

## КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

## 10 класс

## Задача 10.1

## Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

На первый взгляд, задача кажется очень простой, однако здесь нужно четко различать понятия «путь» и «величина перемещения». Обозначения величин приведены в таблице.

Дано:

$$x_0 = -20 \text{ м}$$

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

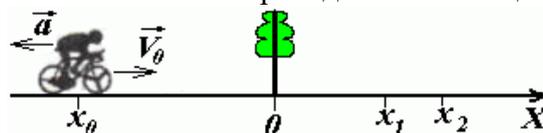
$$t_1 = 6 \text{ с}$$

$$a = 2 \text{ м/с}^2$$

Найти:  $\Pi$  – ?

Зависимость координаты от времени при выборе начала оси у дуба имеет вид

$$x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$



Следовательно, координата в заданный момент времени  $x_1 = x_0 + v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = \left(-20 + 10 \cdot 6 - \frac{2 \cdot 36}{2}\right) \text{ м} = 4 \text{ м}$ . Чтобы найти путь, нужно точно знать траекторию движения. Время и точка остановки найдется из уравнения для проекции скорости

$$v_x = v_0 - at. \quad (2)$$

Скорость  $v_x = 0$  в момент времени

$$t_2 = \frac{v_0}{a} = \frac{10}{2} \text{ с} = 5 \text{ с}. \quad (3)$$

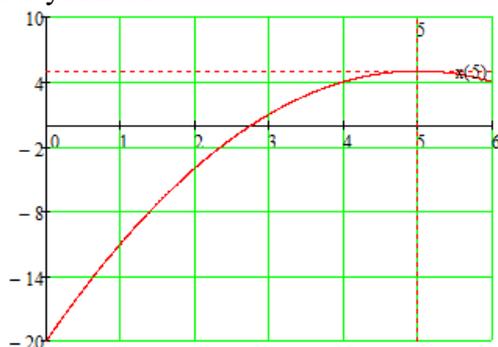
Координата в этот момент времени  $x_2 = x_0 + v_0 t_2 - \frac{at_2^2}{2} = \left(-20 + 10 \cdot 5 - \frac{2 \cdot 25}{2}\right) \text{ м} = 5 \text{ м}$ . (4.1)

Этот же результат можно было получить и по-другому:

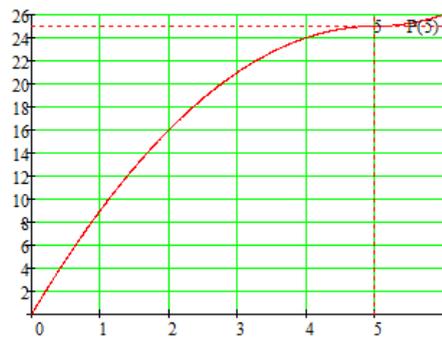
$$x - x_0 = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}, \quad x_2 = x_0 + \frac{v_0^2}{2a} = -20 + \frac{100}{4} = 5 \text{ м}. \quad (4.2)$$

Следовательно, путь (длина траектории) по рисунку  $\Pi = (5 - (-20)) + 1 = 26 \text{ м}$ .

Для построения графика  $\Pi(t)$ , сначала желательно (необязательно) построить зависимость координаты от времени. Главное помнить, что путь неотрицателен и не может убывать.



Зависимость  $x(t)$



Зависимость  $\Pi(t)$

Ответ:  $\Pi = 26 \text{ м}$ .

Примерные критерии оценивания	Баллы
Определена координата в конечный момент времени	1
Определено время остановки (3)	2
Определена координата в момент остановки (4)	2
Вычислен путь	3
Построен аккуратный график зависимости пути от времени	2

## Задача 10.2

## Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Нить и блоки невесомы, трения нет, следовательно сила реакции нити, действующая на все грузы, одинакова по величине.

Если направить ось ОХ вниз, то

$$\begin{cases} (m_1 + \Delta m_1)a_{1x} = (m_1 + \Delta m_1)g - N \\ m_2 a_{2x} = m_2 g - 2N \\ (m_3 + \Delta m_3)a_{3x} = (m_3 + \Delta m_3)g - N \end{cases} . \quad (1)$$

Так как нить нерастяжима, то изменение координат грузов  $\Delta x_1 + \Delta x_3 = -2\Delta x_2$ . (2)

Тогда уравнение, связывающее между собой ускорения грузов, имеет вид

$$a_{1x} + a_{3x} = -2a_{2x} . \quad (3)$$

Имеем систему из 4-х уравнений с 4-мя неизвестными. Подробное решение системы уравнений: Подставляем (3) в (1)

$$\begin{cases} (m_1 + \Delta m_1)a_{1x} = (m_1 + \Delta m_1)g - N \\ m_2 (a_{1x} + a_{3x}) = -2m_2 g + 4N \\ (m_3 + \Delta m_3)a_{3x} = (m_3 + \Delta m_3)g - N \end{cases} . \quad (4)$$

Исключаем силу  $N$ :

$$\begin{cases} 4(m_1 + \Delta m_1)a_{1x} + m_2(a_{1x} + a_{3x}) = (4(m_1 + \Delta m_1) - 2m_2)g \\ 4(m_3 + \Delta m_3)a_{3x} + m_2(a_{1x} + a_{3x}) = (4(m_3 + \Delta m_3) - 2m_2)g \end{cases} . \quad (5)$$

Вычитаем из одного уравнения другое и находим связь между ускорениями первого и третьего грузов.

$$\begin{aligned} 4(m_1 + \Delta m_1)a_{1x} - 4(m_3 + \Delta m_3)a_{3x} &= 4(m_1 + \Delta m_1 - m_3 - \Delta m_3)g , \\ a_{1x} &= \frac{1}{m_1 + \Delta m_1} [(m_1 + \Delta m_1 - m_3 - \Delta m_3)g + (m_3 + \Delta m_3)a_{3x}] . \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляем  $\left[ 4 + \frac{m_2}{m_1 + \Delta m_1} \right] [(m_1 + \Delta m_1 - m_3 - \Delta m_3)g + (m_3 + \Delta m_3)a_{3x}] + m_2 a_{3x} = (4(m_1 + \Delta m_1) - 2m_2)g$

• Перегруппировываем и получаем ответ в общем виде

$$\begin{aligned} \left\{ \left( 4 + \frac{m_2}{m_1 + \Delta m_1} \right) (m_3 + \Delta m_3) + m_2 \right\} a_{3x} &= \\ \left\{ (4(m_1 + \Delta m_1) - 2m_2) - \left( 4 + \frac{m_2}{m_1 + \Delta m_1} \right) (m_1 + \Delta m_1 - m_3 - \Delta m_3) \right\} g \end{aligned} . \quad (7)$$

Подставляя данные, имеем

$$\begin{aligned} \left\{ \left( 4 + \frac{20}{10 + \frac{5}{4}} \right) (10 + 5) + 20 \right\} a_{3x} &= \left\{ \left( 4 \left( 10 + \frac{5}{4} \right) - 40 \right) - \left( 4 + \frac{20}{10 + \frac{5}{4}} \right) \left( \frac{5}{4} - 5 \right) \right\} g , \\ \left\{ \left( 4 + \frac{80}{45} \right) 15 + 20 \right\} a_{3x} &= \left\{ 5 + \left( 4 + \frac{80}{45} \right) \frac{15}{4} \right\} g , & \left\{ \left( 4 + \frac{16}{9} \right) 15 + 20 \right\} a_{3x} &= \left\{ 5 + \left( 4 + \frac{16}{9} \right) \frac{15}{4} \right\} g , \\ \left\{ \frac{52}{9} 15 + 20 \right\} a_{3x} &= \left\{ 5 + \frac{52}{9} \cdot \frac{15}{4} \right\} g , & \left\{ \frac{52}{3} 5 + 20 \right\} a_{3x} &= \left\{ 5 + \frac{13}{3} 5 \right\} g , & 4 \left\{ \frac{13}{3} 5 + 20 \right\} a_{3x} &= \left\{ 5 + \frac{13}{3} 5 \right\} g \\ a_{3x} &= \frac{1}{4} g . \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя (8) в (6) и (3), получаем  $a_{1x} = 0$ ,  $a_{2x} = -\frac{1}{8}g$ . (9)

Таким образом, первый груз останется в покое, второй будет двигаться вверх, третий – вниз. Решение в общем виде несложное, но громоздкое, поэтому удобнее сразу использовать числовые данные в (5)

$$\begin{cases} 4(10 + \frac{5}{4})a_{1x} + 20(a_{1x} + a_{3x}) = (4(10 + \frac{5}{4}) - 40)g \\ 4(10 + 5)a_{3x} + 20(a_{1x} + a_{3x}) = (4(10 + 5) - 40)g \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} 45a_{1x} + 20a_{1x} + 20a_{3x} = 5g \\ 60a_{3x} + 20a_{1x} + 20a_{3x} = 20g \end{cases}, \begin{cases} 65a_{1x} + 20a_{3x} = 5g \\ 20a_{1x} + 80a_{3x} = 20g \end{cases}, \begin{cases} 260a_{1x} = 0 \\ a_{1x} + 4a_{3x} = g \end{cases}, \text{ тогда } \begin{cases} a_{1x} = 0 \\ a_{3x} = \frac{1}{4}g \end{cases} \quad (11)$$

Ответ:  $a_{1x} = 0$ ,  $a_{2x} = -\frac{1}{8}g$  – вверх,  $a_{3x} = \frac{1}{4}g$  – вниз.

Примерные критерии оценивания	Баллы
Вывод об одинаковости сил реакции	1
Записана система уравнений (1)	2
Обосновано и получено соотношение для ускорений (3)	2
Решена система уравнений	3
Получены верные ответы с указанием направлений ускорений	2

### Задача 10.3

#### Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Обозначим площадь поперечного сечения шхуны  $S$ . Условие равновесия для шхуны с учетом силы Архимеда  $(m + m_{\text{рыбы}})g = \rho S(H - h)g$ , (1)

где  $m$  – масса шхуны,  $\rho$  – плотность воды,  $H$  – высота шхуны от дна до ватерлинии. Если шхуна порожняя,  $m = \rho_1 S(H - h_1) = \rho_2 S(H - h_2)$ . (2)

Если шхуна полностью загружена,  $m + m_1 = \rho_1 SH$ ,  $m + m_2 = \rho_2 SH$ . (3)

А с учетом (2) масса груза  $m_1 = \rho_1 Sh_1$ ,  $m_2 = \rho_2 Sh_2$ . (4)

Отсюда  $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2 h_1}{m_1 h_2}$ . (5) Тогда, деля уравнения (3), получаем  $\frac{m + m_1}{m + m_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ .

Отсюда  $m = \frac{m_2 - m_1 \frac{\rho_2}{\rho_1}}{\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1}$ . (6) Подставляя в (6) выражение (5), получаем

$$m = m_1 \frac{1 - \frac{h_1}{h_2}}{\frac{h_1}{h_2} - \frac{m_1}{m_2}} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{Расчет } m &= 50 \frac{1 - \frac{0,5}{0,6}}{\frac{0,5}{0,6} - \frac{50}{63}} = 50 \frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{6} - \frac{50}{63}} = \\ &= \frac{50}{5 - \frac{300}{63}} = \frac{50 \cdot 63}{15} = 210 \text{ т} \end{aligned}$$

Ответ:  $m = 210$  тонн.

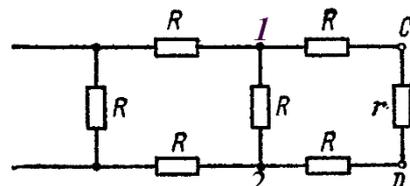
Примерные критерии оценивания	Баллы
Общее условие равновесия (1)	2
Условие равновесия для порожней шхуны (2)	1
Условия равновесия для загруженной шхуны	1
Получение формулы (5)	1
Получение формулы (6)	1
Получение итоговой формулы (7)	2
Расчет и правильный ответ	2

### Задача 10.4

#### Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Между точками  $C$  и  $D$  необходимо включить такое сопротивление  $r$ , чтобы сопротивление последней ячейки между точками 1 и 2 было также равно  $r$  (вывод 1). В этом случае последнюю ячейку можно заменить сопротивлением  $r$ , затем то же сделать с предпоследней ячейкой и т.д. В этом случае общее сопротивление всей цепи не будет зависеть от числа ячеек и будет равно также  $r$  (вывод 2). Для последней ячейки сопротивление между точками 1 и 2 вычисляется по закону параллельного соединения



$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r+2R}, \quad (1) \quad \text{и} \quad \text{равно} \quad R_{12} = \frac{(r+2R)R}{r+3R}. \quad (2)$$

Так как это сопротивление должно равняться  $r$ , то получаем уравнение

$$r = \frac{(r+2R)R}{r+3R}, \quad (3) \quad \text{которое приводится к квадратному } r^2 + 2Rr - 2R^2 = 0. \quad (4)$$

Решение уравнения (4.4) достаточно просто  $r_{1,2} = \frac{-2R \pm \sqrt{4R^2 + 8R^2}}{2} = R(-1 \pm \sqrt{3}), \quad (5)$

Один из корней отрицателен и по физическому смыслу не подходит. Следовательно, искомое сопротивление  $r = R(\sqrt{3} - 1) = 0,732R. \quad (6)$

Примерные критерии оценивания	Баллы
Сделан вывод 1	2
Вывод 1 расширен до вывода 2	1
Записан закон параллельного соединения для последней ячейки	1
Определено сопротивление последней ячейки (2)	1
Получено уравнение (3)	1
Получена решение уравнения (5)	2
Выполнен верный расчет искомого сопротивления	2

## Задача 10.5

## Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

По построению треугольник  $MND$  – прямоугольный равнобедренный с катетами длиной  $x$ . Угол  $i = 45^\circ$ .

Из треугольников  $MND$  и  $MNF$   $NF = x - b = x \operatorname{tgr}$ . (1)

Отсюда  $x = \frac{b}{1 - \operatorname{tgr}}$ . (2)

По закону преломления (окружающая среда – воздух).

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n. \quad (3) \quad \text{Отсюда} \quad \sin r = \frac{\sin i}{n}. \quad (4)$$

Из тригонометрии  $\operatorname{tgr} = \frac{\sin r}{\cos r} = \frac{\sin r}{\sqrt{1 - \sin^2 r}}$ . (5) После

подстановки

$$x = \frac{b}{1 - \frac{\sin r}{\sqrt{1 - \sin^2 r}}} = b \frac{\sqrt{1 - \sin^2 r}}{\sqrt{1 - \sin^2 r} - \sin r} = b \frac{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} - \frac{\sin r}{n}} = b \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \sin i}$$

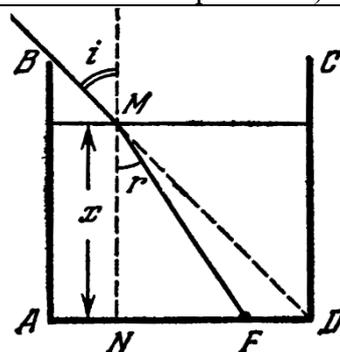
Окончательно,

$$x = \frac{b}{1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{n^2}{\sin^2 i} - 1}}}. \quad (6)$$

Удобнее здесь выполнить расчет:  $x = \frac{10}{1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{16 \cdot 2}{9} - 1}}} = \frac{10}{1 - \frac{3}{\sqrt{23}}} = 26,71 \text{ см.}$

Тогда объем воды  $V = a^2 x$ . (7) Расчет  $V = 40^2 \cdot 26,71 = 42736 \text{ см}^3 = 0,043 \text{ м}^3 = 43 \text{ л}$

Примечание: в источнике высота 27 см и объем 43,2 л.



Примерные критерии оценивания	Баллы
Сделан правильный и понятный рисунок с объяснением	2
Получена формула (2)	1
Из закона преломления получена формула (4)	1
Получена формула (5)	1
Получена формула для высоты воды (6)	2
Выполнен верный расчет	2