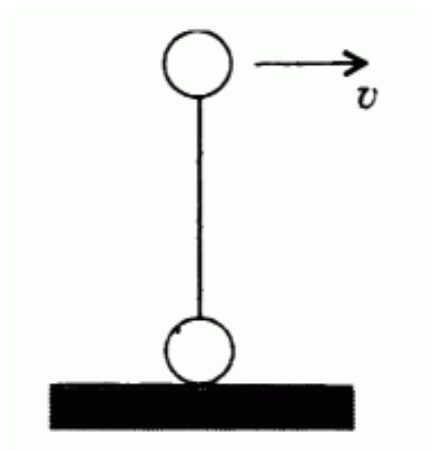


## 8 класс

### Задача № 1. Шарики на стержне

Два одинаковых массивных шарика, соединенных жестким невесомым стержнем, расположили на гладком столе так, как показано на рисунке. Верхний шарик ударяют так, что он приобретает горизонтально направленную скорость  $v$ . Найти максимальную длину стержня, при которой нижний шарик после удара сразу оторвется от стола.



#### *Возможное решение*

1. Горизонтально направленный удар вызовет вращение вокруг центра масс системы, который начнет поступательное движение, имея скорость  $v/2$ . Поскольку нижний шарик перестает опираться о поверхность стола, на систему будет действовать единственная сила – сила тяжести. Она сообщает каждому из шариков ускорение свободного падения  $g$ .
2. Поэтому для того, чтобы нижний шарик оторвался от поверхности стола, его центростремительное ускорение должно превысить по значению  $g$ .
3. В системе отсчета, связанной с центром масс (серединой стержня), каждый из шариков имеет скорость  $v/2$ , при этом они направлены противоположно.
4. Центростремительное ускорение равно

$$a_{ц.с.} = \frac{(v/2)^2}{L/2} = \frac{v^2}{2L}, \text{ где } L - \text{длина стержня.}$$

5. Нижний шарик оторвется от поверхности стола, если  $a_{ц.с.} \geq g$ , т.е., при  $L \leq v^2/(2g)$ .

**Ответ:**  $L_{max} = v^2/(2g)$

### ***Критерии оценивания***

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

### ***Задача № 2. Лодка с водометом***

Моторная лодка снабжена водометным двигателем, который забирает забортную воду и выбрасывает назад струю со скоростью  $v_1 = 22$  м/с относительно лодки. Площадь поперечного сечения струи  $S = 0,02$  м<sup>2</sup>. Найти скорость  $v_2$  лодки. Сила сопротивления воды пропорциональна квадрату скорости,  $F_{сопр} = Dv^2$ , где коэффициент сопротивления  $D = 8$  кг/м.

### ***Возможное решение***

1. Масса  $\Delta m_в$  забираемой, а затем выбрасываемой воды равна произведению плотности воды на объем части струи – «водяного цилиндра» сечением  $S$  и длиной  $v_1 \cdot \Delta t$ , т.е.,  $\Delta m_в = \rho \cdot S \cdot v_1 \cdot \Delta t$ , за секунду эта перемещаемая масса равна  $\Delta m_в/\Delta t = \rho \cdot S \cdot v_1$ .

2. Лодка идет навстречу забираемой воде, поэтому в двигателе вода приобретает скорость  $v_2$  лодки, и водомет, согласно 3-му закону Ньютона,

действует на лодку с тормозящей силой, равной отношению приращения импульса  $\Delta P$  порции воды ко времени:

$$F_1 = \Delta P / \Delta t = v_2 \cdot (\Delta m_g / \Delta t) = -\rho \cdot S \cdot v_1 v_2$$

3. При отбрасывании струи назад со скоростью  $v_1$  возникает сила тяги

$$F_2 = \Delta P' / \Delta t = \rho \cdot S \cdot v_1^2$$

4. Результирующая сила  $F = F_1 + F_2 = \rho \cdot S \cdot v_1 (v_1 - v_2)$ , и она равна силе сопротивления (поскольку лодка движется с постоянной скоростью):

$$\rho \cdot S \cdot v_1 (v_1 - v_2) = D v_2^2. \text{ Обозначим } v_2 = x. \text{ Тогда}$$

$$1000 \cdot 0,02 \cdot 22 \cdot (22 - x) = 8x^2.$$

5. Решая полученное квадратное уравнение, найдем

$$v_2 = x \approx 16,8 \text{ м/с} \approx 61 \text{ км/ч} \text{ (второй корень – отрицательный – не учитываем).}$$

**Ответ:** 61 км/ч

### ***Критерии оценивания***

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 2 балла

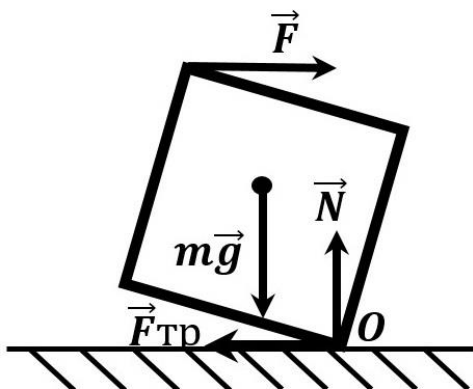
Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

### ***Задача № 3. опрокидывание ящика***

На полу стоит ящик массой  $m$  в форме куба. Какую минимальную силу, направленную горизонтально, к нему нужно приложить, чтобы опрокинуть его через ребро на грань, наиболее удаленную от точки приложения силы? Какие значения при этом должен принимать коэффициент трения?

### ***Возможное решение***

1. Когда к ящику прикладывается сила  $F$ , линия действия силы  $N$  – силы реакции опоры, смещается в сторону точки  $O$ . В момент опрокидывания эта линия проходит через точку  $O$ , и момент силы  $N$  становится равным 0.



2. Опрокидывание произойдет, если момент  $M_F$  приложенной силы  $F$  будет не меньше момента  $M_{mg}$  силы тяжести, т.е.,  $F \cdot a \geq mg \cdot a/2$ , где  $a$  – длина ребра куба-ящика. Отсюда минимальное значение силы  $F$ :

$$F = mg/2.$$

3. Для опрокидывания необходимо, чтобы при  $F = mg/2$  ящик еще не начал скользить по плоскости. Т.е., должно выполняться неравенство

$$mg/2 \leq F_{\text{тр max}} = \mu mg,$$

4. Отсюда  $\mu \geq 0,5$ .

**Ответ:**  $mg/2$  ;  $\mu \geq 0,5$ .

### ***Критерии оценивания***

За 1-й пункт – 3 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 3 балла

За 4-й пункт – 1 балл

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

#### **Задача № 4. Мокрый холодильник**

В сосуд налили 400 мл воды при температуре  $t_1 = 17^\circ \text{C}$ , а затем опустили туда снежок массой 50 граммов при температуре  $0^\circ \text{C}$ . Спустя некоторое время снежок полностью растаял, и температура воды стала равной  $12^\circ \text{C}$ . Найти массовую долю воды в снежке. Теплоемкость сосуда 160 Дж/К. Потерями теплоты пренебречь.

#### **Возможное решение**

1. Обозначим: массу воды –  $m_в$ , теплоемкость воды –  $c_в$ , теплоемкость сосуда –  $C$ , начальную температуру воды –  $t_1$ , конечную –  $t$ , температуру снежка –  $t_{сн}$ , массу снежка –  $m_{сн}$ , массу сухого снега (льда)  $m_л$ , массу воды в снежке –  $x$ , удельную теплоту плавления сухого снега (льда) –  $\lambda$ . Запишем уравнение теплового баланса  $Q_{\text{погл}} = Q_{\text{выд}}$ , т.е.,  $\lambda m_л + c_в m_л (t - t_{сн}) = (C + c_в m_в)(t_1 - t)$ ,

2. Отсюда

$$m_л = [(C + c_в m_в)(t_1 - t)] / (\lambda + c_в m_л t) = (160 + 4200 \cdot 0,4) \cdot (17 - 12) / (330 \cdot 10^3 + 4,2 \cdot 12) = 9,4 / 380,4 \approx 0,024 \text{ кг.}$$

3. Тогда масса воды в снежке  $x = m_{сн} - m_л = 0,026 \text{ кг}$ .

4. Ее массовая доля  $x/m_{сн} = 0,52$ .

**Ответ:** 52 %

#### **Критерии оценивания**

За 1-й пункт – 3 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.