

**Всероссийская олимпиада школьников по физике 2022-2023 уч. год.**

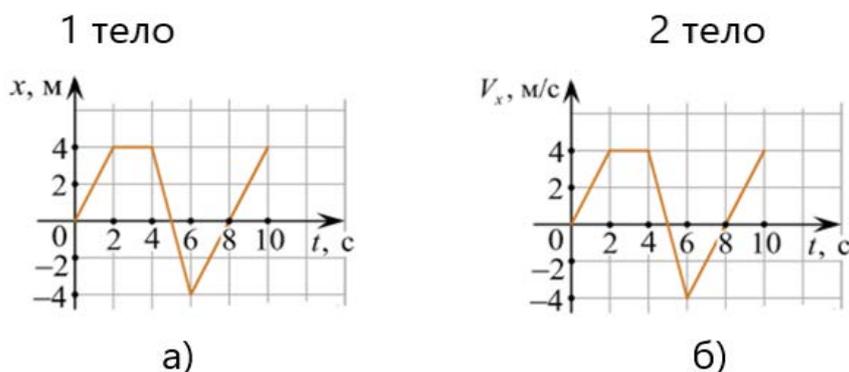
**Муниципальный этап. Калужская область**

**9 класс. Условия, решения, критерии, методические рекомендации**

*(Задание 5 разработано Красиным М.С., Осиповой Е.А., Осиповым А.И (КГУ им. К.Э. Циолковского))*

**1. «Одинаковые» графики** (10 баллов). На рисунке 1 представлены графики движения двухточечных тел в одной системе отсчета. На графике (а) показано, как изменялась координата первого тела в зависимости от времени, а на графике (б) – как изменялась проекция скорости второго тела на ту же координатную ось. Известно, что в начальный момент времени  $t=0$  с оба тела находились в одной точке. Найдите:

- 1) средние скорости каждого из тел;
- 2) расстояние между телами через 10 секунд после начала движения.



**Рис. 1**

**1. «Одинаковые» графики. Возможное решение**

1. Найдем средние скорости тел. По графику на рисунке 1(а) найдем путь, пройденный телом за  $\Delta t = 10$  с, для чего сложим модули изменения координаты первого тела на промежутках времени  $\Delta t_1$  - от 0 до 2 с,  $\Delta t_2$  - от 2 до 4 с,  $\Delta t_3$  - от 4 до 6 с,  $\Delta t_4$  - от 6 до 10 с:

$$s_1 = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| \quad (1)$$

$$s_1 = 4 + 0 + 8 + 8 = 20 \text{ (м)}$$

$$\text{Средняя скорость первого тела: } v_{cp1} = \frac{s_1}{\Delta t} \quad (2)$$

$$v_{cp1} = \frac{20}{10} = 2 \text{ (м/с)}$$

Путь, пройденный вторым телом, можно найти как площадь под графиком 1 (б) за те же промежутки времени  $\Delta t_1$  - от 0 до 2 с,  $\Delta t_2$  - от 2 до 4 с,  $\Delta t_3$  - от 4 до 6 с,  $\Delta t_4$  - от 6 до 10 с (или через формулы кинематики):

$$s_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 28 \text{ (м)} \quad (3)$$

$$v_{cp2} = \frac{s_2}{\Delta t}; \quad (4)$$

$$v_{cp2} = \frac{28}{10} = 2,8 \text{ (м/с)}$$

2. Рассмотрим изменение координаты второго тела в процессе движения.

От 0 до 2 с второе тело движется равноускорено из начала координат без начальной скорости, проекция ускорения из графика  $a_x = 2$  м/с:

$$x_2 = t^2 \quad (5)$$

В конце второй секунды проекция скорости станет равной 4 м/с, координата станет равна 4 м.

От 2 до 4 с тело 2 движется равномерно, координата

$$x_2 = 4 + 4t \quad (6)$$

В конце четвертой секунды проекция скорости равна 4 м/с, координата станет равна 12 м.

От 4 до 6 с проекция ускорения  $a_x = -4$  м/с, изменение координаты:

$$x_2 = 12 + 4t - 2t^2. \quad (7)$$

К концу этого периода проекция скорости равна  $v_x = -4$  м/с, координата снова будет 12 м. Посредине этого этапа (5 с после начала движения) проекция скорости изменяет знак, то есть тело начинает двигаться против оси, координата уменьшается. В момент времени 5 с координата второго тела равна 14 м.

От 6 до 10 с проекция ускорения  $a_x = 2$  м/с, изменение координаты:

$$x_2 = 14 - 4t + t^2. \quad (8)$$

От 6 до 8 с тело 2 движется против оси, в момент 8 с останавливается и меняет направление скорости. Координата в этот момент станет равной 10 м, в конце движения она составит 14 м.

В конце движения координаты тел равны

$$x_1 = 4 \text{ м}, \quad x_2 = 14 \text{ м}.$$

$$\text{Расстояние между телами} \quad \Delta x = x_2 - x_1. \quad \Delta x = 10 \text{ м}.$$

### **1. «Одинаковые» графики. Рекомендуемые критерии оценивания**

**Максимальна оценка за полное правильное решение всей задачи – 10 баллов, складывается из оценок за каждую из частей задачи. Решение не обязательно должно быть представлено в общем виде, допускается возможность промежуточных вычислений «по действиям».**

**1. За решение первой части задачи (определение средних скоростей) максимальная оценка составляет 5 баллов.** При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение: соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае – соотношения для средней скорости (1) - (4), пройденного пути или эквивалентные им) записаны или использованы верно, правильно интерпретирована и использована информация, полученная из каждого графика, произведены необходимые преобразования и вычисления, получены верные числовые ответы с наименованием единиц измерения – **5 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, правильно интерпретирована и использована информация, полученная из каждого графика, произведены необходимые преобразования и вычисления, но правильный ответ получен только в одном из двух случаев, в другом имеются арифметические ошибки в вычислениях или они не доведены до конца – **4 балла**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, правильно интерпретирована и использована информация, полученная из каждого графика, но в вычислениях для каждого из двух случаев имеются арифметические ошибки в вычислениях или они не доведены до конца – **3 балла**;

- есть понимание физики явлений, но записаны не все соотношения (например, только для одного из тел), или в записанных соотношениях имеются физические ошибки, неверно интерпретирована и использована информация из графиков – **2 балла**;

- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) – **1 балл**;

- нет попыток решения – **0 баллов**.

**2. За решение второй части задачи (определение расстояния между телами в конце движения) максимальная оценка составляет 5 баллов.** При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение: соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны и использованы верно (в данном случае – кинематические уравнения для прямолинейного движения на каждом этапе (5)-(8) или эквивалентные им), правильно интерпретирована и использована информация, полученная из каждого графика, произведены необходимые преобразования и вычисления, получен верный числовой ответ с наименованием единиц измерения – **5 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, правильно интерпретирована и использована информация, полученная из каждого графика,

произведены необходимые вычисления, получен ответ, но имеются арифметические ошибки в вычислениях – **4 балла**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, правильно интерпретирована и использована информация, полученная из каждого графика, но вычисления отсутствуют, числовой ответ не получен – **3 балла**;

- есть понимание физики явлений, но записаны не все соотношения, или в записанных соотношениях имеются физические ошибки, поэтому из них невозможно найти правильное решение – **2 балла**;

- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) – **1 балл**;

- нет попыток решения – **0 баллов**.

**2. Плавание в соленой воде** (10 баллов).

рисунке 2 приведен график зависимости плотности воды в сосуде от массы растворенной в ней соли. После того, в воде растворили 7 г соли, в сосуд поместили деревянный брусок. В равновесии он стал плавать, частично погруженным в жидкость. Если в воде растворить дополнительно еще 21 г соли, то объем, выступающий над поверхностью, увеличится на 10%. Найдите плотность дерева, из которого изготовлен брусок.

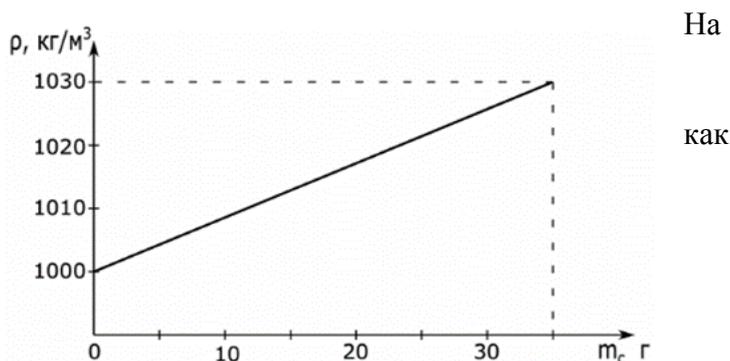


Рис. 2

**2. Плавание в соленой воде** (10 баллов) *Возможное решение.* Составим уравнение для зависимости плотности воды от массы растворенной соли. По рисунку видно, что при  $m_c = 35$  г плотность  $\rho = 1030$  кг/м<sup>3</sup>, а при  $m_c = 0$   $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

$$\text{Угловой коэффициент прямой } k = \frac{30 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{35 \text{ г}} = \frac{6}{7} \frac{\text{кг}}{\text{г} \cdot \text{м}^3}.$$

$$\text{Уравнение прямой на графике } \rho = 1000 + \frac{6}{7} m_c. \quad (1)$$

Из него найдем плотность воды после растворения 7 г соли:

$$\rho_1 = 1000 + \frac{6}{7} \cdot 7 = 1006 \left( \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right).$$

Из условия плавания бруска в первом состоянии

$$mg = F_{1\text{арх}} \quad (2)$$

$$F_{1\text{арх}} = \rho_1 g V_{\text{п1}} \quad (3)$$

$V_{\text{п1}}$  - объем погруженной части в первом растворе. Тогда

$$mg = \rho_1 g V_{\text{п1}},$$

Объем, выступающий над поверхностью

$$V_1 = V - V_{\text{п1}}.$$

Массу бруска можно выразить через его плотность и объем:

$$m = \rho V. \quad (4)$$

$$\rho V g = \rho_1 g V_{\text{п1}}$$

$$\rho V = \rho_1 (V - V_1).$$

$$\text{Выразим } V_1: V_1 = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} V.$$

После добавления еще 21 г масса растворенной в воде соли составит 28 г, что соответствует плотности

$$\rho_2 = 1000 + \frac{6}{7} \cdot 28 = 1024 \left( \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \right).$$

Объем, выступающий в этом случае над поверхностью  $V_2 = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2} V$ .

$$\text{Отношение объемов } \frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1 (\rho_2 - \rho)}{\rho_2 (\rho_1 - \rho)}.$$

$$\text{Обозначим } \frac{V_2}{V_1} = \alpha.$$

С учетом, что объем, выступающий над поверхностью, увеличится на 10%

$$V_2 = V_1 + 0,1V_1$$

$$\alpha = 1,1.$$

$$\text{Тогда } \rho = \frac{(\alpha - 1)\rho_1\rho_2}{\alpha\rho_2 - \rho_1}.$$

$$\text{Вычисления: } \rho = \frac{(1,1 - 1)1006 \cdot 1024}{1,1 \cdot 1024 - 1006} \approx 856 \left( \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \right).$$

## 2. Плавание в соленой воде. Рекомендуемые критерии оценивания

**Максимальна оценка за полное правильное решение всей задачи – 10 баллов. Решение не обязательно должно быть представлено в общем виде, допускается возможность промежуточных вычислений «по действиям».**

При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение: соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае – условия плавания тел (2), формула архимедовой силы (3), связь массы, плотности, объема (4) или эквивалентные им соотношения) записаны или учтены другим способом верно, правильно интерпретирована и использована информация, полученная из графика (линейная зависимость плотности от массы соли), произведены необходимые преобразования и вычисления, получен верный числовой ответ с наименованием единиц измерения – **10 баллов**;

**Примечание:** допускается определение плотности раствора непосредственно из графика без составления уравнения прямой, но ошибка при определении плотности по графику по абсолютной величине не должна превышать 1 кг/м<sup>3</sup>.

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования и вычисления, правильно интерпретирована и использована информация, полученная из графика (линейная зависимость плотности от массы соли), получен ответ, но имеются арифметические ошибки в вычислениях – **9 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, есть попытка провести преобразования и получить ответ, но значения величин, необходимые для расчетов по графику определены неверно – **8 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, есть попытка провести преобразования и получить ответ, но имеются ошибки в математических преобразованиях, приводящих к ответу – **7 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, есть попытка провести преобразования и получить ответ, но преобразования не завершены – **6 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, но попытки провести преобразования и получить ответ отсутствуют – **5 баллов**;

- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеется физическая ошибка, поэтому из них невозможно найти правильное решение – **4 балла**;

- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеется более одной физической ошибки – **3 балла**;

- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения – **1-2 балла**;
- нет попыток решения – **0 баллов**.

**3. Два калориметра** (10 баллов). В первый калориметр поместили образец некоторого вещества в жидком состоянии, а во второй – образец другого вещества той же массы в твердом состоянии, после чего первый калориметр начали охлаждать, а второй нагревать. На рисунке 3 изображены графики зависимостей температур содержимого калориметров от времени. Мощности охлаждающего и нагревательного элементов одинаковы, теплопотерями можно пренебречь.

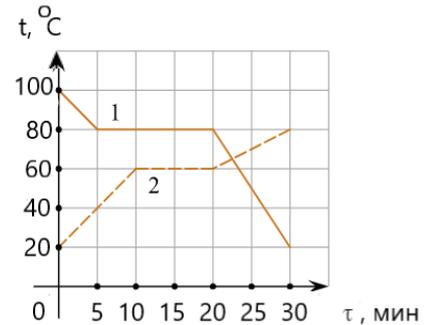


Рис. 3

Какая температура установится после достижения теплового равновесия, если смешать жидкость из первого калориметра в начальном состоянии ( $\tau = 0$ ) и содержимое второго калориметра в конце процесса нагревания ( $\tau = 30$  минут)? Нагрев и охлаждение после смешивания не производятся, химических реакций при соединении веществ не происходит.

**3. Два калориметра. Возможное решение.** Содержимое первого калориметра в начальный момент времени было жидкостью при температуре  $t_{01} = 100^\circ\text{C}$ , которая остыла за 5 минут до температуры кристаллизации  $t_{\text{крист1}} = 80^\circ\text{C}$ , процесс кристаллизации длился еще 15 минут. Затем оно остывает еще 10 минут до температуры  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ . Во втором калориметре было твердое вещество при температуре  $t_{02} = 20^\circ\text{C}$ , которое нагрелось за 10 минут до температуры плавления  $t_{\text{пл2}} = 60^\circ\text{C}$ , еще 10 минут плавилось, еще 10 минут нагревалась жидкость от температуры плавления до температуры  $t_2 = 80^\circ\text{C}$ .

Таким образом, в жидкость 2 из второго калориметра при  $t_2 = 80^\circ\text{C}$  смешивается с жидкостью 1 из первого калориметра при  $t_{01} = 100^\circ\text{C}$ . Обозначим удельные теплоемкости жидкостей  $c_1$  и  $c_2$ . Искомая температура в состоянии равновесия  $t$ . Уравнение теплового баланса

$$c_1 m(t - t_{01}) = c_2 m(t_2 - t) \quad (1)$$

$$c_1(t - t_{01}) = c_2(t_2 - t) \quad (2)$$

Отношение удельных теплоемкостей можно найти из графиков. Так как мощность  $P$  нагревания и охлаждения одинакова, то для интервала времени от  $\Delta\tau_1$  от 0 до 5 минут для первого вещества:

$$P\Delta\tau_1 = c_1 m(t_{01} - t_{\text{крист1}}) \quad (3)$$

Для интервала времени от  $\Delta\tau_2$  от 20 до 30 минут для второго вещества:

$$P\Delta\tau_2 = c_2 m(t_2 - t_{\text{пл2}}). \quad (4)$$

$$\frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2} = \frac{c_1 m(t_{01} - t_{\text{крист1}})}{c_2 m(t_2 - t_{\text{пл2}})}$$

$$c_1 m(t_{01} - t_{\text{крист1}})\Delta\tau_2 = c_2 m(t_2 - t_{\text{пл2}})\Delta\tau_1,$$

Поскольку  $\Delta\tau_2 = 2\Delta\tau_1$ ,  $t_{01} = 100^\circ\text{C}$ ,  $t_{\text{крист1}} = 80^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 80^\circ\text{C}$ ,  $t_{\text{пл2}} = 60^\circ\text{C}$

$$2c_1 = c_2.$$

$$\text{Тогда из (2)} \quad t - t_{01} = 2(t_2 - t)$$

$$t = \frac{2t_2 + t_{01}}{3} \quad t \approx 87^\circ\text{C}.$$

**3. Два калориметра. Рекомендуемые критерии оценивания**

Максимальна оценка за полное правильное решение всей задачи – 10 баллов. Решение не обязательно должно быть представлено в общем виде, допускается возможность промежуточных вычислений «по действиям».

При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение: соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае – уравнения теплового баланса (1), (3), (4)) записаны или учтены другим способом верно, правильно интерпретирована и использована информация, полученная из графиков, произведены необходимые преобразования и вычисления, получен верный числовой ответ с наименованием единиц измерения – **10 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования и вычисления, получен ответ, но имеются арифметические ошибки в вычислениях – **9 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, есть попытка провести преобразования и получить ответ, но имеется ошибка в математических преобразованиях, приводящих к ответу или имеется математическая ошибка (при правильной физической интерпретации) при использовании информации из графиков – **8 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, есть попытка провести преобразования и получить ответ, но имеется более одной ошибки в математических преобразованиях, или более одной математической ошибки при использовании информации из графиков (при правильной физической интерпретации) – **7 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, есть попытка провести преобразования, но преобразования не завершены – **6 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, но попытки провести преобразования и получить ответ отсутствуют – **5 баллов**;

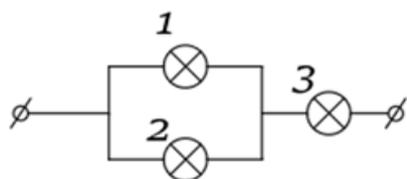
- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеется физическая ошибка, поэтому из них невозможно найти правильное решение – **4 балла**;

- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеется более одной физической ошибки – **3 балла**;

- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения – **1-2 балла**;

- нет попыток решения – **0 баллов**.

**4. Три лампы** (10 баллов). На рисунке 4 изображена зависимость силы тока через лампу накаливания от приложенного к ней напряжения. таких лампы соединили параллельно, а третью включили с ними последовательно (см. рисунок). Каково напряжение на клеммах источника, если сила тока через третью лампу равна 2,0 А?



**4. Три лампы.** <sup>5</sup> *Возможное решение.* Поскольку сила тока через третью лампу  $I_3 = 2,0$  А, то по графику напряжение на ней  $U_3 \approx 12,0$  В. Силы тока через первую и вторую лампы в сумме равны силе тока через лампу 3:

$$I_1 + I_2 = I_3. \quad (1)$$

Лампы 1 и 2 соединены параллельно, напряжение на них при любой силе тока одинаковое

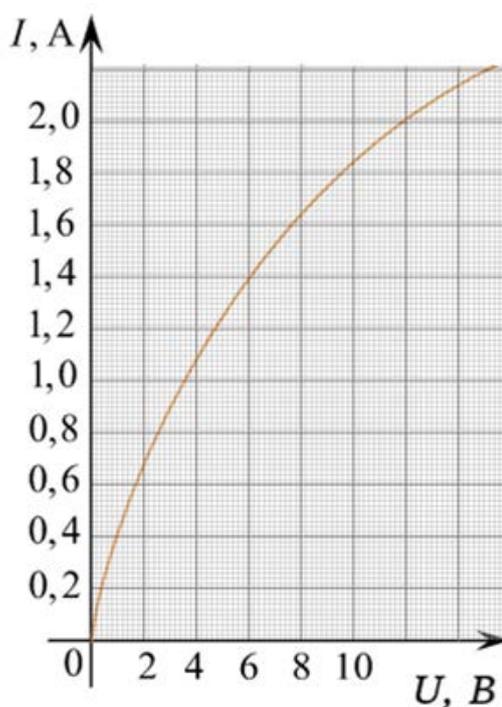


Рис. 4

к

Две  
—  
5).

$$U_1 = U_2, \quad (2)$$

поэтому  $I_1 = I_2$ .

Из (1)  $2I_1 = I_3$ .  $I_1 = \frac{I_3}{2} = 1,0$  А.

По графику при силе тока 1,0 А напряжение на лампах  $U_1 = U_2 \approx 3,6$  В.

$$\begin{aligned} \text{Напряжение на клеммах} \quad U &= U_1 + U_3 \\ U &\approx 15,6 \text{ В.} \end{aligned} \quad (3)$$

#### 4. Три лампы. Рекомендуемые критерии оценивания

**Максимальна оценка за полное правильное решение всей задачи – 10 баллов. Решение не обязательно должно быть представлено в общем виде, допускается возможность промежуточных вычислений «по действиям».**

При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение: соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае – соотношения для сил токов и напряжений при последовательном и параллельном соединении (1)-(3)) записаны или учтены другим способом верно, правильно интерпретирована и использована информация, полученная из графика, произведены необходимые преобразования и вычисления, получен верный числовой ответ с наименованием единиц измерения – **10 баллов**;

**Примечание:** при определении значений величин по графику допустима погрешность по силе тока 0,2 А, по напряжению 0,2 В.

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования и вычисления, но имеются арифметические ошибки в вычислениях, числовой ответ неверный – **9 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования и вычисления, но значения величин по графику определены неверно, поэтому числовой ответ неверный – **8 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования, но значения величин по графику не определены, вычисления и числовой ответ отсутствуют – **7 баллов**;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, есть попытка провести преобразования и получить ответ, но в преобразованиях есть математическая ошибка или преобразования не завершены – **6 баллов**;

- Соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, но попытки провести преобразования и получить ответ отсутствуют – **5 баллов**;

- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеется физическая ошибка, поэтому из них невозможно найти правильное решение – **4 балла**;

- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеется более одной физической ошибки – **3 балла**;

- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения – **1–2 балла**;

- нет попыток решения – **0 баллов**.

**5. Рычаги** (10 баллов). Одноклассницы Маша и Даша определяли массу груза с помощью рычага. Но они забыли линейки. Поэтому они сфотографировали свои установки и гирьку на весах, и решили провести вычисления дома, используя полученные фотографии. Какие результаты они получили? Кто из них провёл более точный эксперимент? Во сколько раз ответ одной из девочек был более точен, чем ответ



Фото гирьки

другой? В домашних условиях обе девочки использовали одинаковые линейки с миллиметровыми делениями. Весы позволяют измерять массу с точностью до 0,01 г



Фото Маши, гирька, изображённая на весах, находится слева



Фото Даши, гирька слева

**5. Рычаги. Возможное решение.** Решение в общем виде: учитывая равенство моментов сил можно записать, что  $m = m_r \frac{l_r}{l}$ .

Учитывая погрешность весов, получаем, что масса гирьки равна  $m_r = 100,28 \text{ г} \pm 0,01 \text{ г}$ .

С помощью линейки, находим по фотографии плечи сил, с которыми каждый груз действует на рычаг. Будем считать, что погрешность измерения длины равна 1 мм. Поэтому по фотографии Маши получаем  $l_{r1} = 68 \text{ мм} \pm 1 \text{ мм}$ ,  $l_1 = 44 \text{ мм} \pm 1 \text{ мм}$

По фотографии Даши получаем  $l_{r2} = 40 \text{ мм} \pm 1 \text{ мм}$ ,  $l_2 = 26 \text{ мм} \pm 1 \text{ мм}$

Можно заметить, что относительная погрешность измерения массы много меньше относительной погрешности измерения длины:

$$\varepsilon(m_r) = \frac{0,01}{100,28} \cdot 100 \% = 0,01 \%, \quad \varepsilon(l_{r1}) = \frac{1}{68} \cdot 100 \% = 1,5 \%$$

Поэтому погрешностью измерения массы груза можно пренебречь.

Наибольшее возможное значение массы груза (верхняя граница) в опыте Маши равна

$$m_{1ВГ} = 100,28 \text{ г} \cdot \frac{45}{67}$$

Наименьшее возможное значение массы груза (нижняя граница) в опыте Маши равна

$$m_{1НГ} = 100,28 \text{ г} \cdot \frac{43}{69}$$

Погрешность измерения массы груза равна

$$\Delta m_1 = 0,5 \cdot (m_{1ВГ} - m_{1НГ}) = 0,5 \cdot 100,28 \text{ г} \cdot \left( \frac{45}{67} - \frac{43}{69} \right) = 2,42 \dots \text{ г} = 2,4 \text{ г}$$

(Округлили с учётом правила одной-двух значащих цифр в погрешности.)

Измеренное значение массы груза принимаем равным

$$m_1 = 0,5(m_{1ВГ} + m_{1НГ}) = 0,5 \cdot 100,28 \text{ г} \cdot \left( \frac{45}{67} + \frac{43}{69} \right) = 64,74 \dots \text{ г} = 64,7 \text{ г}$$

(Округлили с учётом правила равенства минимальных разрядов в записи результата измерения и его погрешности.)

Относительная погрешность измерения массы груза Машей равна

$$\varepsilon(m_1) = \frac{2,4}{64,7} \cdot 100 \% = 3,70 \dots \% = 4 \%$$

(Округлили с учётом правила одной-двух значащих цифр в погрешности.)

Итоговый результат измерений Маши

$$m_1 = 64,7 \text{ г} \pm 2,4 \text{ г}, \quad \varepsilon(m_1) = 4 \%$$

Аналогичные расчёты показывают, что по результатам измерения Даши

$$\Delta m_2 = 0,5(m_{2ВГ} - m_{2НГ}) = 0,5 \cdot 100,28 \text{ г} \left( \frac{27}{39} - \frac{25}{41} \right) = 4,12 \dots \text{ г} = 4 \text{ г}$$

$$m_2 = 0,5(m_{2ВГ} + m_{2НГ}) = 0,5 \cdot 100,28 \text{ г} \left( \frac{27}{39} + \frac{25}{41} \right) = 65,10 \dots \text{ г} = 65 \text{ г}$$

$$\varepsilon(m_2) = \frac{4}{65} \cdot 100 \% = 6,15 \dots \% = 6 \%$$

Итоговый результат измерений Даши  $m_2 = 65 \text{ г} \pm 4 \text{ г}, \quad \varepsilon(m_2) = 6 \%$

Видим, что точность измерений Маши в полтора раза больше, чем у Даши.

**5. Рычаги. Рекомендуемые критерии оценки.** За правильное решение с учётом оценки границ погрешности ставить 10 баллов. При этом следует учитывать, что результаты измерения плеч школьниками могут отличаться от приведённых в решении на 1-2 мм. При условии неизменности масштаба фотографии. Поэтому желательно проверить размеры по тем листам, которые были розданы участникам. За это оценку не снижать, но надо учесть. Что различия могут быть обусловлены и вычислительной ошибкой.

Если оценка погрешности идет не методом верхней-нижней границы, а сложением относительных погрешностей, то оценку не снижать при правильных рассуждениях. Если попытка расчётов с учётом погрешностей имеется, но используемые формулы ошибочны, то добавить за попытку не более 1 балла.

Если найдены значения грузов без учёта погрешности измерений, то за каждый ответ добавить по 2 балла.

Если есть обоснование, что у Маши результат более точный, чем у Даши, поскольку длины плеч в её эксперименте больше, то добавить 1 балл, а если сравнение точности измерения проводится через отношение длин плеч в опытах Даши и Маши, то добавить 2 балла