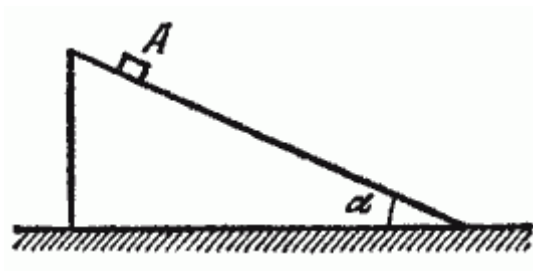


10 класс

Задача № 1. Скользящая наклонная плоскость

На гладкую наклонную плоскость, которая может двигаться без трения по горизонтали, положили тело А (см. рис.). Какое ускорение необходимо сообщить наклонной плоскости в горизонтальном направлении, чтобы тело А свободно падало вертикально вниз? Плоскость образует с горизонтом угол α .



Возможное решение

1. При свободном падении тело А за время t пройдет по вертикали путь $S_1 = \frac{1}{2} gt^2$. За это же время наклонная плоскость должна сместиться по горизонтали на расстояние $S_2 = \frac{1}{2} at^2$.
2. Если тело все время соприкасается с наклонной плоскостью, то $S_2/S_1 = ctg\alpha$. Следовательно, искомое ускорение равно $a = g \cdot ctg\alpha$.
3. Если ускорение наклонной плоскости в горизонтальном направлении будет больше $g \cdot ctg\alpha$, то тело будет свободно падать.

Ответ: $a > g \cdot ctg\alpha$.

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 4 балла

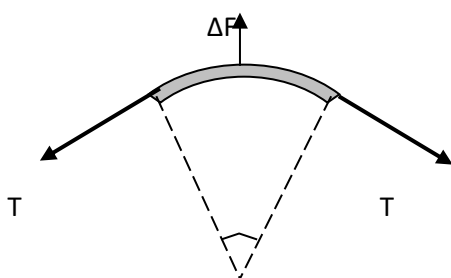
За 3-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 2. Водяное кольцо

По резиновой трубке, свернутой в виде кольца, циркулирует со скоростью v вода. Радиус кольца равен R , диаметр трубки $d \ll R$. С какой силой растянута резиновая трубка?

Возможное решение



1. Выделим малый элемент трубки длины $R\Delta\alpha$ (см. рис.). Внутренняя поверхность трубки сообщает жидкости, протекающей по этому элементу, ускорение $a = v^2/R$. По третьему закону Ньютона на элемент трубки со стороны жидкости будет

действовать сила $\Delta F = ma = \rho \cdot (\pi d^2/4) \cdot R \cdot \Delta\alpha \cdot (v^2/R)$,

где ρ – плотность воды.

2. Сила ΔF уравнивается силами натяжения кольца T . Из условия равновесия, учитывая, что угол $\Delta\alpha$ мал, имеем

$$\Delta F = 2T \cdot \sin(\Delta\alpha/2) = T \Delta\alpha$$

3. Следовательно, растягивающая сила равна

$$T = \rho \cdot (\pi d^2/4) \cdot v^2 \quad (\text{ответ})$$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 4 балла

За 3-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 3. Трубка со ртутью

В запаянной с одного конца стеклянной трубке длиной $l = 0.9$ м находится столбик воздуха, ограниченный сверху столбиком ртути высотой $h = 30$ см.

Ртуть доходит до верхнего края трубки. Трубку осторожно поворачивают открытым концом вниз, при этом часть ртути выливается. Какова высота оставшегося столбика ртути? Атмосферное давление $P_0 = 100 \text{ кПа}$.

Возможное решение

1. Условия равновесия ртути в первом и во втором случаях запишутся в виде

$$P_1 S = P_0 S + m_0 g, \quad (\text{а})$$

$$P_0 S = P_2 S + m g, \quad (\text{б})$$

где P_1 и P_2 - давления воздуха в трубке в первом и во втором случаях; P_0 – атмосферное давление, m_0 и m – начальная и конечная массы ртути соответственно.

$$m_0 = \rho g h, \quad m = \rho g x, \quad (\text{в})$$

где x – высота, оставшегося столбика ртути.

2. Поскольку масса воздуха в трубке не изменилась, а процесс будем считать изотермическим, то

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad \text{откуда} \quad P_1(L - h) = P_2(L - x). \quad (\text{г})$$

3. Подставляя равенства (а), (б) и (в) в (г), получим

$$x^2 - xL[1 + P_0/(\rho g L)] + hL[P_0/(\rho g L) + h/L - 1] = 0.$$

4. Решениями этого квадратного уравнения являются значения x

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} L[1 + P_0/(\rho g L)] \{1 \pm [1 - 4h[P_0/(\rho g L) + h/L - 1]/[L(1 + P_0/(\rho g L))]^2]^{1/2}\}.$$

$$x_1 = 1,6 \text{ м}, \quad x_2 = 0,029 \text{ м}.$$

Первый корень не удовлетворяет условию $x < h$, поэтому $x = 2,9 \text{ см}$ (**ответ**)

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 4. Тепловой подъемник

В вертикально расположенном теплоизолированном цилиндре под поршнем массой m находится идеальный одноатомный газ. На дне цилиндра расположена нагревательная пластина, полезная мощность которой равна P . Атмосферное давление p_0 , площадь поперечного сечения поршня S . Найти скорость, с которой начнет двигаться поршень при включении нагревателя.

Возможное решение

1. На поршень сверху действуют сила тяжести mg и сила атмосферного давления p_0S ; снизу – сила давления нагреваемого газа pS . Если поршень движется с постоянной скоростью, силы уравниваются:

$$mg + p_0S = pS, \text{ откуда давление } p = \frac{mg + p_0S}{S}$$

2. Согласно первому закону термодинамики, количество теплоты, полученное газом от нагревателя, идет на изменение внутренней энергии газа и совершение им работы A : $Q = \Delta U + A$.

3. Приняв процесс изобарным, выразим работу: $A = p\Delta V$. Поскольку для идеального одноатомного газа

$$\Delta U = 1,5\nu R\Delta T = 1,5 p\Delta V, \text{ количество теплоты } Q = 2,5 p\Delta V.$$

4. Работа нагревателя $A_{\text{нагр}} = Pt$. Изменение объема газа при нагревании

$$\Delta V = l \cdot S = S\nu t.$$

5. Из закона сохранения энергии $A_{\text{нагр}} = Q$, т.е.

$$Pt = 2,5 p\Delta V; Pt = \frac{5}{2} \frac{(mg + p_0S)}{S} \cdot S\nu t, \text{ откуда } 2 Pt = 5\nu (mg + p_0S), \text{ и}$$

$$\nu = \frac{2P}{5(p_0 S + mg)} \text{ (ответ)}$$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла

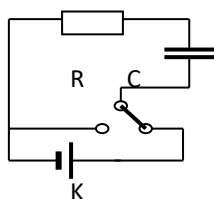
За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 5. КПД цепи

В цепи, схема которой показана на рисунке, ЭДС батареи $\varepsilon = 100$ В, ее внутреннее сопротивление $r = 100$ Ом, емкость конденсатора $C = 200$ мкФ и сопротивление нагревателя $R = 10$ Ом. Ключ K переключаются между контактами 1 и 2 десять раз в 1 с. Когда ключ находится в положении 1, конденсатор полностью заряжается, а при его переброске в положение 2 конденсатор полностью разряжается. Чему равен коэффициент полезного действия цепи? Во сколько раз он выше, чем при непосредственном подключении нагревателя к батарее? Какова средняя мощность электрического тока в нагревателе?



Возможное решение

1. При зарядке конденсатора до напряжения $U = \varepsilon$ по цепи проходит заряд $q = C\varepsilon$. Источник тока (сторонние силы в источнике) совершает работу

$$A = q\varepsilon = C\varepsilon^2.$$

2. Энергия, запасаемая в электростатическом поле конденсатора $W_k = \frac{1}{2} C\varepsilon^2$, равна половине этой работы. Вторая половина идет на нагревание резистора R и самого источника. Энергия W_1 , выделяющаяся в резисторе, и энергия W_2 , обуславливающая нагрев источника, выражаются соответственно

$$W_1 = I^2 R \Delta t \text{ и } W_2 = I^2 r \Delta t.$$

Следовательно, $W_1/W_2 = R/r$ и $W_1 + W_2 = \frac{1}{2} C\varepsilon^2$.

Отсюда найдем, что в резисторе R выделяется энергия

$$W_1 = \frac{1}{2} C\varepsilon^2 [R/(R + r)].$$

3. При разрядке конденсатора в резисторе выделится дополнительно энергия $W_k = \frac{1}{2} C\varepsilon^2$. Следовательно, за период колебаний переключателя всего в резисторе выделяется энергия $W = \frac{1}{2} C\varepsilon^2 [1 + R/(R + r)]$.

4. Мощность тока в резисторе равна

$$N = \frac{1}{2} f C\varepsilon^2 [1 + R/(R + r)] \approx 11 \text{ Вт},$$

где f – число переключений в 1с. КПД цепи равен

$$\eta = W/A = \frac{1}{2} [1 + R/(R + r)] \approx 0,545.$$

При непосредственном подключении резистора R к источнику по цепи будет идти ток $I = \varepsilon/(R + r)$.

5. При этом мощность тока в резисторе

$$I^2 R = \varepsilon^2 R / (R + r)^2,$$

а КПД будет равен $\eta' = R/(R + r) \approx 0,09$,

т.е. значительно меньше, чем в первом случае.

Ответ: $\eta \approx 0,545$, $\eta/\eta' \approx 6$; $N \approx 11$ Вт

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.