Министерство общего и профессионального образования Ростовской области

II ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ по ФИЗИКЕ 2022-23 гг

11 класс

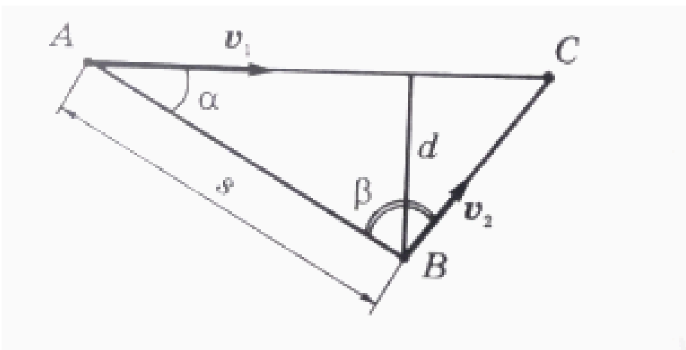
Задача № 1. ***Поездка автостопом***

Автобус движется по магистрали с постоянной скоростью v_1 = 16 м/с. На расстоянии d = 60 м от шоссе и s = 400 м от автобуса находится турист, который может бежать со скоростью v_2 = 4 м/с. В каком направлении он должен бежать, чтобы остановить приближающийся автобус? При какой наименьшей скорости человека v_{min} это вообще возможно? В каком направлении следует при этом бежать?

Возможное решение

1. Для решения удобнее перейти в систему отсчета, связанную с автобусом. В этой системе отсчета скорость $\boldsymbol{V}$ человека есть разность векторов $\mathbf{v_2}$ и $\mathbf{v_1}$:

$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{v_2} - \boldsymbol{v_1}$, изначально автобус находится в точке А, человек – в точке В (см. рис). Величина скорости V роли не играет, а направление должно быть таким, чтобы человек пересек шоссе правее неподвижного в выбранной системе автобуса (точка С) или, в крайнем случае, выбежал точно на автобус.



Очевидно, угол β между отрезком AB и направлением v_2 должен лежать в пределах $\beta_1 \leq \beta \leq \beta_2$, где β_1 и β_2 – два решения уравнения

$$\sin\beta = (v_1/v_2)\sin\alpha$$

(уравнение следует из теоремы синусов), удовлетворяющие условию $0 < \beta < \pi$. Здесь $\sin\alpha = d/s$.

2. Таким образом, $\arcsin(v_1d/v_2s) \leq \beta \leq 180^o - \arcsin(v_1d/v_2s)$; $37^o \leq \beta \leq 143^o$.

Поскольку область решений соответствует условию

$$\sin\beta \geq (v_1/v_2)\sin\alpha = dv_1/sv_2,$$

то $dv_1/sv_2 \leq 1$, или $v_2 \geq v_1d/s$.

3. Значит, $v_{min} = v_1d/s = 2{,}4$ м/с.

4. При такой скорости $\sin\beta = 1$, $\beta = 90^o$.

Ответ: Человеку нужно бежать под прямым углом к направлению на автобус (а не к дороге) с минимальной скоростью 2,4 м/с.

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 2 балла

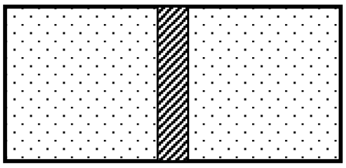
За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 2. *Колебания поршня*

Поршень массой m находится в равновесии посредине герметично закрытого цилиндра длиной $2L$ (см. рис.). В каждой половине цилиндра находится ν молей газа, имеющего абсолютную температуру T. Толкнув цилиндр, можно вызвать малые колебания поршня. Определить их период τ, считая, что температура газа при колебаниях остается неизменной. Трением пренебречь.



Возможное решение

1. Движение поршня описывается уравнением второго закона Ньютона:

$$ma = F = S\Delta P,$$

где S – площадь поперечного сечения поршня, ΔP – разница давлений газа по обе стороны от поршня.

2. При малых смещениях x поршня от положения равновесия (когда $x << L$) $\Delta P = \nu \cdot RT[1/(V+\Delta V) - 1/(V - \Delta V)] \approx -2\nu RT\Delta V/V^2 = -2\nu RTx/(SL^2)$,

откуда $ma = -2\nu RTx/L^2$,

или $mx'' + 2\nu RTx/L^2 = 0$,

где $a = x''$ (вторая производная от смещения x поршня по времени).

3. Это уравнение является уравнением гармонических колебаний с частотой, равной корню квадратному из коэффициента, стоящего перед x, то есть

$$\omega = [2\nu RT/m]^{1/2}/L.$$

4. Тогда для периода колебаний получим:

$$\tau = 2\pi/\omega = 2\pi L[m/(2\nu RT)]^{1/2} = \pi L[2m/(\nu RT)]^{1/2}$$ **(ответ)**

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 3 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 3. ***Трансформер: электродвигатель и генератор***

Электродвигатель, включенный в сеть постоянного тока с напряжением

U = 120 В, при полном сопротивлении цепи R = 20 Ом, передает приводу мощность P = 160 Вт. Какую ЭДС разовьет этот двигатель, если его использовать как генератор, вращая якорь с той же скоростью, какую он имел, работая как двигатель?

Возможное решение

1. Из закона сохранения и превращения энергии следует, что если источник дает постоянное напряжение U, при этом полное сопротивление цепи R и электродвигатель развивает механическую мощность P, то

$$IU = I^2R + P,$$

где I – сила тока в цепи.

2. При перемещении контура с током I в магнитном поле силы поля совершают над проводником работу

$$A = I\Delta\Phi.$$

Развиваемая при этом механическая мощность равна

$$P = I\Delta\Phi/\Delta t.$$

3. Поскольку в контуре при изменении магнитного потока на $\Delta\Phi$ возникает ЭДС индукции $\varepsilon_и = \Delta\Phi/\Delta t$, мощность будет равна

$$P = I\varepsilon_и.$$

ЭДС индукции в якоре пропорциональна скорости его вращения, поэтому если использовать электромашину как генератор, вращая якорь с той же угловой скоростью, что и при работе электродвигателя, то ЭДС генератора ε будет равна ЭДС индукции в электродвигателе:

$$\varepsilon = \varepsilon_и.$$

4. Исключая неизвестные I и $\varepsilon_и$, получим для определения искомой величины уравнение $\varepsilon^2 - U\varepsilon + PR = 0,$

из которого находим: $\varepsilon = ½\,[U \pm (U^2 - 4PR)^{1/2}].$

5. Подставляя численные значения, получим, что возможны два ответа: ε_1 = 80 В, ε_2 = 40 В. **(ответ)**

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 4. ***Стеклянное кольцо в магнитном поле***

По тонкому стеклянному кольцу, лежащему на гладкой горизонтальной плоскости, равномерно распределен заряд Q. Индукция магнитного поля, перпендикулярного плоскости кольца, равномерно меняется от 0 до B_0. Какую угловую скорость вращения приобретет при этом кольцо? Масса кольца m.

Возможное решение

1. При изменении магнитного поля возникает вихревое электрическое поле, напряженность которого в каждой точке кольца направлена по касательной к кольцу. На заряды кольца в этом поле действуют силы, благодаря которым кольцо приходит в движение. Изменение кинетической энергии кольца за время Δt равно работе, совершаемой этими силами. Если угловая скорость кольца равна ω, то за время Δt оно поворачивается на угол $\Delta\varphi = \omega\Delta t$. При этом повороте по контуру проходит заряд Δq, которым обладает участок длины $\Delta\varphi R$. Так как заряд единицы длины кольца равен $Q/(2\pi R)$, то

$$\Delta q = \Delta\varphi RQ/(2\pi R) = \omega\Delta t Q/(2\pi).$$

2. Работа, совершаемая при повороте кольца, равна ЭДС индукции, возбуждаемой в контуре, ограниченном кольцом, и умноженной на заряд Δq:

$$\Delta A = |\varepsilon|\Delta q = |\Delta\Phi/\Delta t|\Delta q = |\pi R^2\Delta B/\Delta t|\omega\Delta t Q/(2\pi) = ½\, R^2\omega Q\Delta B.$$

3. Кинетическая энергия кольца за это же время меняется на величину

$$\Delta W = ½\, m(\upsilon + \Delta\upsilon)^2 - ½\, m\upsilon^2 \approx m\upsilon\Delta\upsilon = m\omega R(R\Delta\omega) = m\omega R^2\Delta\omega.$$

4. Приравнивая ΔA и ΔW, получаем

$$\tfrac{1}{2} R^2\omega Q\Delta B = m\omega R^2\Delta\omega, \text{ откуда } \Delta\omega = \tfrac{1}{2} Q\Delta B/m.$$

5. К моменту, когда индукция магнитного поля достигнет значения B_0, угловая скорость кольца станет равной

$$\omega = \tfrac{1}{2} QB_0/m \qquad \textbf{(ответ)}$$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 2 балла

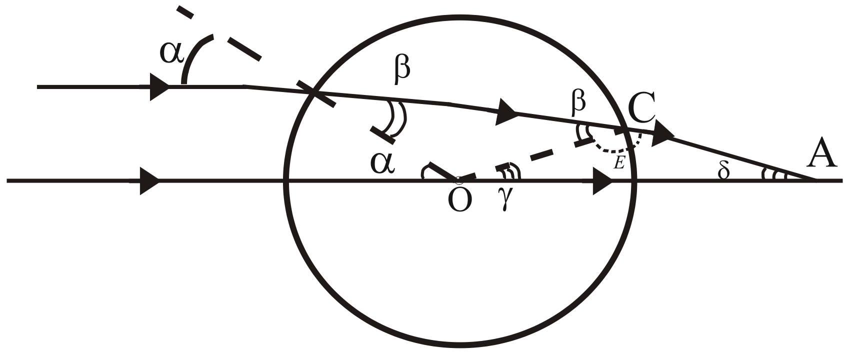
Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 5. *Стеклянный шарик и костер*

На каком расстоянии от пучка сухой травы следует держать центр стеклянного шара радиусом $R = 0{,}03$ м, чтобы сфокусировать солнечные лучи и развести костер? Показатель преломления стекла принять равным $n = 1{,}6$.

Возможное решение

1. Поскольку источник света – Солнце – «бесконечно» далеко, пучок солнечных лучей можно считать параллельным. Покажем на рисунке ход пары лучей. После преломления в шаре они сойдутся в точке А (фокусе), соответственно, на этом расстоянии от пучка сухой травы и следует поместить центр шара (см. рис).



Значит, требуется найти расстояние OA. Углы $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ малы. Для таких углов справедливо: $\sin x \approx x,\ tgx \approx x$ (где угол x выражен в радианах).

Закон преломления на первой границе: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ или $\alpha \approx \beta n$.

2. Из треугольников BOC и OCA видно, что углы равны $\gamma = \pi - \alpha - (\pi - 2\beta) = 2\beta - \alpha = \beta(2 - n)$, и $\delta = \alpha - \gamma = 2\beta(n-1)$.

Запишем теорему синусов для треугольника OAC:

$\frac{OA}{OC} = \frac{\sin\varepsilon}{\sin\delta}$, откуда $OA = OC\frac{\sin\varepsilon}{\sin\delta}$.

3. Учитывая, что $\sin\varepsilon = \sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha \approx \alpha \approx \beta n$, получим:

$$OA = R\frac{\beta n}{2\beta(n-1)} = R\frac{n}{2(n-1)} = R\frac{1{,}6}{2(1{,}6-1)} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}R = 0{,}04\text{м}$$

Ответ: 4 см

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 3 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.