ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2022/23 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

ФИЗИКА
11 КЛАСС

Материалы для членов жюри (ключи, критерии оценивания)
Максимальное количество баллов – 50 баллов.
На решение заданий муниципального этапа олимпиады по физике учащимся 11 класса отводится 3 часа 50 минут.

Задача №1 (10 баллов). Антон стоит в точке A на расстоянии ℓ от края обрыва и бросает мяч под углом 30° к горизонту (см. рисунок 1.1). Минимальное расстояние от основания обрыва, на котором Ваня может поймать свободно летящий мяч в точке B равно $\ell/2$. С какой начальной скоростью брошен мяч? Каковы высота обрыва и время полета мяча? Сопротивлением воздуха и ростом мальчиков пренебречь.

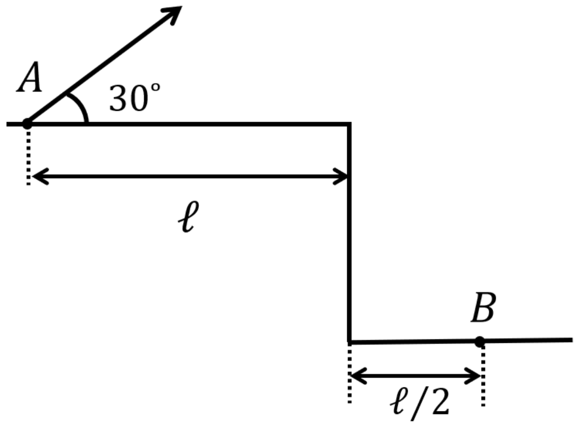

Рисунок 1.1.

Возможное решение: Мяч полетит по параболической траектории, причём, чтобы Ваня мог поймать мяч на минимальном расстоянии от основания обрыва, траектория мяча должна «касаться» края обрыва, как показано на рисунке 1.2.

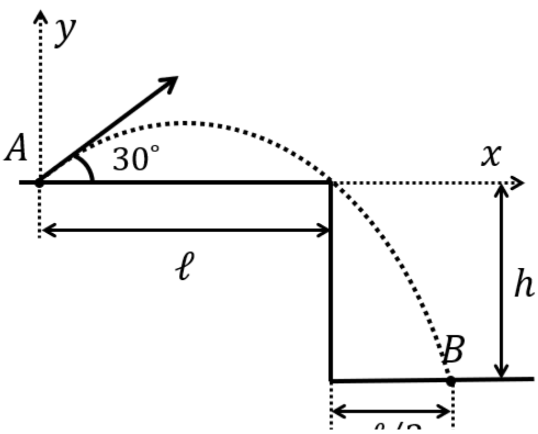

Рисунок 1.2.

Дальность полета мяча до края обрыва определяется по известной формуле

$$\ell = \frac{v_0^2 sin2\alpha}{g} = \frac{\sqrt{3}v_0^2}{2g}, \qquad (1)$$

из которой можно найти начальную скорость мяча

$$v_0 = \sqrt{\frac{2g\ell}{\sqrt{3}}}. \qquad (2)$$

Движение мяча вдоль горизонтальной оси является равномерным с постоянной скоростью $v_x = v_0 cos\alpha$, тогда время движения мяча можно найти как

$$t = \frac{\ell + \ell/2}{v_0 cos\alpha} = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}\ell}{2g}}. \qquad (3)$$

Вдоль вертикальной оси мяч движется с постоянным ускорением g, направленным вниз, тогда соответствующее уравнение движения будет иметь вид

$$-h = v_0 sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (4)$$

Откуда находим высоту обрыва

$$h = -\frac{\sqrt{3}}{2}\ell + \frac{3\sqrt{3}}{4}\ell = \frac{\sqrt{3}}{4}\ell. \qquad (5)$$

Критерии оценивания:

1. Указано, что траектория полета мяча касается края обрыва **1 балл**
2. Найдена начальная скорость мяча $v_0 = \sqrt{\frac{2g\ell}{\sqrt{3}}}$ **3 балла**
3. Найдено полное время полёта $t = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}\ell}{2g}}$ **3 балла**
4. Найдена высота обрыва $h = \frac{\sqrt{3}}{4}\ell$ **3 балла**

Задача № 2 (10 баллов). В эксперименте измеряется зависимость массы воды, находящейся в закрытом сосуде, от медленно изменяющегося объема сосуда при постоянной температуре. Результаты измерений приведены в таблице 1. При этом объемом воды в жидком состоянии можно пренебречь по сравнению с объемом сосуда.

Определите:

1) общую массу воды и пара в сосуде;
2) плотность насыщенного водяного пара при температуре эксперимента;
3) температуру, при которой проходил эксперимент;
4) объем сосуда, при котором вся вода испарится при температуре 18 °С;
5) давление водяного пара в сосуде при температуре 18 °С.

Плотность насыщенного водяного пара для разных температур приведена в таблице 2.

Таблица 1

№ опыта	Объем, м^3	Масса воды, г
1	0,5	34,5
2	1,0	23,0
3	1,5	11,5
4	2,0	0
5	2,5	0
6	3,0	0

Таблица 2

Темпера-тура, °С	Плотность нас. пара, г/м^3	Темпера-тура, °С	Плотность нас. пара, г/м^3
11	10,0	17	14,5
12	10,7	18	15,4
13	11,4	19	16,3
14	12,1	20	17,3
15	12,8	25	23,0
16	13,6	50	83,0

Возможное решение: Так как сосуд закрыт, то общая масса m_0, равная сумме масс воды $m_в$ и пара $m_п$, остается неизменной.

$$m_0 = m_в + m_п \qquad (1)$$

Так как объем сосуда изменяется медленно, то вода и пар находятся в равновесии, т.е. пар является насыщенным. При неизменной температуре плотность насыщенного пара остается постоянной. Тогда зависимость массы воды от объема сосуда определяется уравнением

$$m_в = m_0 - m_п = m_0 - \rho_{нас}V \qquad (2)$$

Из таблицы 1 видно, что при возрастании объема сосуда масса воды уменьшается по линейному закону до нуля, имеющего место при объеме 2 м^3. Отсюда, при объеме, который можно считать практически нулевым, получим $m_0 = 46$ г.

Из зависимости (2) можно также определить плотность насыщенного пара

$$\rho_{нас} = \frac{m_0 - m_в}{V} = \frac{46 \text{ г}}{2 \text{ м}^3} = 23 \, ^{\text{г}}/_{\text{м}^3}.$$

По таблице 2 можно определить соответствующую температуру пара 25 °С.

Используя таблицу 2, найдем плотность насыщенного пара при температуре 18 °С она равна $\rho_{нас2} = 15{,}4 \, ^{\text{г}}/_{\text{м}^3}$. Тогда при той же полной массе $m_0 = 46$ г, используя зависимость (2), найдем объем, при котором вся вода испарится, т.е. $m_в = 0$:

$$V_2 = \frac{m_0}{\rho_{нас2}} = \frac{46 \text{ г}}{15{,}4 \, ^{\text{г}}/_{\text{м}^3}} = 3 \text{ м}^3.$$

Давление водяного пара при 18 °С определим из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$p_{нас2} = \frac{\rho_{нас2} RT}{M(H_2O)} = \frac{15{,}4\,{}^{г}/_{м^3} \cdot 8{,}31\,{}^{Дж}/_{К \cdot моль} \cdot (273 + 18)К}{18\,{}^{г}/_{моль}} = 2069\ Па.$$

Критерии оценивания:

1) получена зависимость (2) **2 балла**
2) найдена общая масса воды и пара $m_0 = 46$ г **2 балла**
3) найдена плотность насыщенного водяного пара $\rho_{нас} = 23\,{}^{г}/_{м^3}$ **2 балла**
4) найдена температура пара в эксперименте 25 °С **1 балл**
5) найден объем, при котором испарится вся вода при 18 °С $V_2 = 3$ м^3 **1 балл**
6) найдено давление водяного пара при 18 °С $p_{нас2} = 2069$ Па **2 балла**

Задача № 3 (10 баллов). Электрическая схема состоит из бесконечного числа одинаковых элементов цепи, включающих два сопротивления R и конденсатор емкости C (см. рисунок 3.1). Данную схему подключили к источнику тока с напряжением U.

Необходимо определить:

1) Электрическое сопротивление схемы между клеммами A и B.
2) Заряд на N-ом конденсаторе.
3) Количество тепла, выделившегося на первых 2022 элементах схемы после её отключения от источника тока.

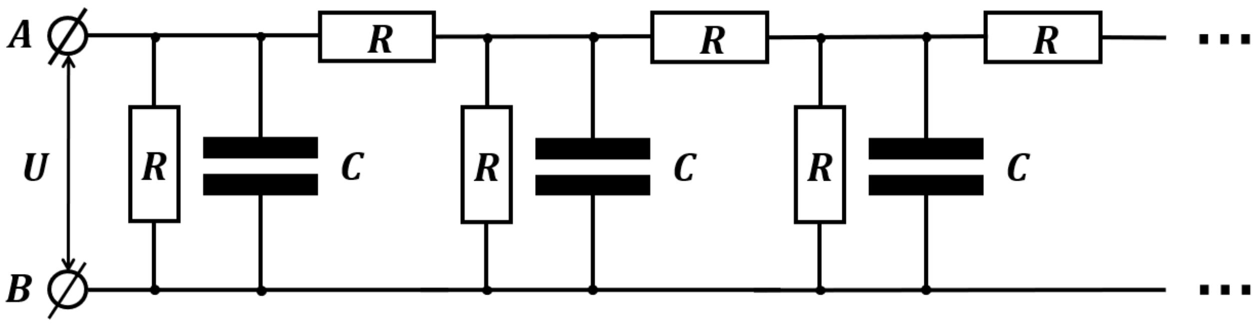

Рисунок 3.1.

ФИЗИКА
11 КЛАСС

Возможное решение: После подключения источника тока конденсаторы зарядятся до тех напряжений, при которых ток через них прекратится, и далее их можно исключить. Соответствующая схема показана на рисунке 3.2.

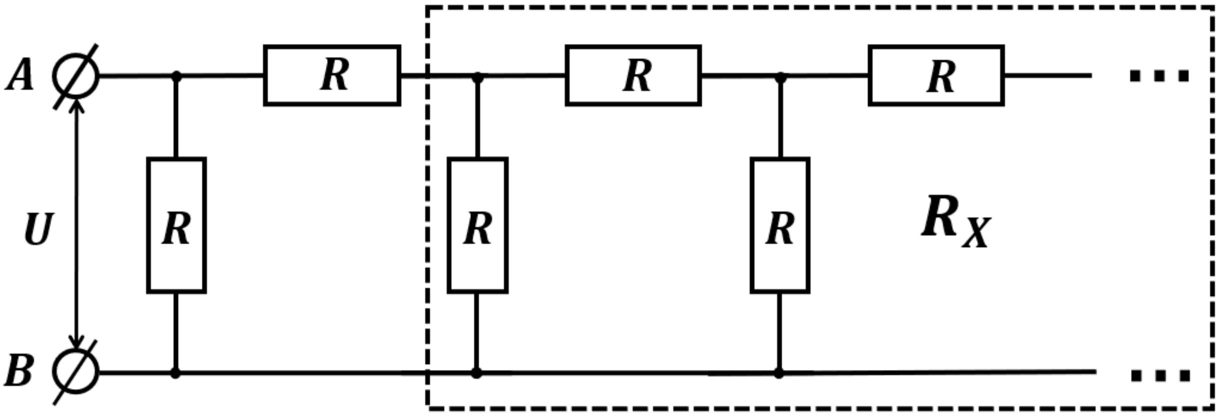

Рисунок 3.2.

Обозначим сопротивление схемы между клеммами A и B как R_X. Так как цепочка сопротивлений бесконечна, то сопротивление цепочки, выделенной пунктиром на рисунке 3.2, также равно R_X. Построим эквивалентную схему (рисунок 3.3). С учетом соединения сопротивлений в эквивалентной схеме запишем уравнение

$$R_X = \frac{(R_X + R)R}{R_X + 2R} \quad \text{или} \quad R_X^2 + R_X R - R^2 = 0.$$

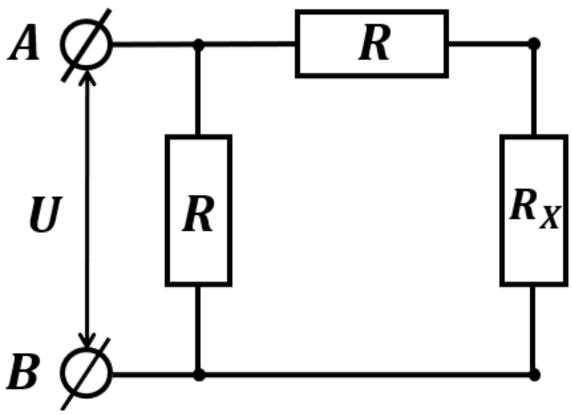

Рисунок 3.3.

Решая квадратное уравнение относительно R_X получим

$$R_X = \frac{(\sqrt{5} - 1)R}{2} \approx 0{,}618\, R.$$

Число $\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ называется золотым сечением.

Для вычисления заряда на N-ом конденсаторе рассмотрим N-й элемент схемы. Обозначения токов и напряжений указано на рисунке 3.4. С учетом данных обозначений запишем уравнения

$$I_{N+1} = I_N - I'_{N+1}$$
$$I'_{N+1} = \frac{U_N}{R};\ U_N = I_N R_X.$$

Откуда получаем

$$I_{N+1} = I_N\left(1 - \frac{R_X}{R}\right) = I_N\frac{3-\sqrt{5}}{2},$$
$$U_{N+1} = U_N - I_{N+1}R = U_N\left(2 - \frac{R}{R_X}\right) = U_N\frac{3-\sqrt{5}}{2}.$$

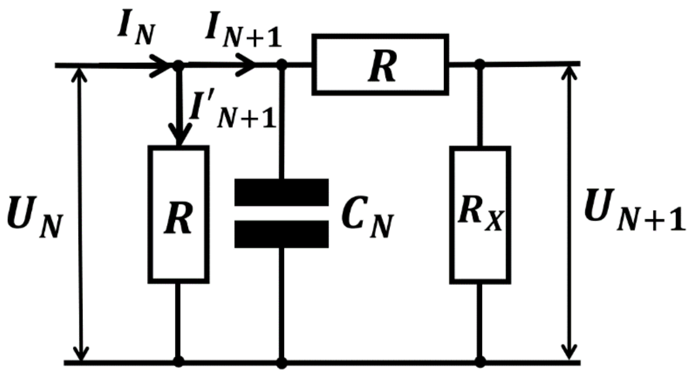

Рисунок 3.4.

Для первого элемента схемы $U_1 = U$. Напряжения на остальных элементах являются членами геометрической прогрессии, т.е.

$$U_N = U\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{N-1}$$

Заряд на N-ом конденсаторе

$$q_N = CU_N = CU\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{N-1} \approx CU\cdot 0{,}382^{N-1}.$$

После отключения схемы от источника питания тепло на резисторах будет выделяться благодаря энергии, запасённой в 2022 конденсаторах:

$$Q = W_1 + \cdots + W_N.$$

Энергия N-го конденсатора

$$W_N = \frac{CU_N^2}{2} = \frac{CU^2}{2}\left(\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^2\right)^{N-1} = \frac{CU^2}{2}\left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{N-1},$$

тогда, используя выражение для суммы геометрической прогрессии, получим

$$Q = W_1 + \cdots + W_N = \frac{CU_1^2}{2} + \cdots + \frac{CU_N^2}{2} = \frac{CU^2}{2}\left(1 + \cdots + \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{N-1}\right)$$
$$= \frac{CU^2}{2}\left(\frac{1 - \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{2022}}{1 - \frac{7-3\sqrt{5}}{2}}\right) = \frac{CU^2}{3\sqrt{5}-5} \approx 0{,}59\cdot CU^2.$$

Критерии оценивания:

1) Найдено сопротивление схемы: $R_X = \frac{(\sqrt{5}-1)R}{2} \approx 0{,}618\ R$ **3 балла**

2) Найден заряд N-го конденсатора: $q_N = CU\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{N-1} \approx CU \cdot 0{,}382^{N-1}$ **4 балла**

3) Найдено количество тепла, выделившегося на первых 2022 элементах схемы после её отключения от источника тока $Q = \frac{CU^2}{3\sqrt{5}-5} \approx 0{,}585 \cdot CU^2$ **3 балла**

Задача №4 (10 баллов). Геостационарный спутник, измеряющий магнитное поле, находится на стационарной круговой орбите, проходящей над экватором. За счет суточного вращения Земли спутник неподвижен относительно её поверхности. На краях спутниковой антенны, имеющей длину 5 метров и направленной к центру Земли, вследствие вспышки на Солнце зарегистрирована разность потенциалов 30 мВ. Определите величину индукции магнитного поля, если его силовые линии перпендикулярны антенне и направлению движения спутника. Радиус Земли принять равным 6400 км, а ускорение свободного падения на её поверхности равным 9,8 м/с^2.

Возможное решение: Определим скорость спутника v. Из условия задачи можно сделать вывод, что спутник находится на геостационарной орбите, т.е. период суточного вращения Земли $T_З$ равен периоду вращения спутника:

$$T_З = T = \frac{2\pi R}{v}, \qquad (1)$$

где R − радиус орбиты. Используем также условие стационарности орбиты:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{GmM_З}{R^2}. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что

$$R = \frac{GM_З}{v^2};\ v = \frac{2\pi R}{T_З} = \frac{2\pi GM_З}{T_З v^2};\ v = \sqrt[3]{\frac{2\pi GM_З}{T_З}} = \sqrt[3]{\frac{2\pi g R_З^2}{T_З}}. \qquad (3)$$

ФИЗИКА
11 КЛАСС

Разность потенциалов $\Delta\varphi$, зарегистрированная на концах антенны, возникла в результате явления электромагнитной индукции. Закон электромагнитной индукции Фарадея для проводника длины ℓ, движущегося и ориентированного перпендикулярно силовым линиям магнитного поля:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\ell\Delta x}{\Delta t} = \upsilon B\ell. \qquad (4)$$

Определим величину индукции магнитного поля B, используя (3) и (4):

$$B = \frac{\Delta\varphi}{\ell\upsilon} = \frac{\Delta\varphi}{\ell}\sqrt[3]{\frac{T_3}{2\pi g R_3^2}} = \frac{30\cdot 10^{-3}\text{В}}{5\text{м}}\sqrt[3]{\frac{24\cdot 3600\ \text{с}}{2\pi\cdot 9{,}8\frac{\text{м}}{c^2}\cdot 6{,}4^2\cdot 10^{12}\ \text{м}^2}} = 2\ \text{мкТл}.$$

Критерии оценивания:

1) Определено условие для геостационарной орбиты (1) **2 балла**
2) Записано условие стационарности круговой орбиты (2) **2 балла**
3) Получено выражение для скорости спутника (3) **2 балла**
4) Сформулирован закон Фарадея для данного случая (4) **2 балла**
5) Найдено конечное выражение для B (5) **1 балл**
6) Вычислено значение $B = 2$ мкТл **1 балл**

Задача №5 (10 баллов). Известно, что при прохождении лазерного луча из воздуха в стекло с показателем преломления 1,5 толщина светового пучка увеличивается на четверть. Объясните данное явление и определите угол падения лазерного луча.

Возможное решение: Толщина пучка увеличится из-за преломления света на границе раздела двух сред с разными показателями преломления. Причем толщина пучка изменится только в плоскости, образованной направлением падающего луча и перпендикуляром к границе раздела двух сред.

Построим чертеж хода крайних лучей пучка (см. рисунок 5.1). На рисунке указаны: α, β – углы падения и преломления; a, b – толщина пучка в воздухе и стекле; показатель преломления

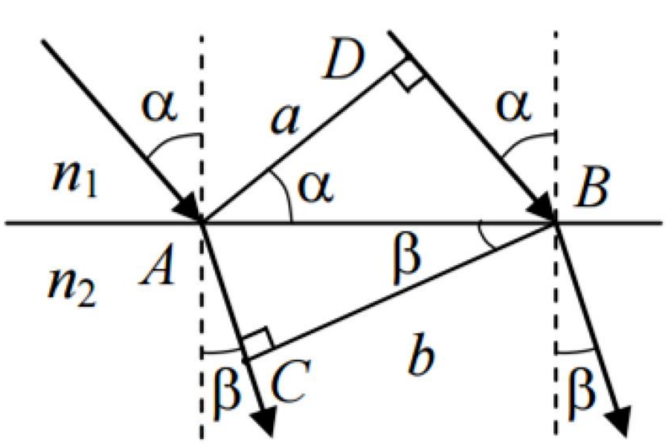

Рисунок 5.1.

воздуха $n_1 = 1$; показатель преломления стекла $n_2 = 1{,}5$.

Запишем закон преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_2. \qquad (1)$$

По условию задачи

$$m = \frac{b}{a} = 1{,}25. \qquad (2)$$

Заметим, что у прямоугольных треугольников *ABD* и *ABC* общая гипотенуза *AB*, поэтому можно записать соотношение

$$m = \frac{b}{a} = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}. \qquad (3)$$

Исключим β из системы уравнений (1) и (3)

$$\sin\beta = \sqrt{1 - cos^2\beta} = \sqrt{1 - m^2 cos^2\alpha} = \sqrt{1 - m^2 + m^2 sin^2\alpha} = \frac{\sin\alpha}{n_2}.$$

Из полученного уравнения находим

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{n_2^2(m^2-1)}{n_2^2 m^2 - 1}}. \qquad (4)$$

Подставим данные из условия задачи в выражение (4)

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 1\right)}{\left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 1}} = \sqrt{\frac{81}{161}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Откуда получаем $\alpha = 45^\circ$.

Критерии оценивания:

1) Правильно объяснено явление и построен чертеж хода лучей **3 балла**

2) Записан закон преломления (1) $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_2$ **2 балла**

3) Получено соотношение (3) $\frac{b}{a} = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$ **2 балла**

4) Получена итоговая формула (4) $\sin\alpha = \sqrt{\frac{n_2^2(m^2-1)}{n_2^2 m^2-1}}$ **2 балла**

5) Рассчитан угол падения $\alpha = 45^\circ$ **1 балл**