Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по физике. 2023-24 учебный год. 10 класс. Максимальный балл – 50.

Задача №1

Два калориметра (первый – только с водой, второй – только со льдом) одновременно ставят на нагреватели одинаковой мощности. Начальная температура в обоих калориметрах $t = 0$ ℃. В момент времени $\tau = 6$ мин первый калориметр сняли с нагревателя и всю воду из него плавно перелили во второй калориметр. На рис. 10.1 показано, как менялась масса воды (в жидком состоянии) во втором калориметре с течением времени. Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{℃}}$, удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг. Потерями тепла пренебречь.

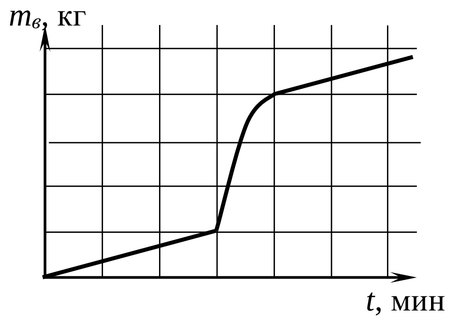


Рис. 10.1

Определите:

1. мощность нагревателя P;
2. массу воды $m_в$, которая была перелита из первого калориметра во второй.

Автор: Антон Петрович Сорокин

Возможное решение

Вопрос №1.

После переливания во второй калориметр воды из первого продолжает расти масса образовавшейся изо льда воды, следовательно, растаял не весь лед, и температура содержимого второго калориметра равна $t = 0°\text{C}$.

Для второго калориметра в интервале от $\tau_0 = 0$ мин до τ = 6 мин $P\cdot(\tau-\tau_0) = \lambda\cdot m_1$ (1), где λ – удельная теплота плавления льда, $m_1 = 0{,}1$кг – масса растаявшего льда. Для первого калориметра: $P\cdot(\tau-\tau_0) = c\cdot m_в\cdot\Delta t$ (2). Из (1) и (2) $\lambda\cdot m_1 = c\cdot m_в\cdot\Delta t$ (3).

Из формулы (1) мощность нагревателя $P \approx 91{,}7$ Вт (4).

Вопрос №2.

Запишем уравнение теплового баланса для процесса, происходящего в интервале от τ = 6 мин до $\tau_1 = 8$ мин: $c\cdot m_в\cdot\Delta t + P\cdot(\tau_1-\tau) = \lambda\cdot(m_2 - m_1 - m_в)$ (5), где $m_2 = 0{,}4$кг – конечная масса воды во втором калориметре после добавления воды из первого.

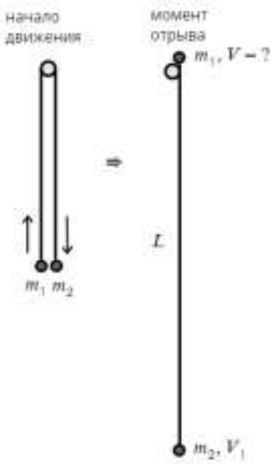
С учетом равенств (3) и (5), получаем $\lambda\cdot(m_2 - m_1 - m_в) = \lambda\cdot m_1 + P\cdot(\tau_1-\tau)$, откуда $m_в = \dfrac{\lambda\cdot(m_2 - 2m_1) - P\cdot(\tau_1-\tau)}{\lambda}$, численно $m_в \approx 0{,}17$ кг (6).

Критерии оценивания

№	Критерий	Баллы
1	В решении учтено, что после переливания воды из первого калориметра во второй растаял не весь лед	1
2	Записана формула (1) или сделаны аналогичные рассуждения	1
3	Записана формула (2) или сделаны аналогичные рассуждения	1
4	Записана формула (3) или сделан аналогичный вывод из формул (1) и (2)	1
5	Получен ответ на первый вопрос задачи (формула + число)*	1+0,5
6	Записана формула (5) или сделаны аналогичные рассуждения	3
7	Получен ответ на второй вопрос задачи (формула + число)*	1+0,5
	ИТОГО	10

* Если из верных соображений получен правильный численный ответ, то баллы за формулу тоже ставятся.

Задача №2



Через идеальный небольшой неподвижный блок перекинута нить длиной L, к концам которой подвешены два маленьких шарика массами m_1 и m_2. Изначально шарики находились неподвижно на одной высоте над землёй. Двигаясь по блоку, шарик массой m_1 облетает его, и нить отрывается от блока.

1. Определить скорость $\vec{V}$ (направление и модуль) шарика с меньшей массой в момент отрыва нити от блока, если известно, что шарик с большей массой двигался в этот момент времени со скоростью V_1.
2. После отрыва от блока конструкция летит по воздуху, причём нить всегда натянута. В итоге, шарики падают на землю одновременно. На каком расстоянии от блока (по горизонтали) оказался шарик с меньшей массой в момент касания земли?

Размерами блока и шариков, сопротивлением воздуха пренебречь. Считать, что взаимодействие шарика с блоком происходит без потерь энергии.

Автор: Фролов Роман Сергеевич.

Возможное решение

Вопрос №1.

Шарик массой m_2 тяжелее и двигался исключительно вертикально вниз, поэтому в момент отрыва нити от блока нить оказалась вертикальна и натянута, а верхний шарик оказался на уровне блока. Скорость нижнего шарика вдоль нити равнялась V_1 в момент отрыва, верхний груз в силу нерастяжимости нити должен иметь такую же компоненту скорости вдоль нити. Компонента скорости V_2, перпендикулярная нити, найдётся из закона сохранения энергии: $-\frac{(m_1+m_2)gL}{2} = -m_2gL + \frac{m_2v_1^2}{2} + \frac{m_1(v_1^2+v_2^2)}{2}$, откуда $V_2 = \sqrt{\left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right)gL - V_1^2\left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right)}$. Скорость верхнего шарика направлена вправо-вниз на рисунке, тангенс угла наклона скорости к горизонту найдётся из соотношения: $tg\,\alpha = \frac{V_1}{V_2}$.

Вопрос №2.

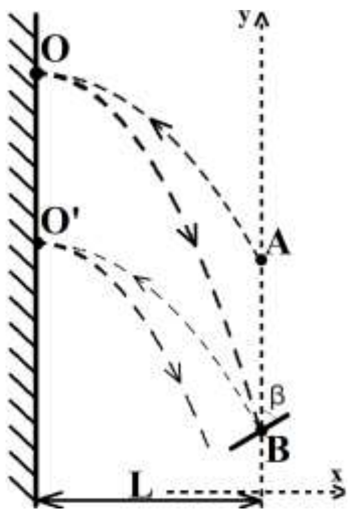
Скорость V_2 определяет скорость движения центра масс системы по горизонтали. Центр масс находится на расстоянии $L_0 = \frac{m_2L}{m_1+m_2}$ от шарика массой m_1, вращение конструкции происходит с угловой скоростью $\omega = \frac{V_2}{L_0}$, скорость центра масс — $V_ц = \omega(L - L_0) = \frac{V_2m_1}{m_2}$. Из одновременности падения шариков следует, что нить падает в горизонтальном положении, значит за время полёта успевает повернуться как минимум на четверть оборота, возможно ещё и на несколько полуоборотов. Если полуоборотов было чётное количество, то шарик массой m_1 окажется дальше от блока, чем нижний (первый тип падения), если нечётное — ближе к блоку (второй тип падения). Запишем угол поворота в первом случае как $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, во втором — $\alpha_2 = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$. Время полёта определим как $t = \frac{\alpha}{\omega}$, в первом случае расстояние по горизонтали от блока до шарика массой m_1 будет $L_1 = t * V_ц + L_0 = \left(\frac{m_1\alpha_1}{m_2} + 1\right)L_0 = \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)\frac{m_1L}{m_1+m_2} + \frac{m_2L}{m_1+m_2}$, во втором — $L_2 = t * V_ц - L_0 = \left(\frac{m_1}{m_2}\alpha_2 - 1\right)L_0 = \left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)\frac{m_1L}{m_1+m_2} - \frac{m_2L}{m_1+m_2}$.

Критерии оценивания

№	Критерий	Кол-во баллов
1	Указано, что скорость шарика массой m_2 направлена вертикально вниз в момент отрыва	0,5
2	Указано, что проекции скоростей шариков на нить равные	1
3	Верно записан закон сохранения энергии	1
4	Верно вычислено значение V_2	0,5
5	Определён угол через отношение скоростей, либо любая тригонометрическая величина от угла	1
6	Определён центр масс системы двух шариков	1
7	Верная скорость центра масс	1
8	Указано 2 типа падения шариков на землю	1
9	Указано бесконечное количество вариантов в первом случае + во втором случае	0,5+0,5
10	Угол поворота для чётного + нечётного количества полуоборотов	0,5+0,5
11	Расстояние для чётного + нечётного количества полуоборотов	0,5+0,5
	ИТОГО	10

Задача № 3

Гладкая ракетка поступательно движется вдоль вертикальной оси y, отстоящей от неподвижной стенки на расстояние L. Поврхность ракетки наклонена под углом β к вериткали (см. рис). Между ракеткой и стенкой движется лёгкий шарик, масса которого мала по сравнению с массами остальных объектов. Траектория шарика показана на рисунке. Ракетка движется так, что перед каждым ударом шарика о стенку его скорость горизонтальна и равна v_0. Рассмотрим различные модели описанного движения.



Модель №1. Будем считать удары шарика о стенку и ракетку аюсолюютно упругими, а ракетку, как следствие, неподвижной.

Вопрос №1: Определите угол β для этой модели.

Модель №2.

Введём коэффициент потерь энергии k при соударении шарика со стенкой следующим образом:

$$E_{\text{кин},2} = k \cdot E_{\text{кин},1},$$

где $E_{\text{кин},1}$ и $E_{\text{кин},2}$ – кинетическая энергия шарика до и после соударения соответственно и $0 < k < 1$.

Удары о ракетку продолжаем считать упругими. Из-за потерь энергии шарик будет «дрейфовать» вниз.

Вопрос №2: Найдите скорость «дрейфа» шарика $v_{\text{др}}$, т.е. отношение перемещения шарика ко времени за достаточно большое число ударов.

Вопрос №3: Определите угол β и проекцию скорости ракетки на ось y в момент соударения с шариком в этой модели, если реализуется описанное выше движение.

Автор: Калашников Олег Германович

Возможное решение

<u>Вопрос №1</u>: Время полёта шарика от стены до ракетки $t = \frac{L}{v_0}$. Найдем проекции скоростей шарика непосредственно перед ударом о ракетку:

$$v_x = v_0, \qquad v_y = -gt = -\frac{gL}{v_0} \quad (1)$$

При этом в момент удара о ракетку скорость шарика должна быть перпендикулярна её плоскости для соблюдения периодичности движения, поэтому:

$$\beta_0 = arctan\frac{-v_y}{v_x} = arctan\frac{gL}{v_0^2} \quad (2)$$

<u>Вопрос №2</u>: Пусть $E_{\text{кин}} = \frac{mv_0^2}{2}$ – кинетическая энергия шарика непосредственно перед ударом о стенку, а $E'_{\text{кин}} = \frac{mv_0'^2}{2}$ – сразу после удара. Из соотношения $E'_{\text{кин}} = k \cdot E_{\text{кин}}$ получим:

$$v_0' = \sqrt{k} \cdot v_0 \quad (3)$$

Время t_{AO} движения шарика от точки A до точки O, по прежнему равно $t_{AO} = \frac{L}{v_0}$, а время t_{OB} «обратного» полета от O к B равно $t_{OB} = \frac{L}{\sqrt{k} \cdot v_0}$.

Далее несложно получить смещение шарика вдоль оси y при движении от точки A к точке B по формулам равноускоренного движения:

$$\Delta y = \frac{gt_{AO}^2}{2} - \frac{gt_{OB}^2}{2} = \frac{g}{2} \cdot \frac{(\mathrm{k}-1)\mathrm{L}^2}{\mathrm{k}\mathrm{v}_0^2} \quad (4)$$

В силу периодичности движения скорость дрейфа находится как

$$v_{\text{др}} = \frac{|\Delta y|}{t_{AO} + t_{OB}} = \frac{g(1-k)L^2}{2kv_0^2} \cdot \frac{\sqrt{\mathrm{k}}\mathrm{v}_0}{(1+\sqrt{\mathrm{k}})\mathrm{L}} = \frac{gL}{2v_0}\left(\frac{1}{\sqrt{k}} - 1\right) (5)$$

<u>Вопрос №3</u>: Пусть $\overrightarrow{v_{bef}}$ – скорость шарика прямо перед ударом о ракетку, $\overrightarrow{v_{aft}}$ – скорость шарика сразу после удара о ракетку, $\vec{u} = u_y\overrightarrow{e_y}$ – скорость ракетки в данный момент времени. Так как удар о ракетку упругий, то силы трения не действуют, тогда ускорение шарика в момент удара направлено перпендикулярно поверхности ракетки. Значит вектор изменения скорости шарика $\overrightarrow{\Delta \mathrm{v}} = \overrightarrow{v_{aft}} - \overrightarrow{v_{bef}}$ также перпендикулярен плоскости ракетки. Тогда из геометрии следует

$$\beta = arctan\frac{\Delta v_y}{-\Delta v_x} = arctan\frac{v_{aft,y} - v_{bef,y}}{v_{bef,x} - v_{aft,x}} (6)$$

Из условия периодичности движения и формул равноускоренного движения:

$$v_{bef,x} = \sqrt{k}v_0, \quad v_{aft,x} = -v_0 \quad (7)$$

$$v_{bef.y} = -\frac{gL}{\sqrt{k}v_0}, \quad v_{aft,y} = \frac{gL}{v_0} \quad (8)$$

Тогда

$$\beta = arctan\frac{gL(1+\sqrt{k})}{v_0^2\sqrt{k}(1+\sqrt{k})} = arctan\frac{gL}{v_0^2\sqrt{k}} \quad (9)$$

Так как удар о ракетку упругий, а шарик легкий, то в системе отсчета ракетки величина скорости шарика сохраняется. Определим u_y из этого условия.

$$\sqrt{\left(\sqrt{k}v_0\right)^2 + \left(-\frac{gL}{\sqrt{k}v_0} - u_y\right)^2} = \sqrt{(-v_0)^2 + \left(\frac{gL}{v_0} - u_y\right)^2} \quad (10)$$

$$kv_0^2 + \frac{g^2L^2}{kv_0^2} + \frac{2gL}{\sqrt{k}v_0}u_y = v_0^2 + \frac{g^2L^2}{v_0^2} - \frac{2gL}{v_0}u_y$$

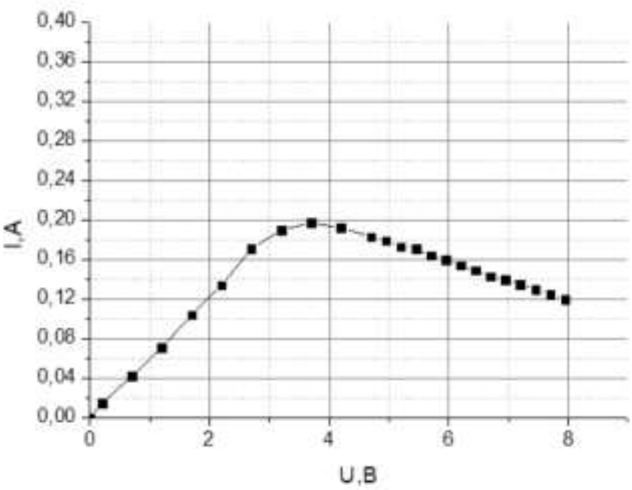
$$u_y = \frac{v_0^4k(1-k) - g^2L^2(1-k)}{2gL\sqrt{k}v_0(1+\sqrt{k})} = \frac{kv_0^4 - g^2L^2}{2gLv_0}\left(\frac{1}{\sqrt{k}} - 1\right) \quad (11)$$

Критерии оценивания

№	Критерий	Баллы
1	Записаны проекции скорости шарика в момент удара о ракетку (1)	1
2	Из верных соображений найден угол β_0 (2)	1
3	Получено отношение скоростей до и после удара о стенку (3)	1
4	Найдено смещение по вертикали за один удар (4) или несколько ударов.	1
5	Определено $v_{\text{др}}$ (5)	1
6	Идея нахождения β (6)	1
7	Использование условия периодичности (7) – (8)	1
8	Получено выражение для β (9)	1
9	Использовано условие равенства скоростей шарика относительно ракетки до и после удара в связи с его упругостью (10)	1
10	Найдено u_y (11). (Если вместо u_y найдено $\lvert u_y \rvert$)	1 (0,5)

Задача №4

На графике представлена вольт-амперная характеристика нелинейного нагревательного элемента. Его сопротивление изменяется из-за нагрева, когда по нему протекает значительный электрический ток. Данная ВАХ получена в стационарных условиях, для снятия каждой точки дожидались установления теплового равновесия.



<u>Вопрос №1</u>: Каким будет начальный ток, если нагреватель при комнатной температуре подключить к источнику с напряжением 6 В? Считайте, что температура нагревателя не успевает существенно измениться.

<u>Вопрос №2</u>: Какой ток будет протекать через нагреватель спустя длительное время, если его подключить к источнику с напряжением 6 В с последовательно подключенным дополнительным сопротивлением 30 Ом?

<u>Вопрос №3</u>: Температура нагревателя практически перестает изменяться при увеличении напряжения источника выше некоторого значения. Определите это значение напряжения.

Автор: Воронцов Александр Геннадьевич

Возможное решение.

<u>Вопрос №1</u>:

В холодном состоянии (при комнатной темпратуре) ВАХ элемента линейная, т.е. если температура не будет изменятся, то линейная зависимость сохранится. Продолжаем график, находим I_1=0,36 А.

<u>Вопрос №2</u>:

Заметим полное сопротивление цепи больше 30 Ом, т.е. ток в цепи не превышает $\frac{6В}{30\ Ом} = 0{,}2А$. Это значить, что элемент будет работать на начальном (линейном) участке ВАХ. На начальном участке ВАХ сопротивление элемента постоянно и равно $R = \frac{4}{0{,}25} = 16\ Ом$. Общее сопротивление цепи равно 46 Ом, тога сила тока $I_2 = \frac{6}{46} = 0{,}13$ А.

<u>Вопрос №3</u>: Если температура нагревателя перестает изменяться, это значит, что подводимая мощность равна мощности тепловых потерь. Таким образом электрическая мощность тоже должна оставаться постоянной. Найдем мощность в разных точках:

U, В	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	5,5	6,0	7,0	8,0
I, А	0,06	0,12	0,18	0,19	0,18	0,17	0,16	0,14	0,12
P, Вт	0,06	0,24	0,54	0,76	0,90	0,94	0,96	0,98	0,96

Учитывая, что есть погрешность в данных (очевидно на графике), получаем, что мощность перестает менятся при напряжении большем 6 вольт.

Критерии оценивания

№	Критерий	Кол-во баллов
1	В начальный момент температура нагревателя не успевает измениться, следовательно, остается постоянным его сопротивление	1
2	Постоянное сопротивление соответствует постоянному наклону графика (идея продолжения графика или найденное сопротивление холодного элемента)	1
3	Ответ 1: I_1 = (0,36±0,02) А (формула + число)*	0,5+0,5
4	Указано, что рабочая точка будет соответствовать начальному линейному участку ВАХ или идея построения нагрузочной прямой.	1
5	Доказано или проверено, что элемент работает на линейном участке или нагрузочная кривая построена верно.	1
6	Ответ 2: I_2 = (0,13±0,01) А. (формула + число)*	0,5+0,5
7	Указано, что постоянство температуры соответствует постоянству подводимой мощности	1,5
8	Найдена мощность для 4-х или более разных точек из диапазона 5 - 8 В.	1,5
9	Ответ 3: U = (6,0±0,5) В	1

* Если численный ответ правильный и получен из верных соображений, то баллы за формулу тоже ставятся.

Задача №5

Инженер конструкторского бюро Н.Е.Летайло поручил лаборанту Винтику решить задачу:

«Искусственный спутник массой М = 2 т (полная масса спутника вместе с топливом) движется по круговой орбите Луны со скоростью v_1= 1600 м/с. Для спуска и посадки на поверхность Луны спутник должен снизить скорость до v_2= 800 м/с и перейти на эллиптическую орбиту. Для этого на малое время включаются двигатели, тормозящие спутник.

Из экспериментов, проведенных с прототипом спутника, известно, что скорость истечения топлива u относительно спутника зависит от массы истраченного топлива m следующим образом:

$$u(m) = (\mathrm{M} - m) \cdot (\mathrm{C}_0 - C \cdot \mathrm{m}),$$

где М – масса спутника, C_0, C – некоторые коэффициенты.

В таблице приведены экспериментальные данные, отображающие зависимость u(m):

m, т	0	0,01	0,01	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
u, м/с	3200	3197,3	3211	3037,1	2847,9	2508,1	1921,5	1356,2	926	649,7	271,1	111

Определите:

1) значения коэффициентов C_0, C;

2) массу топлива m, которое необходимо сжечь для осуществления данного маневра.

Оценка погрешности в данной задаче не требуется.

Примечание: Инженер на полях дописал формулу:

$$v_1 - v_2 \; = \; C_0 \; \cdot m - \frac{C}{2} \cdot m^2$$

Автор: Сухова Ольга Радиевна

Возможное решение

1) Непосредственно можем найти C_0.

$$\mathrm{u}(0) = \mathrm{M} \cdot C_0 \; = 3200 \text{ м/с}$$

$$C_0 \; = \frac{u(0)}{M} = \frac{3200 \text{ м/с}}{2\text{т}} = 1600 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{т}}$$

2) Линеаризуем график исходной зависимости $u(m) = (\mathrm{M} - m) \cdot (\mathrm{C}_0 - Cm)$.

Для этого построим его в координатах $\frac{u(m)}{(\mathrm{M}-m)}$ от m.

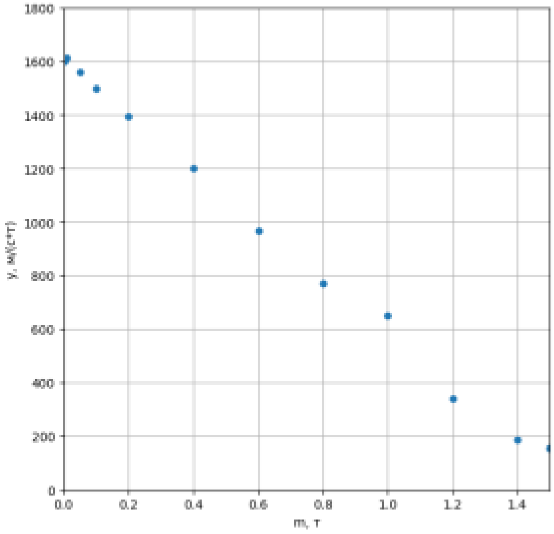
$$\frac{u(m)}{(\mathrm{M} - m)} = \mathrm{C}_0 - \mathrm{C}_m$$

Пересчитаем данные для построения графика

m, т	u, м/с	M — m, т	$\frac{u(m)}{(\mathrm{M}-m)}$, м/(с * т)
0,00	3200,00	2	1600,00
0,01	3197,29	1,995	1602,65
0,01	3210,97	1,99	1613,55
0,05	3037,11	1,95	1557,49
0,10	2847,93	1,9	1498,91
0,20	2508,09	1,8	1393,38
0,40	1921,45	1,6	1200,91
0,60	1356,22	1,4	968,73
0,80	925,97	1,2	771,64
1,00	649,72	1	649,72
1,20	271,08	0,8	338,86
1,40	110,99	0,6	184,98

1,50	78,74	0,5	157,47

Построим график зависимости $y(m) = \frac{u(m)}{(M-m)}$ от m.



3) Для нахождения коэффициента С:

а) предпочтительно провести наилучшую прямую через экспериментальные точки или

б) две прямые через крайние точки и найти среднее арифметическое $(C_{max} + C_{min})/2$.

$C \approx 1050$ м/(с*кг^2)

4) Используя функцию примечания

$$v_1 - v_2 = C_0 \cdot m - \frac{C}{2} \cdot m^2$$

Подставляя найденные значения C_0, С можем получить квадратное уравнение:

$$-525m^2 + 1600 * m = 800$$

Решениями будут 630 кг и 2400кг. Второй корень не удовлетворяет условиям задачи, так как масса топлива больше полной массы спутника.

m = 0,63 т есть суммарный расход топлива на маневр.

Критерии оценивания

№	Критерий	Кол-во баллов
1	Найден $C_0 = 1600$ м/(с * т)	1
2	Идея линеаризации графика	1
3	Верный пересчет начальных данных и нанесение точек на координатную плоскость $y(m)$	1
4	Адекватный масштаб осей + оси корректно подписаны	0,5+0,5
5	Проведение наилучшей прямой или проведение крайних прямых и расчет С как среднего арифметического C_{max} и C_{min}	2
6	Получение значения С в интервале 1050 ± 20 м/(с*кг^2) (1050 ± 50)	2(1)
7	Решение квадратного уравнения и нахождение суммарного расхода топлива m=0,63±0,03 т (0,63±0,06)	2(1)