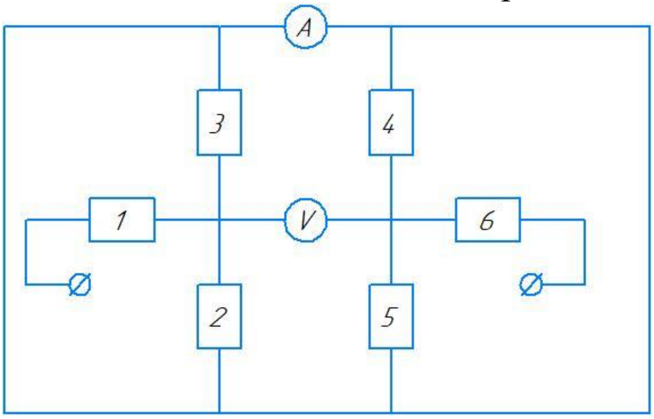
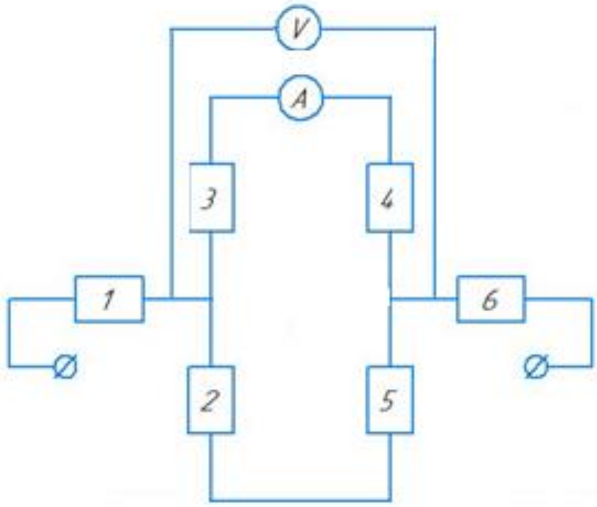
1. «Схема»
   Дана схема. Что показывает идеальный амперметр и идеальный вольтметр? Что они покажут, если их поменять местами? Сопротивления резисторов 1 – 6 равны соответственно 1 Ом, 2 Ом, 3 Ом, 4 Ом, 5 Ом, 6 Ом. Клеммы выходят на источник, подающий напряжение 14 В.



Возможное решение:

Случай 1.

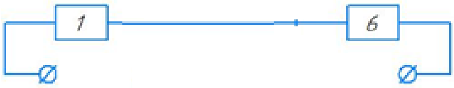
1. Т.к. вольтметр идеальный, то он эквивалентен разрыву цепи, поэтому через него ток не течёт. Амперметр эквивалентен просто проводнику.
2. Эквивалентная схема выглядит так:



3. Общее сопротивление равно $R_0 = R_1 + \frac{(R_2+R_5)(R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4+R_5} + R_6 = \frac{21}{2}$ Ом.
4. Общая сила тока $I_0 = \frac{U_0}{R_0} = \frac{4}{3}$ А.
5. Напряжение на вольтметре будет равно напряжению на участке 2-5: $U_{2-5} = U_0 - U_1 - U_6 = \frac{14}{3}$ В.
6. Сила тока через амперметр равна половине общего тока, так как $R_2 + R_5 = R_3 + R_4$, а соединение резисторов 2,5 и 3,4 параллельное. Следовательно, на амперметре $\frac{2}{3}$ А.

Случай 2.

1. Так как амперметр идеальный (его сопротивление равно нулю), то весь ток из резистора 1 пойдёт через него в резистор 6.
2. Эквивалентная схема будет такая:



3. Через резисторы 3 и 4 ток не течёт, следовательно, между ними напряжение равно нулю.
4. Сила тока через амперметр равна общему току в цепи $I_0 = \frac{U_0}{R_0} = \frac{U_0}{R_1+R_6} = 2\text{А}$

Система оценивания задачи:

В случае 1 изображена эквивалентная схема – **2 балла**

Записан закон Ома – 1 балл

Записаны законы последовательного и параллельного соединения проводников для данной цепи – **1 балл**

Найдено показание вольтметра – **1 балл**

Найдено показание амперметра – **1 балл**

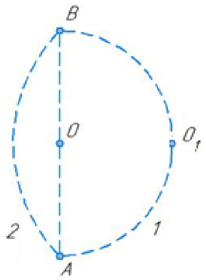
В случае 2 изображена эквивалентная схема – **2 балла**

Объяснено, почему напряжение на вольтметре равно нулю – **1 балл**

Найдена сила тока через амперметр – **1 балл**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

2. «Русская народная»
   Охотник Фёдор выследил двух зайцев (находятся в точке А) и их нору (находится в точке В). Он не верил в правдивость поговорки «за двумя зайцами погонишься – ни одного не поймаешь», поэтому решил поймать обоих, подкрался практически вплотную к ним и попытался схватить.
   Зайцы побежали врассыпную, один в одну сторону, другой в другую. Оба побежали по дугам окружности разных радиусов, ведущих к норе, а Фёдор решил побежать напрямик к норе. Поверит ли Фёдор после этой охоты в народную поговорку, если один заяц побежал по окружности, центр которой лежит в точке О (траектория 1), а второй по другой окружности (траектория 2) , центр которой лежит в точке O_1?
   Скорость первого зайца в 2 раза больше скорости Фёдора, угловые скорости зайцев одинаковые. Все скорости постоянны.



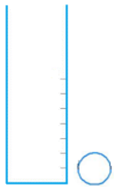
Возможное решение:

1. Зайцы побегут по окружностям, следовательно, время их движения и скорости связаны так: $v_i = \frac{l_i}{t_i}$.
2. Время, за которое первый заяц добежит до норы, равно $t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{\pi R_1}{v_1}$, а время, за которое второй заяц добежит до норы, равно $t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{\varphi R_2}{v_2}$, где v – скорость охотника, R_1 – радиус окружности 1, R_2 – радиус окружности 2, φ – угловой размер дуги 2.
3. По условию угловые скорости зайцев равны $\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \frac{v_1}{R_1} = \frac{v_1}{R_2}$.
4. Так как отрезок АВ – диаметр окружности 1 => угол $\mathrm{BO_1A} = \frac{\pi}{2}$ этот угол является центральным для окружности 2 => $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
5. Время, за которое Фёдор добежит до норы равно $t = \frac{2R_1}{v}$.
6. Окончательно, время, за которое первые и второй заяц добегут до норы, равно соответственно $t_1 = \frac{\pi R_1}{2v}$, $t_2 = \frac{\frac{\pi}{2} R_2}{v_2} = \frac{\pi}{2}\frac{R_1}{2v} = \frac{t_1}{2}$.
7. $t > t_1, t > t_2 \Rightarrow$ Охотник Фёдор прибежит после зайцев, то есть, никого не поймает и поверит в поговорку.

Система оценивания задачи:

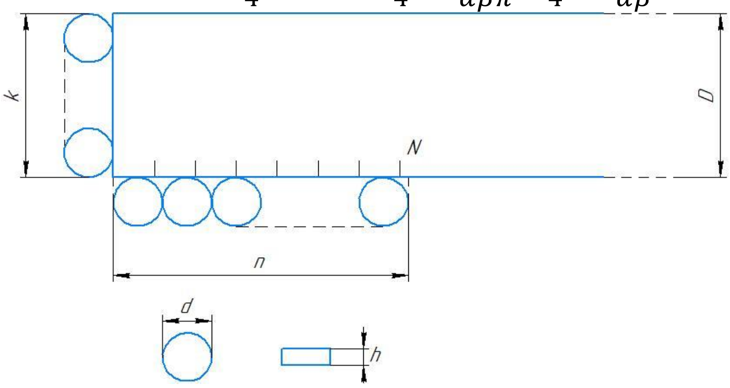
Выведена формула расчёта времени для зайца 1 – **1 балл**
Выведена формула расчёта времени для зайца 2 – **2 балла**
Выведено соотношение из пункта 3 – **2 балла**
Найден угол φ из пункта 4 – **2 балла**
Найдено время для охотника Фёдора – **1 балл**
Соотнесены друг с другом найденные времена и показан результат – **2 балл**
Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

3. «Объём монеты»
   Представьте, что Вам дана мензурка с ценой деления 5 мл, монета достоинством 5 копеек, белый лист формата А4, угольник без делений и карандаш. Поверхность мензурки такая, что на ней нельзя делать насечки. Предложите способ оценки объёма монеты с использованием только имеющегося у вас оборудования.



Возможное решение:

1. Отложим n раз монетку, каждый раз делая засечки на листе около её краёв (для того, чтобы точно отметить диаметр, можно использовать уголок) до тех пор, пока не поместится целое или почти целое число монет в N делений. Выразим высоту цены деления мензурки через диаметр монетки $dn = Nh_c => h_c = d\frac{n}{N} = d\alpha$.
2. Аналогично выразим диаметр основания мензурки через диаметр монетки. При необходимости можно несколько раз отметить на бумаге величину диаметра мензурки $DK = dk$, где K – количество диаметров мензурки, в которых поместилось целое или почти целое число k диаметров монеток. $D = d\frac{k}{K} = d\beta$.
3. Тогда объём, помещающийся в одной цене деления мензурки равен $V_c = h_c * \frac{\pi D^2}{4} = \alpha d\frac{\pi}{4}d^2\beta^2$.
4. Отсюда диаметр монетки равен $d = \sqrt[3]{\frac{4V_c}{\pi\alpha\beta}}$.
5. Аналогичным образом отмерим соотношение диаметра монетки и её толщины h: $d\gamma = h$.
6. Получается, что объём монеты можно рассчитать так:
   $V = h * \frac{\pi d^2}{4} = d^3\gamma\frac{\pi}{4} = \frac{4V_c}{\alpha\beta\pi}\gamma\frac{\pi}{4} = \frac{V_c\gamma}{\alpha\beta}$.



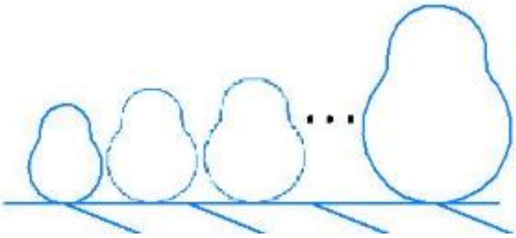
Система оценивания задачи:

1. Предложен способ связать высоту цены деления с размером монеты (диаметром или толщиной), то есть, найден коэффициент α – **2 балла**
2. Предложен способ связать диаметр мензурки с размером монеты (диаметром или толщиной), то есть, найден коэффициент β – **2 балла**
3. Выражен размер монеты (диаметр или толщину) через цену деления мензурки– **2 балла**

4. Предложен способ связать диаметр монеты и толщину то есть, найден коэффициент γ – **2 балла**
5. Выражен объём монеты – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

4. «Матрёшки»
   На открытый лабораторный стол выставлены матрёшки разных размеров, полностью заполненные необычной жидкостью, находящейся при температуре плавления, а плотность которой при кристаллизации почти не меняется.



   В лаборатории можно регулировать температуру окружающей среды. В результате исследования кристаллизации жидкости у инженера Иннокентия получилась следующая таблица значений времени кристаллизации t, массы жидкостей m и температуры воздуха в лаборатории.

M, г	100	2700	800
T,℃	-20	-20	0
t,ч	1	3	10

   Помогите Иннокентию на основе этих данных определить время кристаллизации жидкости, находящейся в одной из матрёшек, если масса жидкости 1562,5 г, а температура воздуха в лаборатории -40℃.

   Указание: Количество теплоты, проходящее через единицу площади тела в единицу времени, прямо пропорционально разности температур внутри и вне тела.

Возможное решение:

1. По закону Ньютона-Рихмана мощность теплопередачи от i-ой матрёшки окружающей среде равна $P_i = \alpha S_i(T_{пл} - T_{oi})$, где S_i – площадь поверхности i-ой матрёшки; α – одинаковый для всех матрёшек коэффициент, так как геометрия и материалы матрёшек одинаковые; $T_{пл}$ – температура плавления жидкости, T_{oi} – температура окружающей среды.
2. Количество теплоты, которое выделится при кристаллизации от i-ой матрёшки равно, с одной стороны, $Q_i = P_i * t_i$, а с другой - $Q_i = \lambda m_i$. Удельная теплота плавления, площадь поверхности, температура плавления и плотность жидкости нам неизвестны.
3. Исходя из метода размерностей, в силу одинаковости геометрии матрёшек, можно заключить, что площадь и объём тела можно выразить через линейный размер тела H так: $S_i = k_s * H_i^2$; $V_i = k_v * H_i^3$.
4. При этом $m_i = \rho * V_i$. Отсюда для i-ой и k-ой матрёшки $\frac{V_i}{V_k} = \frac{m_i}{m_k} => \frac{S_i}{S_k} = \left(\frac{m_i}{m_k}\right)^{\frac{2}{3}}$
5. Найдём формулу расчёта времени кристаллизации некоторой i-ой матрёшки через параметры k-ой матрёшки: $P_i * t_i = \lambda m_i$; $P_k * t_k = \lambda m_k => \frac{m_i}{m_k} = \frac{P_i * t_i}{P_k * t_k} =$
   $\frac{\alpha S_i(T_{пл} - T_{oi})t_i}{\alpha S_k(T_{пл} - T_{ok})t_k} => t_i = t_k \frac{S_k(T_{пл} - T_{ok})}{S_i(T_{пл} - T_{oi})} \frac{m_i}{m_k} = \frac{t_k(T_{пл} - T_{ok})}{(T_{пл} - T_{oi})} \left(\frac{m_i}{m_k}\right)^{\frac{1}{3}}$.
6. Формула из п.5 с помощью данных таблицы даёт $T_{пл} = 5$℃.
7. Расчёт даёт для искомого времени $t =$1,4 ч

Система оценивания задачи:
Написана формула Ньютона-Рихмана для мощности – **2 балла**
Показано, как рассчитывается количество теплоты, выделяемое матрёшкой – **2 балла**
Из метода размерностей получено соотношение для площадей из пункта 4 – **2 балла**
Найдена формула для пересчёта времени из пункта 5 – **2 балла**
Найдена температура плавления – **1 балл**
Найдено искомое время – **1 балл**
Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

5. «Лифты»

   Две подружки – Света и Люся – едут на открытых лифтах в соседних домах, которые находятся друг напротив друга. Лифт, в котором находится Света, едет наверх со скоростью u. Света бросает подружке горизонтально относительно себя ластик так, что ластик попадает прямо Люсе в руки ровно через 3 секунды. Куда едет второй лифт и с какой скоростью, если оба лифта едут с одинаковой по величине скоростью, расстояние между домами равно 20 м, в момент броска Света находится на уровне пятого этажа, а Люся на уровне третьего? После того, как ластик пойман, подружки ещё едут в лифтах, высота одного этажа равна 3 м. Ускорение свободного падения принять за 10 $\frac{м}{c^2}$. Подружки одного роста.

Возможное решение:

1. Рассмотрим случай, когда лифты движутся в одном направлении (наверх).
2. Перейдём в систему отсчёта, связанную с лифтом Люси, эта система будет инерциальной, так как она относительно Земли (считаем ИСО), движется равномерно и прямолинейно.
3. В СО-«лифт Люси» ластик движется с ускорением свободного падения и начальной скоростью, направленной горизонтально. При этом расстояние между лифтами по вертикали и по горизонтали ластик пройдет за одно и то же время.
4. По вертикали, с одной стороны, ластику требуется упасть на 6 м (два этажа), а с другой – высота, на которую он упадёт, равна $H = \frac{gt^2}{2} = 45$ м. Получаем противоречие = > лифты двигаются в разных направлениях.
5. Снова рассмотрим движение ластика в СО-«лифт Люси». В ней у ластика по вертикали будет начальная скорость, направленная вверх и равная 2u. Тогда уравнение движения по вертикали будет такое:

   $H = 2ut - \frac{gt^2}{2}$, отсюда $u = \frac{H+\frac{gt^2}{2}}{2t} = \frac{51}{6}\frac{м}{с}$.
6. Таким образом, второй лифт движется вниз со скоростью $\frac{51}{6}\frac{м}{с}$.

Система оценивания задачи:

1. Написано уравнение движения по вертикали для первого случая – **2 балла**
2. Показано, что если лифты движутся в одну сторону, то ластик должен пройти не то расстояние, которое указано в задаче – **3 балла**
3. Написано уравнение движения по вертикали для второго случая – **2 балла**
4. Найдена скорость лифта в случае противоположного движения лифта – **3 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов