

9 класс

Задача 1. Жук-навозник на своем пути нашел игральную кость, представляющую собой куб со стороной 2 см. Решив ее перекатить, жук приложил свои усилия в верхнее ребро кости, за счет чего смог перевернуть кость. Какую минимальную силу необходимо приложить жуку для переворачивания кубика? Плотность кости считать равной 1500 кг/м^3 .

Возможное решение

Приведем все числовые значения в систему СИ: $a = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}$

Проведем анализ задачи: при переворачивании кубика работает правило рычага, где дальше от жука нижнее ребро выступает как ось вращения. Для того, чтобы кубик перевернулся необходимо в начале приложить достаточную силу F , чтобы он начал поворачиваться (для продолжения движения будет уже необходима меньшая сила). При этом, чтобы сила F была минимальна она должна быть перпендикулярна плечу. Запишем правило моментов для данной ситуации: $mg\cos(45^\circ)l/2 = Fl$, где l – длина диагонали квадрата, то есть $l^2 = 2a^2$, а $m = \rho a^3$. Таким образом, $F = \rho a^3 g \cos(45^\circ)/2$, $F \approx 0,042 \text{ Н}$.

Критерии оценивания

Сделан перевод в систему СИ	1 балл
Указано условие минимальности силы F	2 балла
Записано правило моментов ($mg\cos(45^\circ)l/2 = Fl$)	2 балла
Записана формула для расчета массы кубика	2 балл
Найдено выражение для расчета силы F	2 балла
Найдено значение силы F ($\approx 0,042 \text{ Н}$)	1 балл

Максимум за задачу – 10 баллов

Задача 2. В калориметре с теплоемкостью $C = 160 \text{ Дж/}^\circ\text{C}$ находится вода объемом 200 мл и маленькая спираль сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$. На спираль подается напряжение с батарейки емкость $q = 500 \text{ мА} \cdot \text{ч}$, характеризующей заряд, который она способна прокачать через себя. Найдите на сколько изменилась температура воды в калориметре после того как батарейка полностью разрядилась, если напряжение на спирали на протяжении всей работы батарейки оставалось постоянным, а ток в цепи не изменялся и составлял 1 А. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200 \text{ Дж/(кг } ^\circ\text{C)}$.

Возможное решение

Переведем все данные в систему СИ:

$$V = 0,0002 \text{ м}^3$$

$$q = 0,5 \cdot 3600 \text{ А} \cdot \text{с}$$

Составим уравнение теплового баланса

$$(C + cm)\Delta T = A, \text{ где } m = \rho V, A = I^2 R t.$$

Время t может быть найдено из емкости батарейки $t = q/I$

Таким образом, получим: $\Delta T = IRq/(C + c\rho V)$, $\Delta T = 18^\circ\text{C}$

Критерии оценивания

Все величины переведены в систему СИ	1 балл
Составлено уравнение теплового баланса	2 балла
Записаны уравнения для определения массы воды и работы источника тока	2 балла
Записана формула времени работы источника тока	2 балла

Записана формула для расчета ΔT нагрева воды	2 балла
Расчитано ΔT (18 C)	1 балл

Максимум за задачу – 10 баллов

Задача 3. Межзвездный зонд стартует с базы, расположенной вдали от массивных гравитационных объектов. На первом участке после старта $t_0 = 10$ секунд зонд движется с постоянным ускорением $a_0 = 5 \text{ м/с}^2$, а дальше включается так называемый экспоненциально-рывковый режим, в котором ускорение зонда пропорционально его скорости. Коэффициент пропорциональности $b = a/v = 3 \text{ с}^{-1}$. На каком расстоянии от базы окажется зонд, когда его скорость v станет 200 м/с? Ответ выразить в метрах.

Возможное решение

За время равноускоренного разгона зонд достигнет скорости

$$v_0 = a_0 t_0 = 50 \text{ м/с и пройдет путь } S_0 = a_0 t_0^2 / 2 = 250 \text{ м.}$$

Для экспоненциально-рывкового режима имеем: $\Delta v / \Delta t = a = bv = b \Delta x / \Delta t$,

$$\text{или } \Delta v = b \Delta x.$$

Отсюда $\Delta x = \Delta v / b = (v - v_0) / b = 50 \text{ м. Тогда искомое расстояние } S = S_0 + \Delta x = 300 \text{ м}$

Критерии оценивания

Записаны кинематические уравнения для равноускоренного участка пути ($v_0 = a_0 t_0$, $S_0 = a_0 t_0^2 / 2$)	2 балла
Расчитаны скорость в конце равноускоренного участка и перемещение на данном участке (50 м/с и 250 м)	2 балла
Записано математическое определение ускорения ($\Delta v / \Delta t = a$)	1 балл
Получено выражение для расчета перемещения на втором участке движения ($\Delta x = (v - v_0) / b$)	3 балла
Расчитано перемещение на втором участке движения (30 м)	1 балл
Расчитано расстояние от базы до зонда, когда его скорость стала 200 м/с (300м)	1 балл

Максимум за задачу – 10 баллов

Задача 4. Экспериментатор Глюк решил узнать внутреннее сопротивление батарейки. Для этого он измерил напряжение на ней при различных силах тока в цепи:

$I, \text{ A}$	0,037	0,032	0,025	0,021	0,020	0,015
$U, \text{ В}$	1,55	1,57	1,58	1,59	1,60	1,61

Постройте вольт-амперную характеристику батарейки.

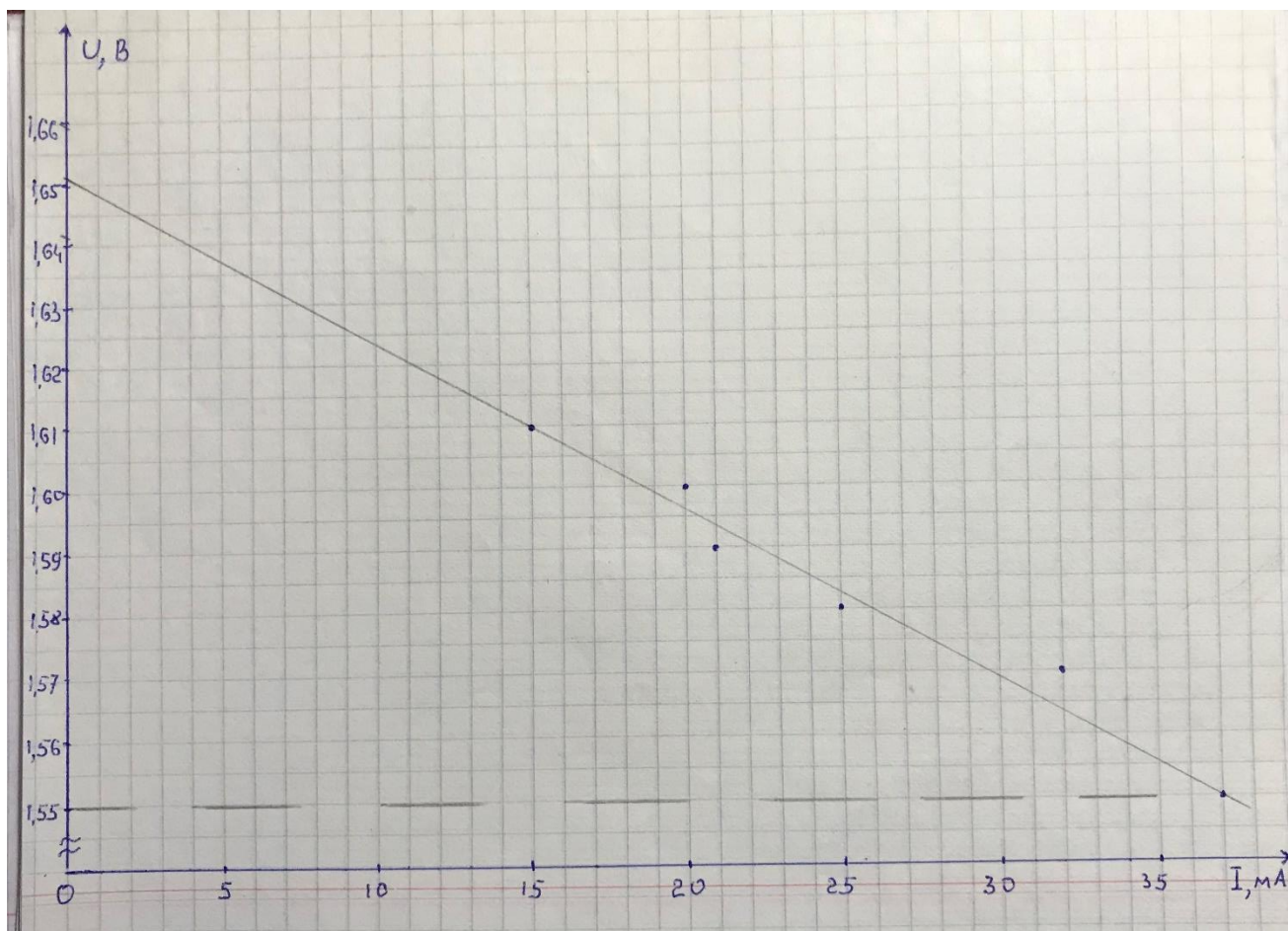
Найдите какое максимальное напряжение U_{max} может быть на батарееке

Какой максимальный ток $I_{\text{кз}}$ может выдать батарейка.

Какое внутреннее сопротивление батарейки r , если $I_{\text{кз}} = U_{\text{max}} / r$.

Возможное решение.

По графику ВАХ можно определить, что при нулевом токе U_{max} составляет 1,65 В (возможно отклонение в 0,005В).



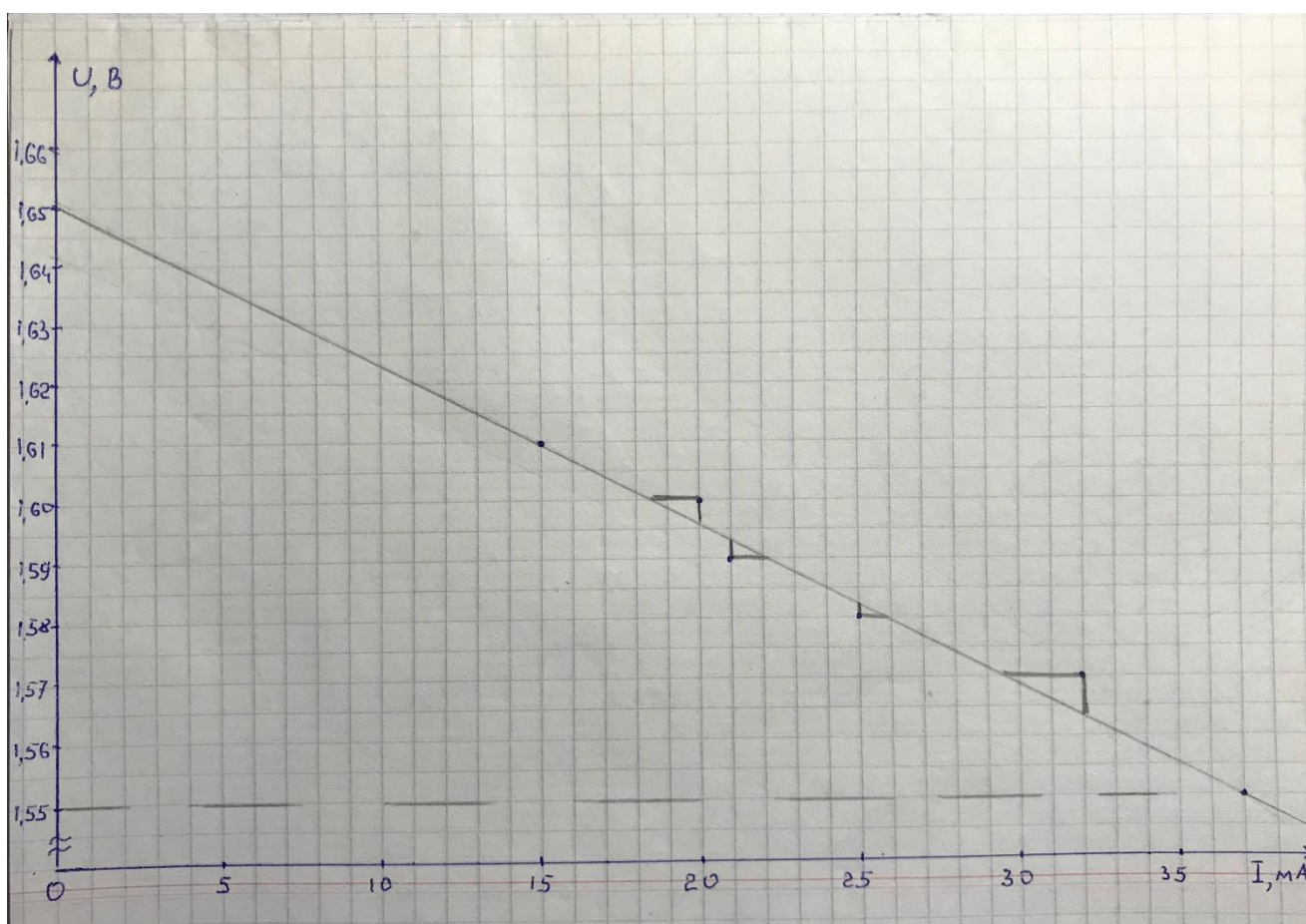
Так же можно найти уравнение прямой, соответствующей ВАХ батарейки:

$U = 1,65 - 0,0027I$ (напряжение в Вольтах, сила тока в мА) или $U = 1,65 - 2,70I$ (напряжение в Вольтах, сила тока в Амперах). Коэффициент перед аргументом I определяется из треугольника: $(1,65\text{В} - 1,55\text{В}) / (37\text{мА} - 0\text{мА}) = 0,002703 \text{ В/мА}$.

В принципе коэффициент перед аргументом I и есть сопротивление батарейки, то есть $r \approx 2,7 \text{ Ом}$. Но школьники могут найти из уравнения ВАХ ток $I_{кз}$: $I_{кз} = 1,65 \text{ В} / (0,0027 \text{ В/мА}) \approx 611 \text{ мА}$, а далее вычислить r : $r = U_{\text{max}} / I_{кз}$, $r \approx 2,7 \text{ Ом}$

Любая экспериментально определенная величина требует оценки погрешности ее измерения или вычисления. В данном случае присутствует как погрешности измерения напряжения, силы тока и построения графика ВАХ, так и погрешность косвенных измерений.

Погрешности измерений и построения прямой можно оценить, используя экспериментальные точки и построенный график: нужно измерить отклонение каждой экспериментальной точки от линии графика по направлению, параллельному той оси, вдоль которой отложена интересующая нас величина, и найти среднее значение этого отклонения.



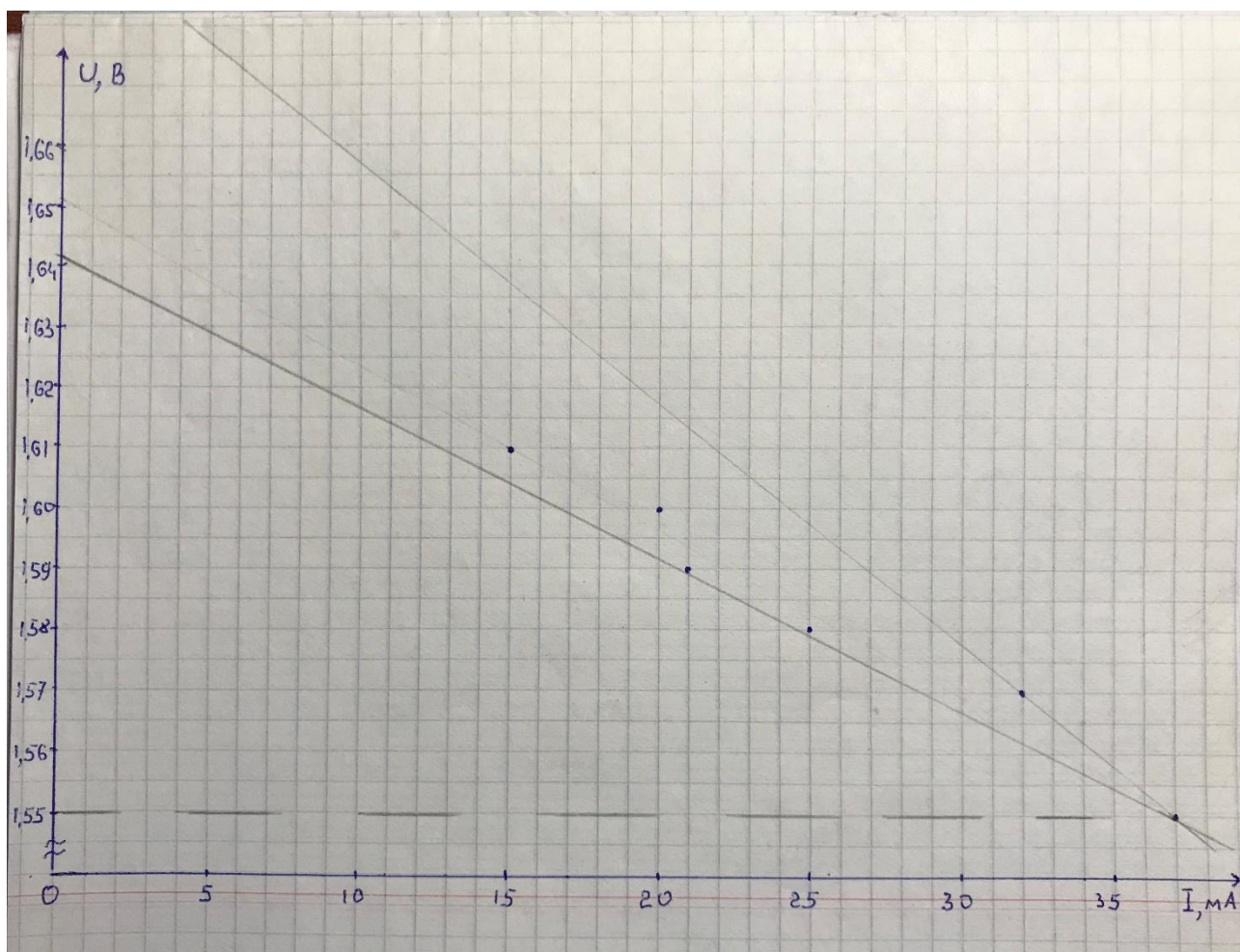
№ точки	1	2	3	4	5	6	ср
$\Delta I, \text{mA}$	0	1,5	1,5	1	2,5	0	1,1
$\Delta U, \text{В}$	0	0,005	0,005	0,0025	0,0075	0	0,0035

Примечание: округления при оценке погрешности всегда производятся в большую сторону.

Далее относительная погрешность определения коэффициента при аргументе в уравнении ВАХ может быть найдена как сумма относительных погрешностей разностей напряжений и сил токов.

Так как при операциях сложения и вычитания абсолютные погрешности складываются, то $\varepsilon(r) = 2\Delta U / (U_{\text{max}} - U_1) + 2\Delta I / I_1$, то есть $\varepsilon(r) = 0,13$, а $\Delta r = r\varepsilon(r) = 0,36 \text{ Ом}$.

Найти сопротивление батарейки и сделать оценку погрешности Δr можно и другим способом. Построить две прямые проходящие через экспериментальные точки таким образом, чтобы на оси ординат были отмечены минимальное и максимальное возможные значения U_{max} .



Для приведённых данных это будет 1,64 и 1,70 В. В этом случае среднее значение $U_{\max}$ будет 1,67 В, а отклонение $\Delta U_{\max} = 0,03$ В. Для минимального и максимального значений $U_{\max}$ строятся свои уравнения ВАХ и определяются токи I_{k3} и находится его среднее значение и отклонение от среднего. В нашем случае $I_{k3} = 595 \pm 80$ мА. Таким образом, $r = 1,67 \text{ В} / 0,595 \text{ А} = 2,81$ Ом, $\varepsilon(r) = \Delta U / (U_{\max}) + \Delta I_{k3} / I_{k3}$, $\varepsilon(r) = 0,03 / 1,67 + 0,080 / 0,595 = 0,153$, и следовательно $\Delta r = r\varepsilon(r) = 0,43$ Ом. То есть $r = 2,81 \pm 0,43$ Ом.

Критерии оценивания

Построен график $U(I)$:	
Оси подписаны с единицами измерения, правильно выбран масштаб (по оси тока 1 клетка – 1 мА, по оси напряжений 2 кл – 0,01В)	1 балл
Нанесены экспериментальные точки	1 балл
Построена прямая по экспериментальным точкам	1 балл
По графику найдено значение $U_{\max}$ (1,645-1,655 В)	1 балл
Найдено уравнение прямой: $U = 1,65 - 0,0027I$ (напряжение в В, сила тока в мА)	1 балл
Найден ток I_{k3} : ≈ 611 мА	1 балл
Рассчитано внутреннее сопротивление $r \approx 2,7$ Ом	1 балл
Приведена оценка погрешности а $\varepsilon(r) = 13-15,3 \%$	3 балла

Максимум за задачу – 10 баллов.