

8 класс

Задача 8.1. «Тяжёлые» доли.

Автомобиль на первом участке, равном трети всего пути, ехал со скоростью v , на втором участке — со скоростью $2v$, а на третьем участке, занявшем половину **всего времени** — со скоростью $v/2$. Средняя скорость автомобиля на всём пути оказалась равна 45 км/ч.

1. Чему равнялась скорость автомобиля на первой трети пути?
2. Какую часть всего пути и какую часть всего времени автомобиль двигался на втором участке?

Ответ: 1) 48 км/ч; 2) 2/5 пути и 3/16 времени.

Решение: Пусть t_1 — время, затраченное автомобилем на первой трети пути. Так как первый участок равен трети всего пути s , $s = 3vt_1$. Время, ушедшее на весь путь, следовательно, равно $t = s/v_{cp} = 3vt_1/v_{cp}$. Найдём длины двух оставшихся участков:

$$s_2 = 2v \left(\frac{t}{2} - t_1 \right) = 2vt_1 \left(\frac{3v}{2v_{cp}} - 1 \right),$$

$$s_3 = \frac{v}{2} \cdot \frac{t}{2} = \frac{3v^2 t_1}{4v_{cp}}.$$

Поскольку $s_2 + s_3 = 2s/3 = 2vt_1$, получим, что

$$2vt_1 \left(\frac{3v}{2v_{cp}} - 1 \right) + \frac{3v^2 t_1}{4v_{cp}} = 2vt_1 \Rightarrow \frac{3v}{2v_{cp}} - 1 + \frac{3v}{8v_{cp}} = 1 \Rightarrow v = \frac{16v_{cp}}{15} = 48 \text{ км/ч}.$$

Время, затраченное на первом участке, равно

$$t_1 = \frac{v_{cp} t}{3v} = \frac{5t}{16},$$

следовательно, $t_2 = t/2 - t_1 = 3t/16$.

С другой стороны, длина второго участка равна $s_2 = 2vt_2 = 3vt/8$ или, учитывая, что $s = 3vt_1 = 15vt/16$,

$$s_2 = \frac{3}{8} \cdot \frac{16s}{15} = \frac{2s}{5}.$$

Критерии:

- | | |
|--|---------|
| 1) Записана формула $s = 3vt_1$ или аналог | 1 балл |
| 2) Записана формула $s_2 = 2v(t/2 - t_1)$ или аналог | 1 балл |
| 3) Записана формула $s_3 = vt/4$ или аналог | 1 балл |
| 4) Найдено верное значение скорости на первом участке | 3 балла |
| 5) Правильно найдено, какую долю пути составил второй участок | 2 балла |
| 6) Правильно найдено, какую долю времени автомобиль ехал на втором участке | 2 балла |

Указание проверяющим:

- 1) Учащийся в пунктах 1-3 может выражать все величины не через t_1 , как в авторском решении, а через, например, t_2 . Если записаны верные выражения для s , s_2 и/или s_3 , выраженные через v , t_2 и t , баллы за соответствующие пункты ставить.
- 2) Если учащийся привёл какое-либо корректное решение и получил верное значение скорости в пункте 4, но не получил в явном виде что-либо из указанного в пунктах 1-3, баллы за соответствующий пункт всё равно выставятся.

Задача 8.2. Переливание жидкости.

Два открытых сверху цилиндрических сосуда одинаковой высоты $H = 48$ см, площади поперечного сечения которых отличаются в 3 раза, соединены друг с другом внизу тонкой горизонтальной трубкой с вентиляем (рис. 8.1). Вначале вентиль закрыт. Узкий сосуд доверху заполняют водой, а широкий также доверху заполняют керосином. Вентиль медленно открывают. Найдите высоту оставшегося столба воды в узком сосуде. Плотность керосина равна 800 кг/м^3 , плотность воды — 1000 кг/м^3 . Объёмом жидкости в соединительной трубке можно пренебречь.

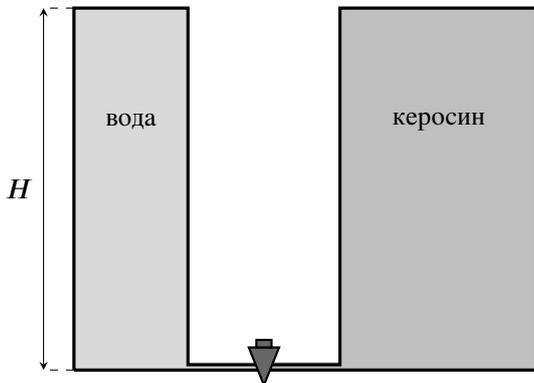


Рис. 8.1.

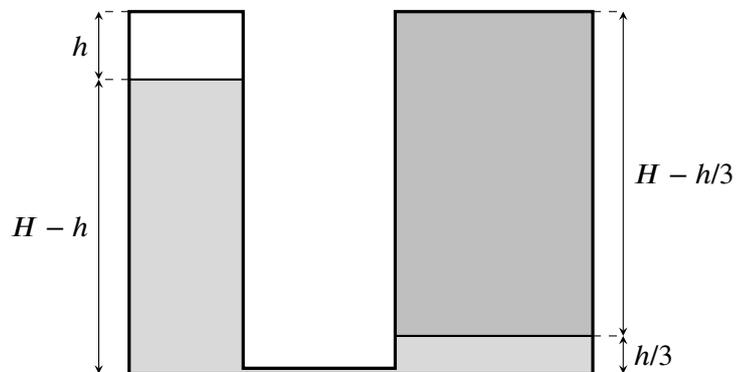


Рис. 8.2.

Ответ: 39 см.

Решение: После открытия вентиля часть воды перельётся в широкий сосуд, а часть керосина выльется. Пусть уровень воды в узком сосуде понизился на h (рис. 8.2). Тогда высота столба воды в широком сосуде станет равна $h/3$, а высота столба керосина $H - h/3$. Запишем условие равенства давлений на уровне соединительной трубки:

$$\rho_{\text{в}}g(H - h) = \rho_{\text{в}}g \cdot \frac{h}{3} + \rho_{\text{к}}g \left(H - \frac{h}{3} \right) \Rightarrow (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{к}})H = (4\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{к}}) \cdot \frac{h}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{3H(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{к}})}{4\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{к}}} = \frac{3 \cdot 48 \text{ см} \cdot 0,2}{3,2} = 9 \text{ см.}$$

Высота столба воды в узком сосуде, соответственно, равна $48 \text{ см} - 9 \text{ см} = 39 \text{ см}$.

Критерии:

- 1) Указано, что высота столба воды справа втрое меньше изменения высоты столба слева 2 балла
- 2) Правильно записано условие равенства давлений 5 баллов
- 3) Найдена высота оставшего столба воды слева 3 балла

Указание проверяющим:

- 1) В пункте 1 указание может быть сделано, например, на чертеже или сразу в условии равенства давлений. В этом случае балл за пункт 1 ставить.
- 2) Условие равенства давлений может быть записано не на уровне трубки, а на уровне нижней границы керосина. Если условие записано верно, баллы в пункте 2 ставить в полном объёме.
- 3) В пункте 2 условие равенства давлений должно быть записано с учётом всех необходимых высот и плотностей жидкостей. Если оно записано в некоем «общем» виде, например $p_{\text{лев}} = p_{\text{прав}}$, то баллы за пункт 2 не ставятся.

Задача 8.3. По следам Архимеда.

У экспериментатора Иннокентия Иванова есть ювелирное украшение, одна часть которого сделана из серебра, а другая — из стали. Учёный, подвесив украшение с помощью непроводящей тепло нити на крюке динамометра и нагрев его в кипятке, погрузил в воду с температурой 25 °С, находящуюся в калориметре. В результате экспериментов Иннокентия выяснилось, что вес украшения, полностью погружённого в воду, равен 0,72 Н, а установившаяся температура в калориметре стала 30 °С. Определите массу серебра и массу стали в украшении, если масса воды в калориметре равна 100 г, и она из сосуда не выливалась. Плотность стали равна 7,8 г/см³, её удельная теплоёмкость — 500 Дж/(кг·°С); плотность серебра — 10,5 г/см³, его удельная теплоёмкость — 250 Дж/(кг·°С); плотность воды — 1 г/см³, её удельная теплоёмкость — 4200 Дж/(кг·°С). Ускорение свободного падения принять равным 10 Н/кг, теплообменом со стенками калориметра и окружающей средой пренебречь.

Ответ: 42 г серебра и 39 г стали.

Решение: Пусть m_{Fe} и m_{Ag} — массы стальной и серебряной части украшения. Объём украшения равен

$$V = \frac{m_{Fe}}{\rho_{Fe}} + \frac{m_{Ag}}{\rho_{Ag}},$$

а его вес в воде, соответственно,

$$\begin{aligned} P &= (m_{Fe} + m_{Ag})g - \rho_{в}gV = m_{Fe}g \left(1 - \frac{\rho_{в}}{\rho_{Fe}}\right) + m_{Ag}g \left(1 - \frac{\rho_{в}}{\rho_{Ag}}\right) = \\ &= m_{Fe}g \left(1 - \frac{1}{7,8}\right) + m_{Ag}g \left(1 - \frac{1}{10,5}\right) = \frac{34m_{Fe}g}{39} + \frac{19m_{Ag}g}{21}. \end{aligned}$$

Запишем уравнение теплового баланса:

$$c_{в} \cdot 0,1 \text{ кг} \cdot (30 \text{ °С} - 25 \text{ °С}) = c_{Fe} m_{Fe} (100 \text{ °С} - 30 \text{ °С}) + c_{Ag} m_{Ag} (100 \text{ °С} - 30 \text{ °С}) \Rightarrow 2m_{Fe} + m_{Ag} = \frac{4200 \cdot 0,1 \cdot 5}{70 \cdot 250} \text{ кг} = 120 \text{ г}.$$

Учитывая условие, что

$$P = 0,72 \text{ Н} \Rightarrow \frac{34m_{Fe}}{39} + \frac{19m_{Ag}}{21} = 72 \text{ г},$$

и решая систему, получим

$$m_{Fe} = 39 \text{ г}, \quad m_{Ag} = 42 \text{ г}.$$

Критерии:

- 1) Записано правильное выражение для объёма украшения V через массы и плотности 1 балл
- 2) Записано выражение для веса украшения в воде $P = (m_{Fe} + m_{Ag})g - \rho_{в}gV$ или аналог 2 балла
- 3) Правильно записано уравнение теплового баланса для системы «украшение-вода» 3 балла
- 4) Найдено верное значение массы стали 2 балла
- 5) Найдено верное значение массы серебра 2 балла

Указание проверяющим:

Если учащийся всё выражает не через массы, а через объёмы стали и серебра, то в пункте 1 должно быть «Записано правильное выражение для массы украшения через объёмы и плотности», а пункт 4 дробится на «Найдено верное значение объёма стали» (1 балл) и «Вычислено верное значение массы стали» (1 балл). Аналогично нужно поступить с пунктом 5. Для ориентировки: $V_{Fe} = 5 \text{ см}^3$, $V_{Ag} = 4 \text{ см}^3$.

Задача 8.4. Равновесие на блоках.

Однородный рычаг массой $M = 360$ г подвешен к системе блоков так, как показано на рис. 8.3. Груз какой массы m нужно подвесить к левому концу рычага, чтобы система находилась в равновесии? Массой блоков и нитей пренебречь. Для удобства на стержень нанесены штрихи, делящие его на равные части. Трение в системе отсутствует.

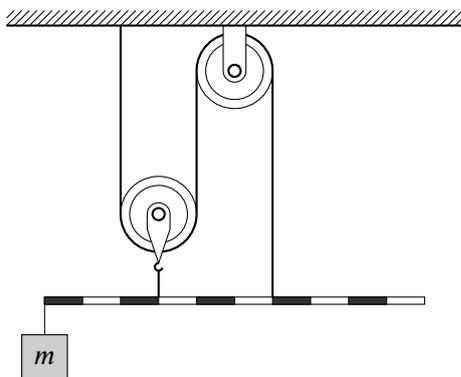


Рис. 8.3.

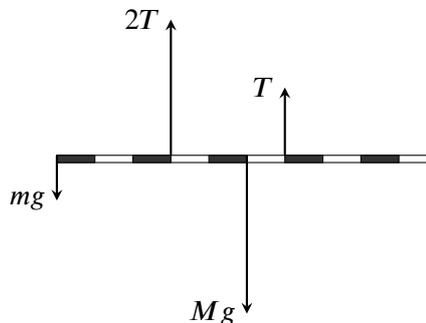


Рис. 8.4.

Ответ: 90 г.

Решение: На рычаг действуют четыре силы: сила тяжести Mg , вес груза mg и силы натяжения удерживающих нитей (рис. 8.4). Так как левый блок — подвижный, сила натяжения левой нити в два раза больше силы натяжения правой. Сумма сил, направленных вверх, равна сумме сил, направленных вниз

$$(m + M)g = 3T.$$

Запишем правило моментов относительно, например, левого конца рычага (L — длина одного деления)

$$2T \cdot 3L + T \cdot 6L = Mg \cdot 5L \Rightarrow T = \frac{5Mg}{12}.$$

Отсюда следует, что

$$(m + M)g = \frac{5Mg}{4} \Rightarrow m = \frac{M}{4} = 90 \text{ г.}$$

Критерии:

- 1) Указано, что сила натяжения левого подвеса вдвое больше силы натяжения правого 1 балл
- 2) Правильно изображены все силы, действующие на рычаг 1 балл
- 3) Записано условие равенства сил, действующих на рычаг $(m + M)g = 3T$ или аналог 3 балла
- 4) Правильно записано правило моментов относительно какой-либо точки 3 балла
- 5) Найдено верное значение массы m 2 балла

Указание проверяющим:

- 1) В пункте 1 указание на то, что силы отличаются вдвое, может быть сделано на рисунке, или данный факт может быть сразу использован в записи условий равновесия. В этом случае балл за пункт 1 ставится.
- 2) Если отсутствует чертёж с изображением всех сил, действующих на рычаг (совсем нет рисунка или он неполный/неверный), балл за пункт 2 не ставить, но остальные пункты оценивать независимо.
- 3) В пункте 3 вместо условия равенства сил может быть правильно записано правило моментов относительно иной, чем в пункте 4, точки. В этом случае баллы за пункт 3 ставить.

Максимально возможный балл в 8 классе 40