

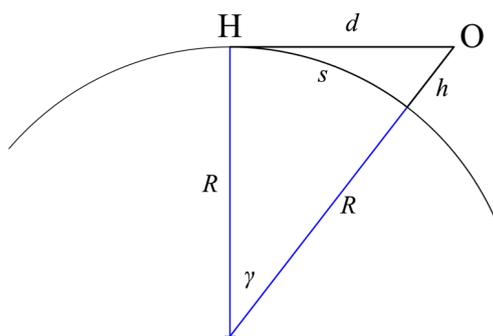
9 класс

Задача № 1. Сторожевые вышки

В древности у многих народов существовали сигнальные системы – линии сторожевых вышек, на которых при обнаружении подхода неприятельских войск зажигались костры. Приняв высоту вышек равной 12 м, оцените максимальное расстояние S между вышками на открытой равнинной местности, при котором сигнал будет передаваться с вышки на вышку.

Возможное решение

1. Обозначим радиус Земли R , высоту одной из башен – h , и расстояние между верхней точки башни и точкой на видимом горизонте – d .



Из рисунка видно, что половина искомого расстояния d может быть вычислена по теореме Пифагора:

$$d^2 = (R+h)^2 - R^2$$

2. Поскольку слагаемое h^2 много меньше R^2 , и $2Rh$, им можно пренебречь $d^2 = (R+h)^2 - R^2 \approx 2Rh$.

3. Тогда $S=2d \approx 2\sqrt{2Rh} \approx 2 \cdot (2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \cdot 12)^{1/2} \approx 24790$ м, или около 25 км.

Ответ: 25 км.

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 3 балла

В том случае, когда приближение (п. 2) не проведено, но вычисление привело к верному значению, пункт 2 не оценивается, а за 3-й пункт, выполненный по точной формуле

$$S = 2d = 2\sqrt{2Rh + h^2},$$

добавляется 1 балл.

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 2. Пластина на струях

Фанерная пластина массы $m = 2$ кг, удерживается в воздухе 5 струями воды, бьющими вертикально вверх из трубок, имеющих сечение $S_0 = 2 \text{ см}^2$. Скорость воды на выходе из трубок равна $v_0 = 5$ м/с. Достигая пластины, вода разлетается от нее в горизонтальной плоскости. На какой высоте над трубками удерживается пластина? Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Возможное решение

1. Одна струя ударяет о пластину с силой

$$F_1 = \Delta p / \Delta t = \Delta m \cdot v / \Delta t = \rho \Delta V \cdot v / \Delta t = \rho S (v \Delta t) \cdot v / \Delta t = \rho v^2 S,$$

где S – площадь горизонтального сечения струи, а v – ее скорость на искомой высоте h .

2. Сила давления N струй, очевидно, равна $F = NF_1$.

3. В равновесии

$$mg = F = N \rho v^2 S = N \rho v v_0 S_0,$$

поскольку из условия неразрывности струи следует, что $vS = v_0 S_0$.

4. Из кинематического рассмотрения имеем

$$v^2 = v_0^2 - 2gh.$$

5. Решая совместно эти уравнения, получаем

$$h = \frac{1}{2g} \cdot \left(v_0^2 - \left[\frac{mg}{N\rho v_0 S_0} \right]^2 \right) = \frac{1}{2 \cdot 10} \left(5^2 - \left[\frac{2 \cdot 10}{5 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} \right]^2 \right) = \frac{9}{20} = 0,45 \text{ м}$$

Ответ: 0,45 м.

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 1 балл

За 3-й пункт – 2 балла

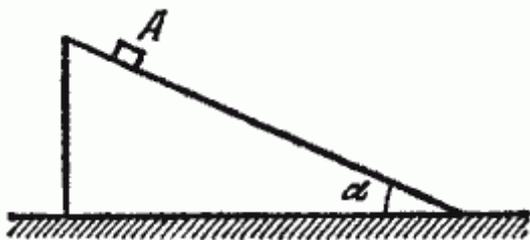
За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 3 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 3. Скользящая наклонная плоскость

На гладкую наклонную плоскость, которая может двигаться без трения по горизонтали, положили тело А (см. рис.). Какое ускорение необходимо сообщить наклонной плоскости в горизонтальном направлении, чтобы тело А свободно падало вертикально вниз? Плоскость образует с горизонтом угол α .



Возможное решение

1. При свободном падении тело А за время t пройдет по вертикали путь

$S_1 = \frac{1}{2} g t^2$. За это же время наклонная плоскость должна сместиться по горизонтали на расстояние $S_2 = \frac{1}{2} a t^2$.

2. Если тело все время соприкасается с наклонной плоскостью, то $S_2/S_1 = \text{ctg}\alpha$. Следовательно, искомое ускорение равно $a = g \cdot \text{tg}\alpha$.

3. Если ускорение наклонной плоскости в горизонтальном направлении будет больше $g \cdot \text{ctg}\alpha$, то тело будет свободно падать.

Ответ: $a > g \cdot \text{ctg}\alpha$.

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 4 балла

За 3-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 4. Мороженое в блендере

Для приготовления домашнего мороженого мама школьника использовала следующий способ. Она заморозила в морозильнике до температуры

$t_1 = -18\text{ }^\circ\text{C}$ фруктовый сок, и далее при помощи блендера превращала кубики льда в кашицу, состоящую на $n_l = 80\%$ из мелких ледяных частиц и на $n_c = 20\%$ из жидкого сока, находящуюся при температуре $t_2 = 0\text{ }^\circ\text{C}$. Какую массу m такого мороженого она могла получить за время $\tau = 5$ мин работы блендера мощностью $P = 100$ Вт, если $\eta = 0,9$ этой мощности расходовалась на обработку смеси и доведение её до конечного состояния? Свойства жидкого сока считать близкими к свойствам воды, теплообменом смеси с окружающими телами можно пренебречь. Удельная теплоемкость c_l и удельная теплота λ плавления льда 2100 Дж/кг·К и 330 кДж/кг соответственно.

Возможное решение

1. Будем считать, что вся механическая энергия (с учетом КПД η , т.е. $\eta P \tau$), израсходованная блендером на обработку льда, в конечном счете

превращается в избыток внутренней энергии, идущий на нагревание всей массы льда m от t_1 до t_2 и дальнейшее таяние части массы льда $n_c m$ при $t_2 = 0^\circ\text{C}$.

Запишем уравнение теплового баланса:

$$\eta P \tau = m c_l \cdot (t_2 - t_1) + n_c m \lambda,$$

2. Из этого уравнения следует, что масса получившегося мороженого равна $m = \eta P \tau / [c_l \cdot (t_2 - t_1) + n_c \lambda]$.

3. Подставляя числовые данные, находим:

$$m = 0,9 \cdot 100 \cdot 5 \cdot 60 / [2100 \cdot 18 + 0,2 \cdot 330000] \approx 0,26 \text{ кг, или } 260 \text{ г.}$$

Ответ: 260 граммов

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

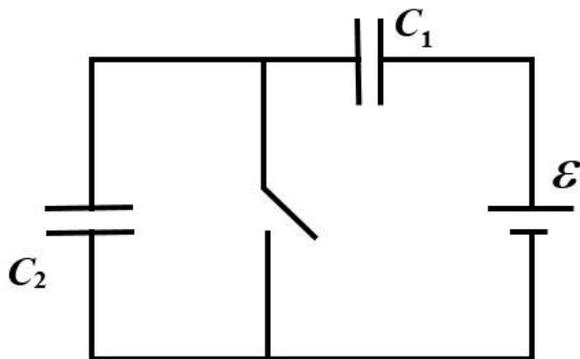
За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 3 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.

Задача № 5. Ключ в схеме с конденсаторами

В схеме (см. рис.) емкости конденсаторов равны $C_1 = 3 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, ЭДС источника $\mathcal{E} = 5 \text{ В}$. Найти заряд Δq , который протечет через ключ после его замыкания.



Возможное решение

1. При разомкнутом ключе общая емкость цепи C равна

$$C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) = 1,2 \text{ Ф.}$$

2. Напряжение на обоих конденсаторах равно

$$\varepsilon = 5 \text{ В, т.е., заряд системы конденсаторов } q_1 = C\varepsilon = 6 \text{ мкКл.}$$

3. После замыкания конденсатор C_2 разрядится, а заряд на конденсаторе C_1 станет равным $q_2 = C_1\varepsilon = 15 \text{ мкКл.}$

4. Протекший через ключ заряд $\Delta q = q_2 - q_1 = 15 - 6 = 9 \text{ мкКл.}$

Ответ: 9 мкКл.

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 3 балла

За 2-й пункт – 2 балл

За 3-й пункт – 3 балла

За 4-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно поставить до 2 баллов в качестве поощрения.