

10 класс

Задача 1

Под настольной лампой, находящейся на высоте $h = 1$ м над поверхностью стола, по столу проложены прямые рельсы (проходящие строго под лампой). По ним со скоростью $V = 1$ м/с катится маленькая тележка с лежащим на ней горизонтально зеркальцем. С какой скоростью u бежит светлое пятнышко по потолку? Высота потолка над поверхностью стола $H = 2$ м.

Решение

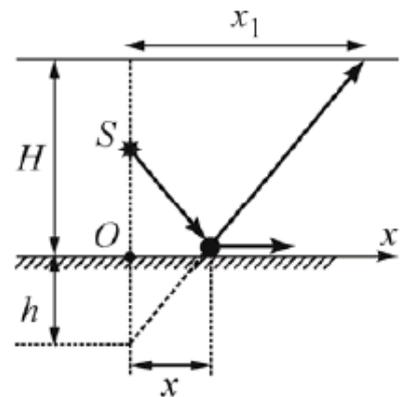
Изобразим ход лучей на рисунке. Координата светлого пятна x_1 связана с координатой тележки x соотношением подобия $x_1 : x = (H + h) : h$. Принимая в качестве начала отсчета времени момент прохождения тележки под лампой, запишем зависимость координаты x тележки от времени t . В силу равномерности движения эта зависимость имеет вид $x = Vt$. Отсюда

$$x_1 = \frac{H+h}{h} Vt .$$

Следовательно, скорость пятна $u = \frac{x_1}{t} = \frac{H+h}{h} V = 3 \text{ м/с}$

Ответ: скорость движения светлого пятнышка по потолку составляет

$$u = \frac{H+h}{h} V = 3 \text{ м/с} .$$

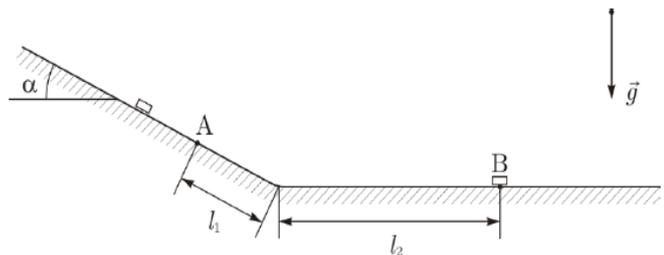


Критерии оценивания

| | |
|--|---------|
| Установлено соотношение подобия | 4 балла |
| Найдена зависимость для координаты пятна | 4 балла |
| Найдена искомая скорость пятна | 3 балла |

Задача 2

По наклонной плоскости, которая затем плавно переходит в горизонтальную, соскальзывает маленькая шайба, которая останавливается в точке B (см. рисунок). Найдите скорость шайбы в точке A . Коэффициент трения между обеими плоскостями и шайбой равен μ , наклонная плоскость образует угол α с горизонтом, $\mu < \text{tg}\alpha$. Расстояния l_1 и l_2 известны, $\mu l_2 > l_1 \sin\alpha$. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.



Решение

Первый способ (энергетический)

Обозначим искомую скорость шайбы в точке A через v , а массу шайбы через m . Пока шайба скользит по наклонной плоскости, на неё действуют сила тяжести, сила реакции опоры $N_1 = mg \cos\alpha$ и сила трения $F_{\text{тр}1} = \mu N_1 = \mu mg \cos\alpha$. Модуль работы силы трения на участке от точки A до конца наклонной плоскости $A_1 = \mu mg \cos\alpha l_1$.

При движении по горизонтальной плоскости на шайбу действуют сила тяжести, сила реакции опоры $N_2=mg$ и сила трения $F_{\text{тр}2}=\mu N_2=\mu mg$. Модуль работы силы трения на этом участке $A_2=\mu mgl_2$.

По закону изменения механической энергии

$$\frac{mv^2}{2} + mgl_1 \sin \alpha = A_1 + A_2 = \mu mg(l_1 \cos \alpha + l_2)$$

откуда $v = \sqrt{2g(\mu l_2 - l_1(\sin \alpha - \mu \cos \alpha))}$

Второй способ (динамический)

При движении по наклонной плоскости проекция ускорения шайбы на направление движения $a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$.

Пусть v — искомая скорость шайбы в точке А, v_1 — скорость шайбы в точке, где наклонная плоскость переходит в горизонтальную. Поскольку шайба движется равноускоренно:

$$l_1 = \frac{v_1^2 - v^2}{2a_1} \Rightarrow v = \sqrt{v_1^2 - 2a_1 l_1} = \sqrt{v_1^2 - 2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) l_1}$$

При движении по горизонтальной плоскости проекция ускорения шайбы на направление движения: $a_2 = -\mu g$,

$$\text{значит, } l_2 = \frac{-v_1^2}{2a_2} \Rightarrow v_1^2 = -2a_2 l_2 = 2\mu gl_2$$

Подставив это равенство в полученное ранее выражение для v , найдём:
 $v = \sqrt{2g(\mu l_2 - l_1(\sin \alpha - \mu \cos \alpha))}$.

Ответ: $v = \sqrt{2g(\mu l_2 - l_1(\sin \alpha - \mu \cos \alpha))}$.

Критерии оценивания

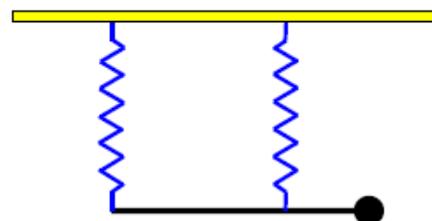
| | |
|--|---------|
| Найден модуль работы A_1 | 3 балла |
| Найден модуль работы A_2 | 3 балла |
| Записан закон изменения механической энергии | 2 балла |
| Получен ответ | 2 балла |

либо

| | |
|----------------------------------|---------|
| Найдена проекция ускорения a_1 | 2 балла |
| Записано уравнение для l_1 | 2 балла |
| Найдена проекция ускорения a_2 | 2 балла |
| Записано уравнение для l_2 | 2 балла |
| Получен ответ | 2 балла |

Задача 3

Однородный тонкий стержень подвешен на двух одинаковых очень жестких пружинах, одна из которых прикреплена к его левому концу, а другая — к точке, находящейся на расстоянии трети длины стержня от его правого конца (см. рисунок). К правому концу стержня прикрепили маленький груз, масса которого в два раза больше массы стержня. Система находится в равновесии,



причем оси обеих пружин при этом вертикальны. Во сколько раз отличаются величины деформаций пружин?

Решение

Будем считать, что деформации пружин малы, и к ним применим закон Гука. Тогда, поскольку пружины одинаковы, то отношение величин деформаций равно отношению

$$\text{величин сил упругости: } \frac{|\Delta l_2|}{|\Delta l_1|} = \frac{|F_2|}{|F_1|}.$$

Т.к. все силы, действующие на стержень: силы упругости пружин, сила тяжести стержня и вес груза - направлены вертикально, то условие равновесия сил в проекции на вертикальную ось имеет вид:

$$F_1 + F_2 = 3mg.$$

Правило моментов относительно центра масс стержня имеет вид:

$$2mg \frac{l}{2} + F_1 \frac{l}{2} - F_2 \frac{l}{6} = 0 \Rightarrow F_2 - 3F_1 = 6mg.$$

Решая полученную систему, находим:

$$F_1 = -\frac{3}{4}mg, \quad F_2 = \frac{15}{4}mg.$$

Как видно, первая пружина сжата (ее сила упругости направлена вниз), а вторая растянута. При этом $\frac{|\Delta l_2|}{|\Delta l_1|} = \frac{|F_2|}{|F_1|} = 5$.

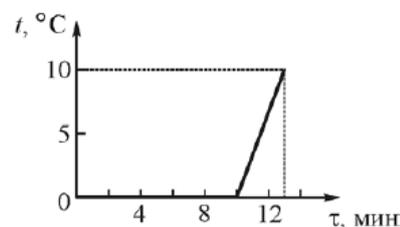
Ответ: $\frac{|\Delta l_2|}{|\Delta l_1|} = 5$.

Критерии оценивания

| | |
|---|---------|
| Установлена связь между деформациями и силами | 2 балла |
| Найдено условие равновесия для сил | 2 балла |
| Найдено условие равновесие для моментов сил | 4 балла |
| Получен ответ | 2 балла |

Задача 4

В калориметр с водой и льдом погрузили проволоку сопротивлением $R = 800$ Ом и стали пропускать ток силой $I = 1$ А. На графике приведена зависимость температуры T в калориметре от времени t . Определите начальную массу льда m_1 и начальную массу воды в жидком состоянии m_2 . Удельная теплота плавления льда $\lambda = 336$ кДж/кг, удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C).



Решение

Как следует из графика, за время $\tau_1 = 10$ мин. = 600 с в калориметре плавится лед, а еще за время $\tau_2 = 3$ мин. = 180 с вся вода нагревается от 0 °C до 10 °C, на $\Delta t = 10$ °C.

На первом этапе получено количество теплоты λm_1 , а на втором этапе – количество теплоты $c(m_1 + m_2)\Delta t$.

Поскольку мощность электронагревателя составляет I^2R , составим уравнения:
 $I^2R\tau_1 = \lambda m_1$ и $I^2R\tau_2 = c(m_1 + m_2)\Delta t$.

Следовательно, $m_1 = I^2R\tau_1 / \lambda = 1,43 \text{ кг}$ и $m_2 = I^2R\tau_2 / (c\Delta t) - m_1 = 2 \text{ кг}$.

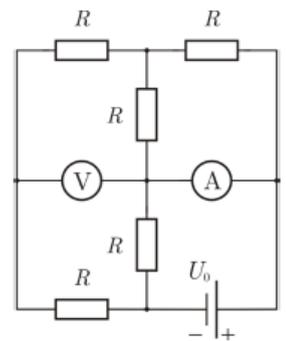
Ответ: начальная масса льда $m_1 = I^2R\tau_1 / \lambda = 1,43 \text{ кг}$, начальная масса воды
 $m_2 = I^2R\tau_2 / (c\Delta t) - m_1 = 2 \text{ кг}$.

Критерии оценивания

| | |
|---|---------|
| Определены количества теплоты для плавления и нагревания | 4 балла |
| Найдены формулы, связывающие мощность нагревателя и теплоту | 4 балла |
| Найдены искоемые массы | 2 балла |

Задача 5

На рисунке изображена схема электрической цепи, состоящей из источника постоянного напряжения U_0 , резисторов с одинаковым сопротивлением R , идеального вольтметра и идеального амперметра. Показания вольтметра $U_V = 3 \text{ В}$, амперметра – $I_A = 24 \text{ мА}$. Определите напряжение источника U_0 и сопротивление R резисторов. Сопротивление источника считать равным нулю.



Решение

Перерисуем схему (см. рисунок). Поскольку вольтметр идеальный, ток через него не течёт, и он не влияет на распределение токов в цепи. Амперметр идеальный, поэтому напряжение на нём не падает.

Для токов верны равенства: $I_2 = 2I_1$, $I_A = I_1 + I_3$.

Падение напряжения на одном резисторе справа равно падению напряжения на резисторах слева: $2RI_2 + RI_1 = RI_3$, откуда $5I_1 = I_3$.

Отсюда можно выразить все токи в цепи через известный ток I_A :

$$I_1 = I_A/6, I_2 = 2I_A/6, I_3 = 5I_A/6.$$

Выразим напряжение на вольтметре через эти токи и сопротивление R :

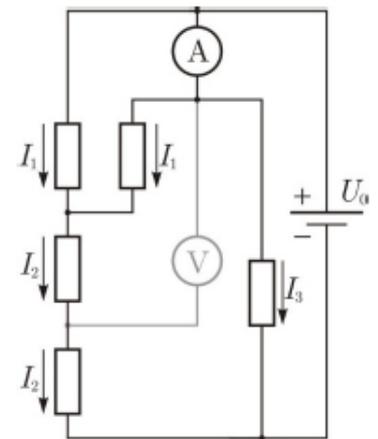
$$U_V = RI_3 - RI_2 = RI_A/2,$$

откуда получаем сопротивление резистора $R = 2U_V/I_A = 250 \text{ Ом}$.

Напряжение на источнике:

$$U_0 = RI_3 = 5U_V/3 = 5 \text{ В}.$$

Ответ: 5 В.



Критерии оценивания

| | |
|--|---------|
| Используется, что напряжение на амперметре не падает, и что через вольтметр ток не течёт | 3 балла |
| Удалось нарисовать правильную эквивалентную схему | 3 балла |
| Найдено сопротивление R | 2 балла |
| Найдено U_0 | 2 балла |