжения. Эти силы переменные во времени, под N будем подразумевать некоторое среднее эффективное значение. Минимальный коэффициент трения означает, что к сила трения скольжения действовала до отрыва бруска (не переходила в трение покоя).

$$\Delta p_y = N\Delta t$$

$$\Delta p_x = \mu N\Delta t$$

Горизонтальная скорость в момент удара $\upsilon_x = \upsilon$

Вертикальную скорость в момент удара найдём из ЗСЭ (или кинематики) $\upsilon_y = \sqrt{2gH}$

Вертикальную скорость в момент отрыва найдём из ЗСЭ (или кинематики) $\upsilon_y^{/} = \sqrt{2gh}$

$$\begin{gathered}\Delta p_y = N\Delta t = m(\upsilon_y - \upsilon_y^{/}) \\ \Delta p_x = \mu N\Delta t = -m\upsilon\end{gathered}, \text{ откуда } \mu = \frac{\upsilon}{\sqrt{2gH} + \sqrt{2gh}}$$

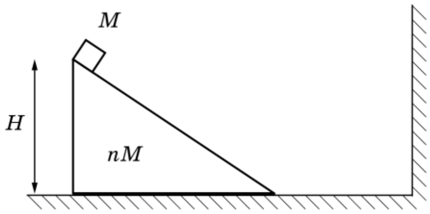
Критерии оценивания.

		Использовано выражение для кинетической энергии	0,5
		Использовано выражение для кинетической энергии	0,5
		Сформулирован ЗСЭ с учетом Q	1
		Выражено Q	1
		Показана связь изменений проекций импульса с коэффициентом трения	3
		Вертикальная скорость в момент удара	1
		Вертикальная скорость в момент отрыва	1
		Использовано определение импульса (проекции)	0,5
		Найдено μ	1,5
	Итого:		10

3. Маленький кубик массы M съезжает с незакрепленной горки высотой H и массой nM. После абсолютно упругого столкновения со стенкой кубик догоняет горку и поднимается на неё.

a. Найдите скорость горки u после первого расставания с кубиком.

b. На какую максимальную высоту h поднимется по горке кубик после удара о стенку?



.

Трения в системе нет, переход горки в пол плавный, ускорение свободного падения g.

Возможное решение.

В процессе съезда проекция импульса системы кубик-горка на горизонтальную ось не меняется, механическая энергия системы сохраняется:

$MgH = \frac{M\upsilon^2}{2} + \frac{nMu^2}{2}$, где υ - скорость кубика в нижней точке.

$0 = M\upsilon - nMu$

Решая систему получим
$$\upsilon = \sqrt{\frac{2gHn}{n+1}}$$
$$u = \sqrt{\frac{2gH}{n(n+1)}}$$

После удара о стенку импульс системы станет $2nMu = 2M\upsilon = 2M\sqrt{\frac{2gHn}{n+1}}$

В момент наивысшего подъёма скорости горки и бруска будут одинаковы. Проекция импульса системы кубик-горка на горизонтальную ось опять не поменяется:

$$2M\sqrt{\frac{2gHn}{n+1}} = M(n+1)\upsilon_к \Rightarrow \upsilon_к = \frac{2}{n+1}\sqrt{\frac{2gHn}{n+1}}$$

Закон сохранения энергии:

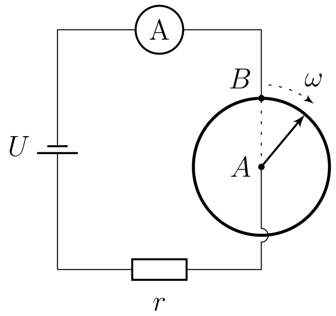
$$MgH = Mgh + \frac{M(n+1)\upsilon_к^2}{2} = Mgh + \frac{M(n+1)}{2}\frac{4}{(n+1)^2}\frac{2gHn}{(n+1)}$$

$$gH = gh + \frac{4gHn}{(n+1)^2} \Rightarrow h = H(1 - \frac{4n}{(n+1)^2}) = H(\frac{n-1}{n+1})^2$$

Критерии оценивания.

		Использовано выражение для кинетической энергии	0,5
		Использовано выражение для кинетической энергии	0,5
		Использовано определение импульса (проекции)	0,5
		Правильно записан ЗСИ (проекций) для съезда	1
		Правильно записан ЗСЭ для съезда	1
		Получено выражение для u	1
		Правильно записан ЗСИ (проекций) для подъёма	2
		Получено выражение для конечной скорости	1
		Правильно записан ЗСЭ для для подъёма	2
		Получено выражение для h (упрощать не обязательно)	1,5
	Итого:		10

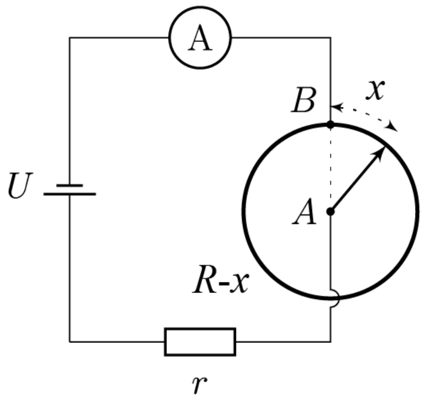
4. Однородный проводник сопротивлением R согнули в виде кольца и место соединения (точка B на рисунке) спаяли с подводящим проводом от источника постоянного напряжения U через идеальный амперметр. Другую клемму последовательно через резистор r соединили с осью A вращения подвижной стрелки. В начальный момент времени стрелка своим концом касается точки B. Стрелку начинают вращать относительно оси A с постоянной угловой скоростью ω, сохраняя контакт между стрелкой и кольцом.



a. Какое минимальное показание будет у амперметра I_{min} после начала вращения стрелки?
b. Спустя какое время t показания амперметра впервые будут минимальными?
c. Постройте качественный график зависимости сопротивления цепи от времени с указанием характерных точек.

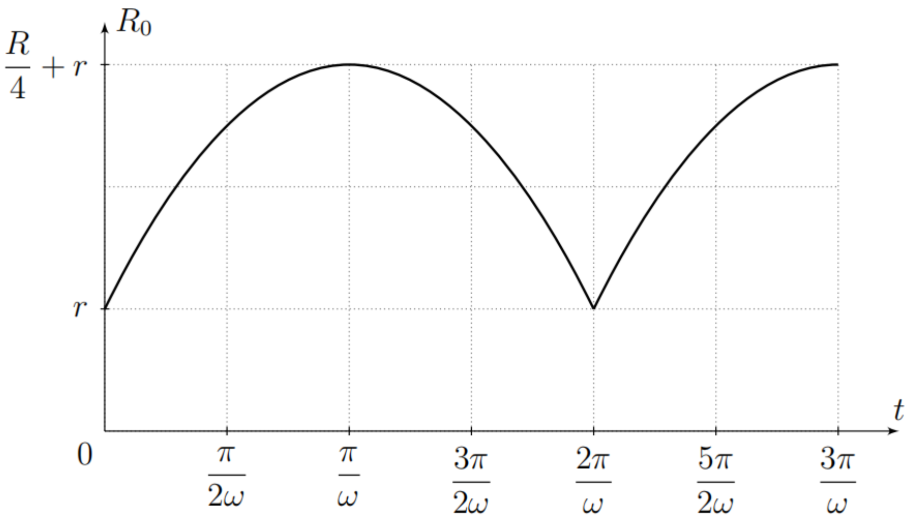
Подводящий провод к точке A не контактирует с кольцом и никак не мешает движению стрелки, сопротивлением которой можно пренебречь. Все указанные физические величины в задаче считайте известными.

Возможное решение.



Обозначим сопротивление участка между точкой B и стрелкой $x = R\dfrac{\varphi}{2\pi} = R\dfrac{\omega t}{2\pi}$. Тогда общее сопротивление цепи: $R_0 = r + \dfrac{x(R-x)}{R} = r + x - \dfrac{x^2}{R} = r + \dfrac{R\omega}{2\pi}t - \dfrac{R\omega^2}{4\pi^2}t^2$

Графически данная зависимость представлена на рисунке



Минимальное значение силы тока будет соответствовать максимальному сопротивлению:

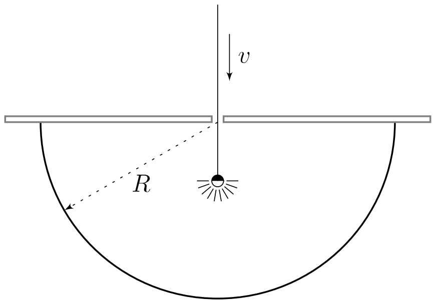
$$I_{\min} = \frac{U}{R_{0\max}} = \frac{U}{\frac{R}{4}+r}$$

Впервые такая сила тока будет в цепи при $t = \frac{\pi}{\omega}$

Критерии оценивания.

		Использован хотя бы раз закон Ома	1
		Получена зависимость сопротивлений участков кольца от времени	1
		Получена зависимость сопротивления цепи от положения стрелки	2
		Найдено наибольшее сопротивление цепи	1
		Найден минимальная сила тока	1
		Найден момент времени $t = \frac{\pi}{\omega}$	1
		График. Оси подписаны, есть характерные значения сопротивления и времени	1
		График. Есть параболическая зависимость на периоде	1
		График. Есть периодичность.	1
	Итого:		10

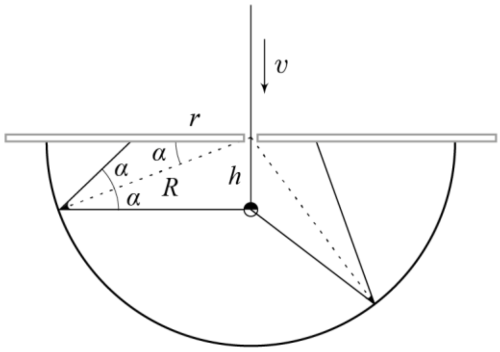
5. Сквозь маленькое центральное отверстие в крышке полусферического зеркала опускают шарообразную лампочку, верхняя половина которой закрашена. Поверхность крышки матовая, так что дает только диффузное отражение. Радиус кривизны зеркала R, скорость движения лампочки v. Начало отсчёта времени примите за момент попадания лампочки под крышку.



a. Через какое время t будет засвечена вся крышка?
b. Чему равна минимальная площадь S_{min} освещенной части крышки за все время движения лампочки до нижней точки зеркала?

Размеры лампочки пренебрежимо малы.

Возможное решение.



Из построения нескольких лучей можно заметить, что радиус r освещённого пятна определяется ходом горизонтального луча: $r = \dfrac{R}{2\cos\alpha}$. Угол связан с высотой $\sin\alpha = \dfrac{h}{R}$.

При засвете всей крышки $R = \dfrac{R}{2\cos\alpha_1} \Rightarrow \cos\alpha_1 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \sin\alpha_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}R$

Это случится в момент времени $t = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\dfrac{R}{\upsilon}$

Для минимальной площади засветки косинус должен стать максимальным : $r_{\min} = \dfrac{R}{2} \Rightarrow S_{\min} = \dfrac{\pi R^2}{4}$

Критерии оценивания.

		Вывод о том, что радиус r освещённого пятна определяется ходом горизонтального луча	2
		Связь $r = \dfrac{R}{2\cos\alpha}$	1
		Связь $\sin\alpha = \dfrac{h}{R}$	1
		Найдена высота при полной засветке	2
		Найдено время при полной засветке	1
		Условие на угол при минимальной площади	1
		Найден минимальный радиус пятна	1
		Найдена минимальная площадь пятна	1
	Итого:		10