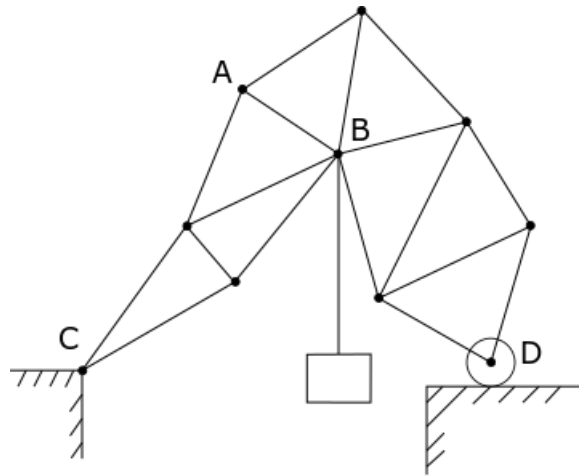


**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по физике.
2022-23 учебный год. 11 класс. Максимальный балл – 50.**

Задача №1

Вася решил собрать конструкцию для лазания младшего брата, чтобы тот не отвлекал его от чтения физики. Взяв у отца обрезки легких алюминиевых стержней и легкие шарниры, он соорудил из них между столами мост, указанный на рисунке (стержни показаны отрезками, а шарниры - точками). Левый край конструкции (точку C) Вася шарнирно закрепил, а про правый край (точку D) забыл – он может скользить по поверхности без трения. Для проверки прочности конструкции Вася прицепил к точке B ведро с водой массой $m = 10$ кг. Конструкция выдержала, поэтому Вася решил проверить стержень AB, сильно охладив его. Стержень не сломался и не погнулся, но сжался на $x = 2$ мм, а груз сдвинулся по вертикали на $h = 1$ мм.



Вопрос №1: Некоторые стержни моста образуют жёсткие конструкции, движущиеся как твёрдые тела в процессе удлинения стержня AB. Укажите такую конструкцию с наибольшим количеством стержней. Обоснуйте свой ответ.

Вопрос №2: В каком направлении сдвинулся груз: вверх или вниз? Обоснуйте свой ответ.

Вопрос №3: Определите величину силы, сжимающей стержень AB.

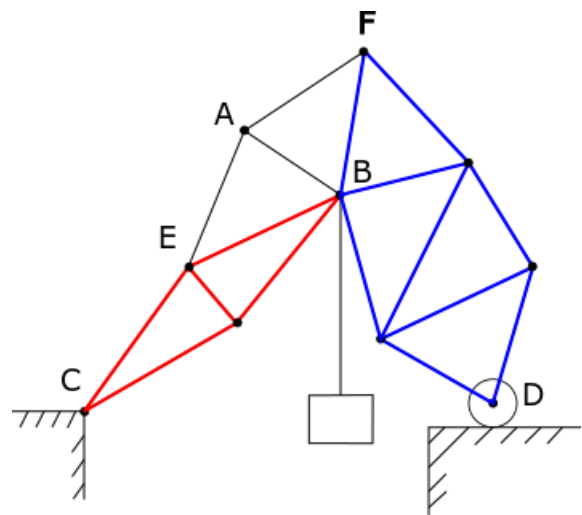
Массы стержней малы по сравнению с массой ведра. Растяжение стержня AB мало по сравнению с длиной стержня, деформациями остальных стержней пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Возможное решение

Вопрос №1. При изменении длины AB меняются углы в треугольниках ABE и ABF, потому в искомой конструкции никаких двух стержней этих треугольников быть не должно. В остальных треугольниках, составленных из стержней, расстояния и углы не меняются, значит они движутся как твёрдые тела. На картинке указаны 2 самые большие конструкции. Ответ – правая (синяя) конструкция.

Вопрос №2. Предположим, что груз сместится вниз. Для этого красная (левая) конструкция должна повернуться по часовой стрелке относительно точки C, а синяя (правая) – против часовой.

Легко заметить, что уменьшение стержня AB при фиксированных длинах AF, FB приводит к увеличению угла ABF. То же самое происходит с углом EBA при уменьшении AB при постоянных длинах AE и BE. В результате полный угол EBF увеличивается, т.е. синяя (правая) конструкция повернется по часовой стрелки относительно красной (левой). При условии, что уровень опор на столы остается постоянным, красная конструкция будет



поворачиваться против часовой стрелке, а синяя – по. Значит, предположение было неверным, т.е. груз сместится вверх.

Вопрос №3. Если система твёрдых тел находится в равновесии, то при малой деформации системы сумма работ внешних сил должна быть равна нулю, при этом сами силы можно считать постоянными.

Рассмотрим конструкцию из стержней без стержня АВ. На неё действуют внешние силы: реакция левого шарнира F_L , нормальная реакция опоры справа N , сила тяжести груза mg , а также силы упругости стержня АВ на его концах $F_A=F_B=F$. Левая опора не перемещается, её работа – 0. Правая опора смещается перпендикулярно силе, работа также 0. Работа силы тяжести – $(-mgh)$. Силы упругости стержня направлены вдоль него, их работа – Fx . Сложив работы, получим: $mgh=Fx$, откуда $F=mgh/x=50$ Н.

Критерии оценивания

№	Критерий	Кол-во баллов
1	Указана наибольшая подходящая конструкция (на рисунке синяя)	1
2	Дано обоснование, почему больше конструкцию взять нельзя	1
3	Указана вторая недеформируемая часть конструкции (на рисунке красная)	1
4	Правильно указаны изменения углов АВЕ и АВF при уменьшении стержня АВ или иным способом обосновано направление поворота левой и правой частей конструкции при сжатии стержня.	1
5	Дан правильный ответ на второй вопрос (балл ставится, даже если нет обоснования)	1
6	Указано соотношение между работами внешних сил для равновесия	2
7	Указаны все внешние силы	1
8	Верно посчитаны работы	1
9	Верный ответ $F = 50$ Н.	1

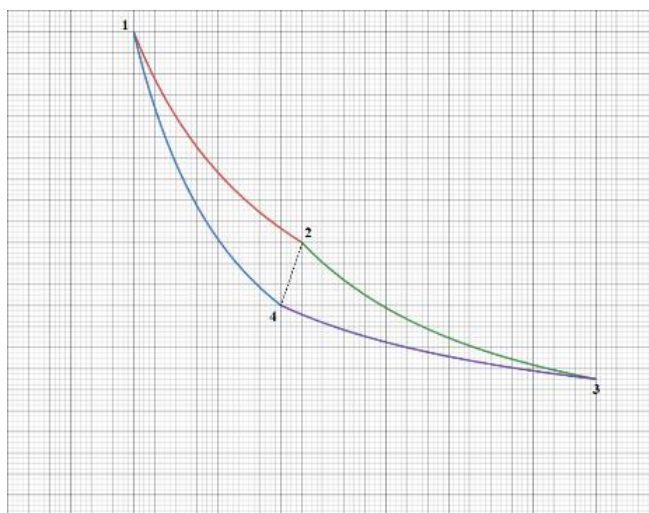
Задача №2

В старом архиве была найдена pV – диаграмма термодинамического цикла Карно, проводимого с идеальным газом. На отдельном листе формата А4 приведена увеличенная копия рисунка. От старости оси давления и объёма стёрлись, но известно, что ось объёмов была направлена вдоль большей стороны листа графика.

Вопрос №1: По рисунку восстановите оси давления и объёма.

Вопрос №2: Сколько атомов содержит одна молекула газа, являющегося рабочим телом цикла?

Вопрос №3: Определите КПД цикла $1 - 2 - 3 - 4 - 1$.



Возможное решение

Вопрос №1:

Запишем соотношения для давлений и объемов на участках цикла Карно:

$$1 - 2: p_1 V_1 = p_2 V_2;$$

$$2 - 3: p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma;$$

$$3 - 4: p_3 V_3 = p_4 V_4;$$

$$4 - 1: p_4 V_4^\gamma = p_1 V_1^\gamma.$$

Из них следует уравнение: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$. (1)

По графику определим разницу объёмов в больших клетках:

$$V_2 = V_1 + 8 \text{ кл.}; V_4 = V_1 + 7 \text{ кл.}; V_3 = V_1 + 22 \text{ кл.}$$

Подставив эти значения в уравнение (1), получим, Получим: $V_1 = 8 \text{ кл.}$, т.е. начало оси объемов (ось давлений) расположена на 8 клеток левее 1 точки.

Используем уравнение изотермы 1 – 2 для нахождения положения оси объёмов:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{32 \text{ кл.}}{16 \text{ кл.}} = 2$$

По графику $p_1 = p_2 + 10 \text{ кл.}$, откуда начало оси давлений (ось объёмов) расположены на 10 клеток ниже точки 2.

Альтернативное решение

Обозначим размер клетки V_0, P_0 . Возьмем точки на изотерме 3-4 и учтем, что процесс изотермический:

$$P_4 V_4 = P_3 V_3 = (P_4 - 3,5 P_0)(V_4 + 15V_0)$$

$P_4 V_4 = P_5 V_5 = (P_4 - 2 P_0)(V_4 + 6V_0)$ (точка, которая ровно попадает на координатную сетку).

Перейдем к переменным, выраженным в клеточках: $y = P_4/P_0, x = V_4/V_0$.

Получим систему:

$$xy = (y - 3,5)(x + 15),$$

$$xy = (y - 2)(x + 6).$$

Решение: $y = 7, x = 15$, т.е. точка 4 имеет координаты (15кл., 4кл.), откуда находим положение начала системы координат.

Ответ: начало координат находится на 15 клеток левее 4 точки, на 7 клеток ниже ее.

Аналогично можно написать для горячей изотермы:

$$P_1 V_1 = (P_1 - 4 P_0)(V_1 + 2V_0)$$

$$P_1 V_1 = (P_1 - 10 P_0)(V_1 + 8V_0)$$

и найти $P_1 = 20P_0, V_1 = 8V_0$

Вопрос №2:

Для ответа нам необходимо узнать γ . Рассмотрим адиабату 4 – 1:

$$\frac{p_1}{p_4} \approx \frac{20 \text{ кл.}}{7 \text{ кл.}} \approx 2,857.$$

$$\frac{V_1}{V_4} \approx \frac{8 \text{ кл.}}{15 \text{ кл.}} \approx 0,533.$$

$$pV^\gamma = const$$

Значит, $2,857 \cdot 0,533^\gamma \approx 1$. Отсюда $\gamma \approx 1,67$.

Теоретические значения:

Атомов в молекуле	γ
1	1,67
2	1,40
3	1,33

Значит, одна молекула газа содержит 1 атом. $\gamma = 1,67$.

Альтернативное решение

При адиабатическом процессе $0 = A + \Delta U$.

$\Delta U = i/2 \nu R(T_H - T_X) = i/2 (P_H V_H - P_X V_X)$, где $P_H = 20$ кл., $V_H = 8$ кл. - координаты точки на изотерме 1-2, а $P_X = 7$ кл., $V_X = 15$ кл. - координаты точки на изотерме 3-4. Получаем $\Delta U = i \cdot 27,5$ кл²

Найдем работу, как площадь под графиком функции. Для адиабаты 1-4 это примерно 82,5 кл².

$i = 3,00$, т.е. газ одноатомный.

Такой же результат получается для адиабаты 2-3.

Вопрос №3:

КПД цикла Карно определяется как $\eta = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} = \frac{T_1 - T_4}{T_1}$.

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, преобразуем выражение выше:

$$\eta = \frac{p_1 V_1 - p_4 V_4}{p_1 V_1} = 1 - \frac{p_4}{p_1} \cdot \frac{V_4}{V_1} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^\gamma \cdot \frac{V_4}{V_1} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} = 1 - \left(\frac{8 \text{ кл.}}{15 \text{ кл.}}\right)^{0.67} \approx 34,4\%$$

Альтернативное решение №1

КПД цикла Карно определяется как $\eta = 1 - T_X / T_H$.

Используем уравнение Менделеева – Клапейрона $\eta = 1 - P_X V_X / (P_H V_H)$, где $P_H = 20$ кл., $V_H = 8$ кл. - координаты точки на изотерме 1-2, а $P_X = 7$ кл., $V_X = 15$ кл. - координаты точки на изотерме 3-4.

Получаем $\eta = 1 - T_X / T_H = 34,4 \%$

Альтернативное решение №2 (менее точное)

КПД цикла Карно определяется как $\eta = 1 - T_X / T_H$.

Используем то, что для постоянного объема $T_X / T_H = P_X / P_H = 6,6/10$ (для $V = 16$ кл.).

Получаем

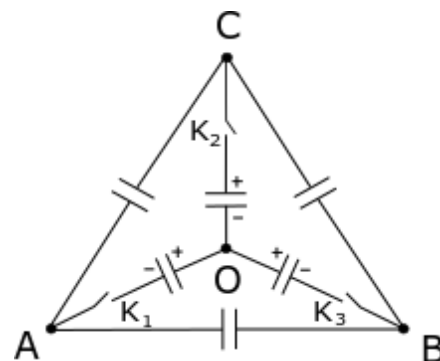
$$\eta = 1 - 6,6 / 10 = 34,0 \%$$

Критерии оценивания

№	Критерий	Кол-во баллов
1	Указано, что цикл Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат	0,5
2	Предложен метод, позволяющий определить положение осей	1
3	Точность метода не хуже авторского	0,5
4	Записаны уравнения, позволяющие определить положения начала координат	1
5	Получены положения осей давлений и объёмов (по 0,5 балла за каждую)	1
6	Предложен метод, позволяющий определить число степеней свободы молекул	1
7	Найдено $\gamma = (1,67 \pm 0,03)$ или $i = (3,00 \pm 0,05)$	1
8	Явно написано, что в молекуле содержится 1 атом	0,5
9	Написана формула для КПД цикла Карно	1
10	Предложен метод для определения КПД	1
11	Точность метода определения КПД не хуже авторского («Альтернативное решение №2» не учитывается)	0,5
12	Вычислен $\eta = 34,4\%$	1

Задача №3

Конденсаторы, подключенные в участках цепи АО, ОС, ОВ (см. рис.), имеют емкость C . Конденсаторы, подключенные в участках цепи АС, ВС, АВ, имеют емкость $2C$. Три центральных конденсатора заряжены одинаковыми зарядами q , так, как показано на рисунке.



Вопрос №1: Какой заряд протечет через ключ K_1 после его замыкания?

Вопрос №2: Какую заряд протечет через ключ K_2 , если замкнуть его при замкнутом K_1 ?

Вопрос №3: Какой заряд протечет через ключ K_3 , если его замкнуть при замкнутых K_1 и K_2 ?

Возможное решение

Вопрос №1:

Если замкнуть только ключ 1, то в цепи не будет замкнутого участка, содержащего заряженные конденсаторы, поэтому ни в одном участке цепи ток не потечет. Ответ $q_1=0$.

Вопрос №2:

При замкнутых ключах K_1 и K_2 ток по участку О-В протекать не будет, поэтому заряд конденсатора ОВ не поменяется и его можно не рассматривать. Найдем разность потенциалов между точками А и С по участкам А-С, А-О-С, А-В-С, принимая во внимание, равенство зарядов на конденсаторах АО, ОС, и АВ, ВС:

$$U_{AC} = q_{AC}/2C = 2(q_{OC}/C) = 2(q_{BC}/2C).$$

Из закона сохранения заряда следует, что $q_{AC} + q_{OC} + q_{BC} = q$. Поэтому

$$q_{AC} = 4q/7, \quad q_{OC} = q/7, \quad q_{BC} = 2q/7.$$

Заряд, прошедший через ключ K_2 равен изменению заряда конденсатора ОС, т.е.

$$q_2 = q - q/7 = 6q/7.$$

Вопрос №3:

Легко заметить, что при замкнутых ключах K_1, K_2, K_3 в силу симметрии потенциалы точек А и В будут одинаковы, т.е.

1. конденсатор АВ будет не заряжен.

2. равны заряды на конденсаторах АС, ВС и АО, ВО.

Найдем разность потенциалов между точками В и С по участкам В-С, В-О-С:

$$U_{BC} = q_{BC}/2C = q_{BO}/C + q_{OC}/C.$$

Из закона сохранения заряда следует, что $q_{OV} + q_{CV} = q$ и $q_{OC} + 2q_{CV} = q$. Поэтому

$$q_{BC} = 4q/7, \quad q_{OC} = -q/7, \quad q_{BO} = 3q/7.$$

Заряд, прошедший через ключ K_3 равен изменению заряда конденсатора ОВ, т.е.

$$q_3 = q - 3q/7 = 4q/7$$

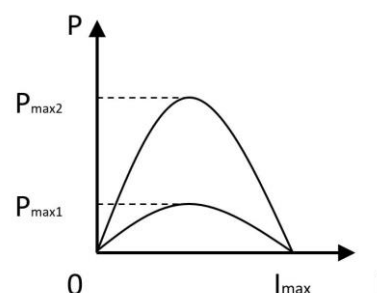
Критерии оценивания

№	Критерий	Кол-во баллов
	Вопрос 1	
1	Если замкнуть только K_1 , то ток не потечет, т.к. нет замкнутой цепи. Ответ $q_1=0$.	1
	Вопрос 2	
2	Учтено, что при разомкнутом K_3 участок ОВ можно не учитывать	1
3	Правильно записан закон сохранения заряда	1

4	Записано условие равенства напряжений для разных участков цепи	1
5	Получено значение $q_2 = 6q/7$	1
	Вопрос 3	
6	Указано на отсутствие напряжения между А и В (конденсатор АВ не заряжен)	1
7	Указано на равенство зарядов конденсаторов АС, ВС и АО, ВО	1
8	Записано условие равенства напряжений для разных участков цепи	1
9	Правильно записаны законы сохранения заряда для 2х фрагментов цепи	1
10	Получено значение $q_3 = 4q/7$	1

Задача №4

Однажды кот Матроскин и пес Шарик каждый собрали по цепи, состоящей из источника тока и внешнего переменного сопротивления. В ходе экспериментов они выяснили, что максимальные силы тока в их цепях одинаковы, а максимальная мощность, выделяющаяся на внешнем сопротивлении, у Шарика в четыре раза больше, чем у Матроскина (см. рисунок). Во сколько раз отличаются внутренние сопротивления и ЭДС источников Шарика и Матроскина?



Возможное решение

Сила тока максимальна при коротком замыкании, когда внешнее сопротивление равно нулю: $I_{\max} = \varepsilon_1/r_1 = \varepsilon_2/r_2$.

Согласно закону Ома для полной цепи $I(R+r) = \varepsilon$, а напряжение на внешнем резисторе $U = IR = \varepsilon - Ir$. Используя эти соотношения, найдем мощность, выделяющуюся во внешней цепи $P = IU = I(\varepsilon - Ir)$. График данной функции это парабола ветвями вниз, пересекающая ось OX в точках $I = 0$ и $I = \varepsilon/r$ (см. рисунок в условии). Максимум такой функции находится посередине между корнями, т.е. при $I = \varepsilon/2r$, или при $R+r = 2r$. Т.е. максимальная мощность, выделяющаяся на внешнем сопротивлении, достигается при равенстве внешнего и внутреннего сопротивлений $R_1 = r_1$ и $R_2 = r_2$.

Тогда $P_{\max 1} = \varepsilon_1^2 R_1 / (R_1 + r_1)^2 = \varepsilon_1^2 / 4r_1$ и $P_{\max 2} = \varepsilon_2^2 R_2 / (R_2 + r_2)^2 = \varepsilon_2^2 / 4r_2$

По условию задачи $P_{\max 2} = 4P_{\max 1}$

Решая систему уравнений, получим, что $r_2 = 4r_1$ и $\varepsilon_2 = 4\varepsilon_1$

Критерии оценивания

№	Критерий	Кол-во баллов
1	Определено, что сила тока максимальна при коротком замыкании ($I_{\max} = \varepsilon_1/r_1 = \varepsilon_2/r_2$)	2
2	Доказательство того, что максимальная мощность достигается при равенстве $R = r$	3
3	Получены уравнения для максимальной мощности через ε и r ($P_{\max 1} = \varepsilon_1^2 R_1 / (R_1 + r_1)^2$ и $P_{\max 2} = \varepsilon_2^2 R_2 / (R_2 + r_2)^2$)	1+1
4	Определено, что $r_2 = 4r_1$	2
5	Определено, что $\varepsilon_2 = 4\varepsilon_1$	1

Задача №5

Для изучения силы сопротивления воздуха было изготовлено два тела совершенно одинакового размера и формы, с одной и той же внешней поверхностью, но разными массами.

Тела поднимали на высоту около десяти метров и отпускали без начальной скорости. С помощью съемки на видеокамеру удалось с хорошей точностью снять зависимость расстояния, пройденного телом от времени. Данные для обоих тел представлены в таблице, где t – время, прошедшее с момента начала движения, l_i – расстояние пройденное i -ым телом от точки старта.

Массы тел $m_1 = 5$ г и $m_2 = 15$ г. Зависимость силы сопротивления, действующей со стороны воздуха на тело, зависит от скорости следующим образом: $F_{\text{сопр}} = \alpha v^n$, где α, n – некоторые константы.

Определите значения α и n , если известно, что $n \in [-2; 2]$.

Считайте $g = 9,8$ м/с².

Оценивать погрешность не требуется.

$t, \text{с}$	$l_1, \text{см}$	$l_2, \text{см}$
0,1	5	5
0,2	18	19
0,3	38	41
0,4	62	71
0,5	88	106
0,6	115	146
0,7	143	188
0,8	171	233
0,9	199	279
1,0	228	326
1,1	257	374
1,2	285	423
1,3	314	472
1,4	342	521
1,5	371	570
1,6	400	619
1,7	428	669
1,8	457	718
1,9	485	767
2,0	514	817

Возможное решение

Для начала построим графики зависимостей $l_1(t)$ и $l_2(t)$.

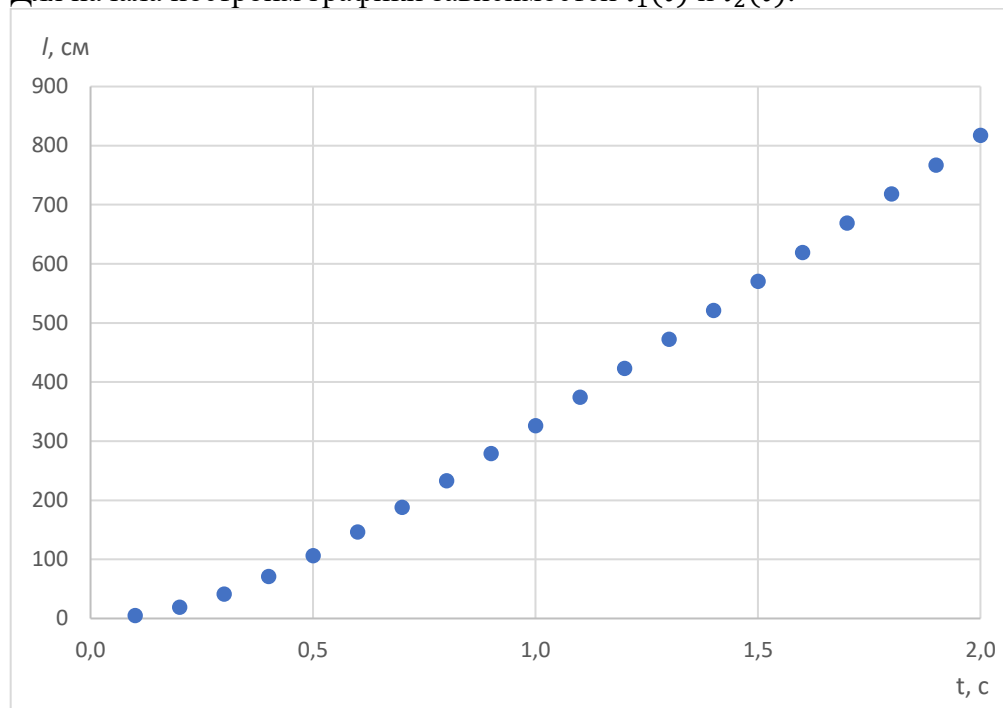


График 1. Зависимость $l_2(t)$.

Из графика видно, что спустя примерно 1 секунду скорость движения тела становится постоянной. По углу наклона линейной части графика определим установившуюся скорость $v_1 = 2,86$ м/с.

Аналогично построим график для второго тела и из него найдем установившуюся скорость второго тела $v_2 = 4,91$ м/с.

Скорость движения будет постоянной когда сила тяжести будет скомпенсирована силой сопротивления, поэтому можем записать:

$$\begin{aligned} m_1 g &= \alpha v_1^n \\ m_2 g &= \alpha v_2^n \end{aligned}$$

Поделим второе уравнение на первое и возьмем логарифм от обеих частей.

$$\ln\left(\frac{m_2}{m_1}\right) = n \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right), \text{ откуда } n = \frac{\ln\left(\frac{m_2}{m_1}\right)}{\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)} = 2,03. \text{ С учетом ограничений, данных в}$$

условии, и наличием погрешностей в вычислениях будем считать $n = 2$.

Зная n определим $\alpha = \frac{m_i g}{v_i^2}$. Для первого тела получим $\alpha_1 = 5,99 \cdot 10^{-3}$ кг/м. Для второго $\alpha_2 = 6,10 \cdot 10^{-3}$ кг/м. В качестве ответа возьмем среднее значение $\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = 6,04 \cdot 10^{-3}$ кг/м.

Критерии оценивания

№	Критерий	Кол-во баллов
1	Понимание установления скорости движения	1
2	Доказательство установления скорости движения (через график или через расчет средней скорости на каждом участке)	2
3	Определение установившейся скорости для обоих тел	1+1
4	Условие равенства сил тяжести и силы сопротивления при	1

	установившемся движении	
5	Формула для вычисления n	1
6	Значение $n = 2$	1
7	Формула для определения α	0,5
8	Усреднение значения α	0,5
9	Значение $\alpha = (6,04 \pm 0,08) \cdot 10^{-3}$ кг/м	1

К задаче №2. Здесь можно выполнять построения и сдать этот лист вместе с решением.

