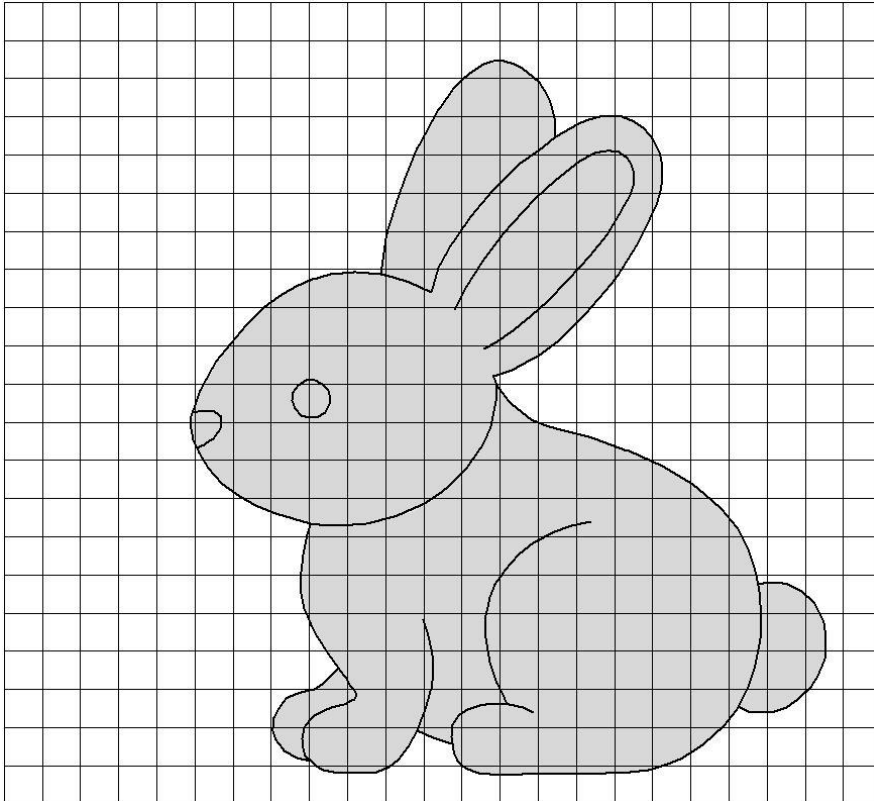


1. «Зайчик»

Семиклассник Емельян очень любит рисовать карандашом. Совсем недавно он изучил строение вещества и решил посчитать:

- Количество слоёв графита в толще линии;
- Какая масса графита будет истрачена на то, чтобы нарисовать зайчика на клетчатой бумаге так, как показано на рисунке.

Помогите Емельяну с расчётами, если известно, что плотность графита $\rho = 2 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, ширина клетки $d_0 = 0,5 \text{ см}$, расстояние между слоями в графите $h = 0,335 \text{ нм}$, а толщина линии, получаемой механическим карандашом, равна $d = 0,2 \text{ мм}$. Толщину контура частей зайчика считать такой же, как и в других заштрихованных местах.



Возможное решение:

- Пусть $d = 0,2 \text{ мм}$, а $h = 0,335 \text{ нм}$. Тогда если пренебречь размером слоя молекул, количество слоёв графита в линии равно $N = \frac{d}{h} = \frac{0,2\text{мм}}{0,335 \text{ нм}} = 0,6 \cdot 10^6$;
- Площадь зарисованной области $S = N_1 S_0 + \frac{N_2}{2} S_0 = 42,13 \text{ см}^2$, где $N_1 = 135$ – число полностью зарисованных клеточек, $N_2 = 77$ – число частично зарисованных клеточек, а S_0 – площадь клеточки. Тогда $S_0 = d_0^2 = 0,25 \text{ см}^2$, где d_0 – ширина клетки.
- Объём истраченного на рисунок графита будет равен $V = Sd$, а масса $m = V * \rho = Sd\rho = (N_1 S_0 + \frac{N_2}{2} S_0)d\rho = 0,32 \text{ г}$.

Система оценивания задачи:

- Найдено количество слоёв графита – **2 балла**
- Найдена площадь зарисованной области (с точность до целых) – **4 балла**
- Написана формула для вычисления объёма графита – **2 балла**
- Найдена масса истраченного графита – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

2. «Колонна авто»

Колонна автомобилей выехала из Новосибирска в Томск с интервалами между выездами, равными $t_1 = 10$ минут. По приезде в Томск каждый автомобиль загружают в течение двух минут, после чего они едут обратно в Новосибирск со скоростью, меньше изначальной на 8 км/ч. На пути туда и обратно автомобили едут с постоянными скоростями v_1 и v_2 соответственно.

Рассчитайте эти скорости, если известно, что автомобили на обратном пути встречали другие автомобили каждые пять минут.

Возможное решение:

1. По условию задачи: $v_1 = v_2 + 8$;
2. Расстояние между автомобилями на пути в Томск равно расстоянию, которое пройдёт первый автомобиль до выезда второго: $l_1 = v_1 * t_1$;
3. Пока загружают автомобиль в Томске, следующий за ним приближается на расстояние $l = v_1 * t$;
4. Оставшееся расстояние между автомобилями до встречи они проходят со скоростью $v = v_1 + v_2 = 2v_2 + 8$;
5. Т.о. $(v_2 + 8) * (t_1 - t) = (2v_2 + 8)t_2$, где $t_2 = 5$ минут, $t = 2$ минуты.
6. Решая систему уравнений, получим $v_1 = 20 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ и $v_2 = 12 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Система оценивания задачи:

Верно записано соотношение между скоростями – **1 балл**

Выражено начальное расстояние между соседними автомобилями – **1 балла**

Выражено расстояние между соседними автомобилями после загрузки первого – **2 балла**

Найдена скорость сближения автомобилей – **2 балла**

Найдена скорость автомобилей «туда» – **2 балла**

Найдена скорость автомобилей «обратно» – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

3. «Непривычные единицы»

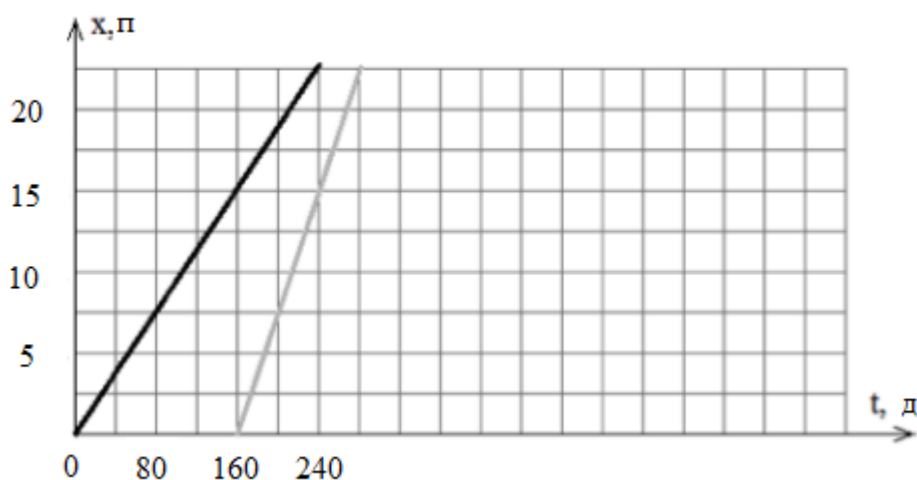
На Руси были непривычные для нас единицы измерения не только расстояний, но и времени. Например, в одном дне было 16 «часов», «час» состоял из 144 «частей», каждая «часть» из 1296 «долей».

Представьте, что двое крестьян одновременно выходят из деревни и идут по одной прямой тропинке (их скорости постоянны и различны). На рисунке показаны графики зависимостей их координат x (ось Ox направлена вдоль дороги, расстояние указано в пядях) от времени t (время указано в «долях»). Деревня находится в начале координат.

Зная, что 1 пядь ≈ 23 см (расстояние между концами большого пальца и мизинца), найдите чему равна скорость крестьянина, который идёт быстрее?

Ответ укажите в м/с, округлив до целого числа.

На каком расстоянии от деревни крестьяне встретятся? Ответ укажите в м, округлив до целого числа.



Возможное решение:

- 1 день = $24 * 3600$ с и 1 день = $16 * 144 * 1296$ "долей". Приравняв две правые части равенств и выразив 1 секунду, получим $1 \text{ с} = 34,56$ "долей".
- По графику видно, что тот, кто стартовал позже, движется быстрее, поскольку за меньшее время проходит большее расстояние. Скорость более быстрого равна
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15 \text{ п}}{80 \text{ д}} = \frac{3 \text{ п}}{16 \text{ д}} = \frac{3}{16} * \frac{23 \text{ см}}{\frac{1}{34,56} \text{ с}} = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$
- Встретятся они в момент времени 320 «долей», т.е. на расстоянии 30 пядей или 7 м.

Система оценивания задачи:

Выражена 1 секунда через количество «долей» - **3 балла**

Показано, кто из крестьян движется быстрее – **2 балла**

Найдена скорость более быстрого крестьянина - **3 балла**

Найдено расстояние от деревни до места встречи – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

4. «Константановый провод»

Вычислите массу меди в константановом цилиндрическом проводе, если масса провода равна 410 г, никеля в проводе примерно 39%, а плотность провода равна $8,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Примечание: константан – сплав меди, марганца и никеля. Плотность меди равна $8,96 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, плотность никеля – $8,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, а марганца – $7,21 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Возможное решение:

1. Пусть первое вещество – никель, второе – медь, а третье – марганец. Тогда в задаче просят найти массу второго вещества, $m = 410 \text{ г}$, $m_1 = 0,39m$.
2. Общая масса есть сумма масс частей $m = m_1 + m_2 + m_3 \Rightarrow m_2 + m_3 = 0,61m$.
3. Средняя плотность $\rho_{\text{ср}} = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho_{\text{ср}}}$.
4. Общий объём есть сумма объёмов частей $V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3}$.
5. Решая систему уравнений получим, что $m_2 = 213 \text{ г}$.

Система оценивания задачи:

Написано выражение для общей массы – **2 балла**

Написано определение средней плотности – **2 балла**

Написано выражение для общего объёма – **2 балла**

Решена система уравнений и найдена масса меди – **4 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов