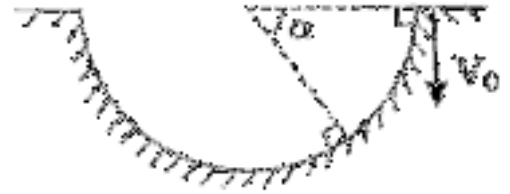


11 класс

Задача 1

Шайба начинает скользить по шероховатой полусферической лунке радиусом R , имея на уровне центра направленную вниз скорость $v = \sqrt{gR}$, где g – ускорение свободного падения. Найти зависимость коэффициента трения от угла α (см. рис.), если известно, что до нижней точки шайба движется равномерно.



Решение:

Записывая второй закон Ньютона в проекции на ось, направленную к центру лунки, находим сил нормальной реакции опоры:

$$N = mg(1 + \sin \alpha)$$

Подставляем это выражение в уравнение второго закона Ньютона в проекции на касательное направление:

$$\mu N = mg \cos \alpha .$$

Здесь учтено, что тангенциальное ускорение равно нулю.

В результате находим искомую зависимость:

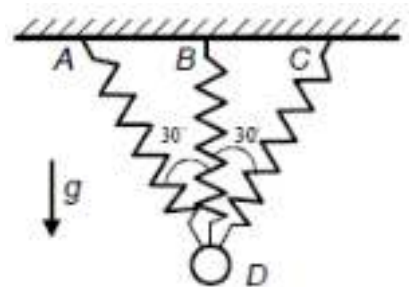
$$\mu = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} .$$

Критерии оценивания

Записан второй закон Ньютона и найдена сила реакции опоры	4 балла
Получено следствие того факта, что тангенциальное ускорение равно нулю	3 балла
Найдена искомая зависимость коэффициента трения от угла α	3 балла

Задача 2

Грузик подвешен в точке D на трех одинаковых пружинах, закрепленных на горизонтальной линии в точках A , B , C , причем расстояние AB равно BC и равно длине недеформированной пружины (см. рис.) В положении равновесия $\angle ADB = \angle BDC = 30^\circ$. Внезапно пружина AD разорвалась. Найти ускорение грузика сразу после разрыва. Массой пружины пренебречь.



Решение

Пусть модули сил натяжения пружин AD и CD равны F_1 и F_1' , а модуль силы натяжения пружины равен F_2 . Условие равновесия по вертикали дает:

$$2F_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + F_2 = mg.$$

По закону Гука имеем:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k(l_1 - l_0)}{k(l_2 - l_0)} = \frac{l_0}{(\sqrt{3} - 1)l_0},$$

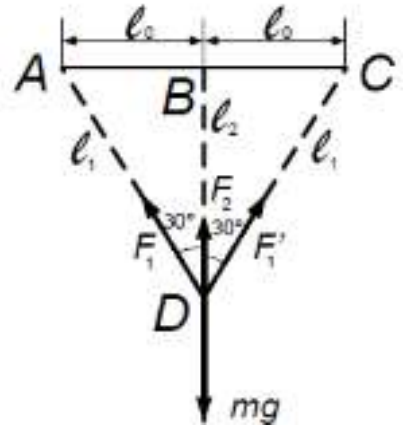
т.е. $F_2 = (\sqrt{3} - 1)F_1$.

Здесь учтено, что, расстояние AB равно BC и равно длине недеформированной пружины l_0 .

Так как после разрыва пружины AD сила ее натяжения обратилась в нуль, то сила, действующая на грузик, стала равной $-F_1$. Из условия равновесия находим:

$$\sqrt{3}F_1 + (\sqrt{3} - 1)F_1 = mg, \quad \text{т.е. } F_1 = \frac{mg}{2\sqrt{3} - 1}.$$

Отсюда $\vec{a} = -\frac{\vec{F}_1}{m}$, $|a| = \frac{g}{2\sqrt{3} - 1}$.



Критерии оценивания

Записано условие равновесия груза	4 балла
Найдена связь сил F_1 и F_2	3 балла
Найдено искомое ускорение грузика	2 балла

Задача 3

Вертикальный цилиндрический теплоизолирующий гладкий сосуд разделен на две части массивным горизонтальным поршнем. В нижней части сосуда находится гелий под давлением $p_1 = 100$ кПа, а верхняя часть вакуумирована. Поршень удерживается в этом положении. Затем его отпускают. После установления равновесия оказалось, что объем, занятый гелием, увеличился на 40%. Найдите давление газа в этом состоянии.

Решение:

Пусть в сосуде содержится ν молей гелия, а его начальный объем равен V . Тогда конечный объем равен $\frac{7V}{5}$ и высота подъема поршня $x = \frac{\Delta V}{S} = \frac{2V}{5S}$, где S – сечение сосуда. В конечном состоянии давление гелия уравновешивается весом поршня:

$$p_2 S = mg \Rightarrow \frac{5\nu R T_2}{7V} S = mg.$$

В процессе сжатия внутренняя энергия газа переходит в потенциальную энергию поршня в поле силы тяжести:

$$-\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) = mgx.$$

Подставив сюда полученные выражения для mg и x , получаем:

$$\frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{5 \nu R T_2}{7V} S \cdot \frac{2V}{5S} \Rightarrow 21(T_1 - T_2) = 4T_2.$$

Следовательно, $T_2 = \frac{21}{25} T_1$.

Согласно объединенному газовому закону $\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$.

Значит, $P_2 = \frac{3}{5} P_1 = 60 \text{ кПа}$.

Критерии оценивания

Записано условие равновесия поршня в конечном состоянии	4 балла
Найдена конечная температура газа	3 балла
Найдено давление газа в конечном состоянии	2 балла

Задача 4

Для охлаждения процессора используется холодильная установка, рабочее тело которой – постоянное количество гелия. Цикл гелия состоит из двух адиабат, изобары и изохоры. Известно, что в ходе изобарического сжатия температура гелия уменьшается на 20°C , а в ходе изохорического нагревания – увеличивается на 30°C . Какую мощность должен потреблять двигатель холодильника, если его КПД равен 75% , а для поддержания постоянной температуры от процессора нужно отводить тепло с мощностью $P_X = 270 \text{ Вт}$?

Решение:

Изобразим диаграмму процесса (см. рисунок).

Поскольку в адиабатических процессах теплообмена нет, то теплота, забранная за цикл рабочим телом у содержимого холодильника Q_x , как и теплота, отданная рабочим телом в окружающую среду Q_n , выражаются через теплоемкости гелия в изобарном и изохорном процессах:

$$Q_x = \nu C_V (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R \Delta t_2$$

$$Q_n = \nu C_P (T_4 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R \Delta t_1,$$

где R - универсальная газовая постоянная.

Из условия энергетического баланса имеем: $A = Q_n - Q_x = \frac{\nu R}{2} (5\Delta t_1 - 3\Delta t_2),$

Значит, холодильный коэффициент этой установки равен:

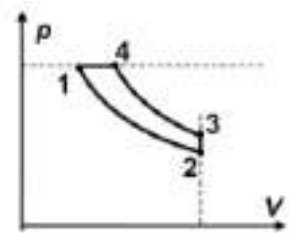
$$k \equiv \frac{Q_x}{A} = \frac{3\Delta t_2}{5\Delta t_1 - 3\Delta t_2} = 9$$

С другой стороны, за один цикл, проходящий за время τ ,

$$Q_x = P_x \tau,$$

а произведенная над гелием работа равна $A = 0,75 \cdot P \tau$, где P – искомая мощность двигателя.

Значит, $0,75P = \frac{P_x}{k}$.



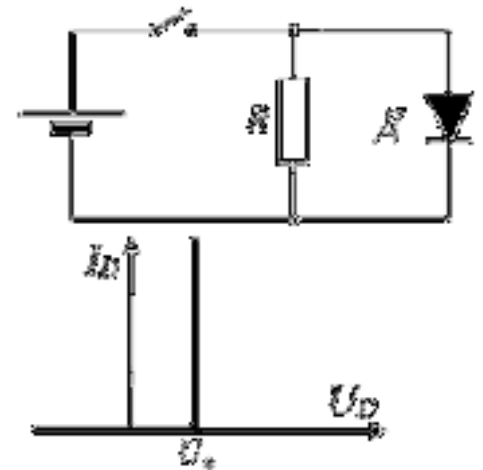
Следовательно, $P = \frac{4(5\Delta t_1 - 3\Delta t_2)}{9\Delta t_2} P_x = 40 \text{ Вт}$.

Критерии оценивания

Определена работа за цикл	4 балла
Найден холодильный коэффициент установки	3 балла
Найдено значение потребляемой мощности	3 балла

Задача 5

В схеме, показанной на рисунке, диод не является идеальным – его вольтамперная характеристика (зависимость силы тока от приложенного напряжения) показана на рисунке. Как видно, у диода есть некоторое пороговое напряжение, ниже которого он заперт даже при прямом включении, а при его превышении он пропускает любой ток. Известно, что величина ЭДС источника в 6 раз больше порогового напряжения диода, а внутреннее сопротивление источника во столько же раз меньше сопротивления резистора. Найдите отношение мощности, выделяемой на диоде, к мощности, выделяемой на резисторе.



Решение:

Источник подключен к диоду в «правильной» полярности, и в отсутствие диода напряжение на резисторе равнялось бы

$$U'_R = \frac{6U_0}{R + \frac{R}{6}} R = \frac{36}{7} U_0 \geq U_0, \text{ то есть диод будет открыт.}$$

Значит, напряжение на диоде и резисторе на самом деле $U_R = U_D = U_0$,

и отношение мощностей равно отношению токов: $\frac{P_D}{P_R} = \frac{I_D}{I_R}$.

Ток через резистор равен $I_R = \frac{U_0}{R}$,

а ток в ветви с источником определяется из уравнения

$$6U_0 - I \frac{R}{6} = U_0. \text{ Значит, } I = 30 \frac{U_0}{R}.$$

Следовательно, $I_D = I - I_R = 29 \frac{U_0}{R}$.

В итоге получаем: $\frac{P_D}{P_R} = 29$.

Критерии оценивания

Установлен тот факт, что диод открыт	3 балла
Найдено значение силы тока через резистор	3 балла
Найдено значение общей силы тока в цепи	2 балла
Найдено искомое отношение мощностей	2 балла

Общие критерии оценивания решения, приведенного участником Олимпиады

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8-9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты , в целом не влияющие на результат, либо присутствуют ошибки в вычислениях , вследствие которых получен неверный численный ответ.
5-7	Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не только математические, но и физические). Есть понимание физики явления , но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение.
3-4	Есть решение , содержащее верные формулы , относящиеся к сути задачи, но не доведенное до конца, либо решение доведено до конца, но вследствие грубых физических ошибок получен неверный результат.
1-2	Есть отдельные уравнения , относящиеся к решению задачи, при отсутствии решения, либо угадан правильный ответ .
0	Решение совершенно неверное, или отсутствует.