Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
2023-2024 учебный год
ФИЗИКА
10 класс
Критерии оценивания

Выставление премиальных баллов сверх максимальной оценки за задание не допускается.

Задание 1

Из точек A и B, находящихся на одной горизонтальной поверхности, одновременно бросили два камня: первый — со скоростью v = 15 м/с под углом α = 45° к горизонту, второй — под углом β = 60° (см. рисунок). Через какое время после броска камни окажутся на одной вертикали, если в процессе дальнейшего движения первый камень упал в точке B, а второй, наоборот, в точке A? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

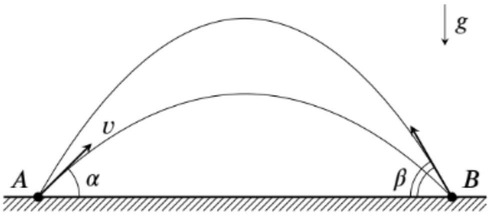

Рис. 10.1.

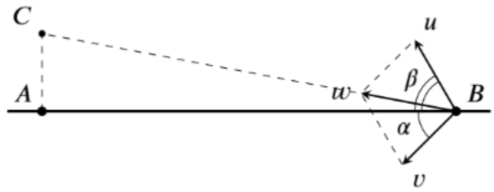

Рис. 10.2.

Решение: Пусть второй камень бросили со скоростью u. Дальность полёта L равна, с одной стороны, $L = v^2 \sin 2\alpha / g = v^2/g$, а с другой стороны, $L = u^2 \sin 2\beta / g$. Так как дальности полётов обоих камней равны,

$$\frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{u^2 \sin 2\beta}{g} \quad \Rightarrow \quad u = v\sqrt{\frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta}} = v\sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}}.$$

Способ 1. Обозначим t искомое время, тогда

$$vt\cos\alpha + ut\cos\beta = L \quad \Rightarrow \quad t = \frac{L}{v\cos\alpha + u\cos\beta} = \frac{v^2/g}{v/\sqrt{2} + v/\sqrt{2\sqrt{3}}} = \frac{v}{g}\cdot\frac{1}{1/\sqrt{2} + 1/\sqrt{2\sqrt{3}}} \approx 1{,}2 \text{ с}.$$

Способ 2. Перейдём в систему отсчёта левого камня. В ней правый камень движется прямолинейно и равномерно со скоростью $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$ (рис. 10.2). Обозначим t искомое время, а w_x — проекцию скорости камня на горизонталь. За время t правый камень в новой системе отсчёта должен оказаться над точкой A в точке C, то есть $L = w_x t$. Так как $w_x = v_x + u_x = v\cos\alpha + u\cos\beta$

$$L = w_x t = vt\cos\alpha + ut\cos\beta.$$

Дальнейшее решение совпадает с приведённым в Способе 1.

Критерии оценивания

1) Записаны верные выражения для дальности полёта обоих камней .. . . 1 балл
2) Найдена верная связь между начальными скоростями камней . . . . 4 балла
3) Записано условие $vt\cos\alpha + ut\cos\beta = L$ или аналог . . . . 3 балла
4) Найдено верное значение искомого времени t . . . . 2 балла

Указания проверяющим:

1) Если учащийся записал только одно выражение для дальности (в дальнейшем решении второго варианта не обнаружено), балл за пункт 1 не ставить. В этом случае баллов за пункт 2 быть не должно, так как связь между скоростями не может быть получена.
2) В пункте 4 в случае незначительной ошибки в счёте (если баллы за все предыдущие пункты отличны от нуля) можно ставить 1 балл из 2.

Максимальный балл – 10

Задание 2

Озорные мышата подкрались к спящему в точке O коту Леопольду, дёрнули его за усы и одновременно бросились бежать со скоростью v по двум взаимно перпендикулярным прямым (см. рис. 10.3). Проснувшись и сообразив, что происходит, Леопольд побежал со скоростью 5v вдогонку за первым мышонком, через время τ догнал его и сразу же побежал ко второму.

1. Через какое минимальное время после встречи с первым мышонком кот догонит второго?
2. Через какое минимальное время после встречи со вторым мышонком кот вернётся в точку O?

Скорость кота по величине не меняется.

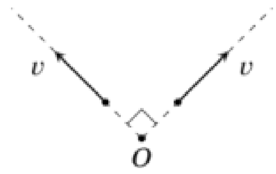

Рис. 10.3.

Решение: Расстояние от точки A, в которой Леопольд поймал первого мышонка, до точки O равно $5v\tau$ (см. рис. 10.4). Пусть t — время погони за вторым мышонком, тогда расстояние AB, пройденное котом до встречи в точке B, равно $5vt$. Отсюда по теореме Пифагора

$$(vt + 5v\tau)^2 + (5v\tau)^2 = (5vt)^2 \quad \Rightarrow \quad t^2 + 10\tau t + 50\tau^2 = 25t^2 \quad \Rightarrow \quad 24t^2 - 10\tau t - 50\tau^2 = 0.$$

Решая это уравнение и отбрасывая отрицательный корень, получим, что $t = 5\tau/3$. Второй мышонок, таким образом, успел убежать от точки O на расстояние $s = OB = vt + 5v\tau = 20v\tau/3$, следовательно, время возвращения кота в точку O равно $t' = s/(5v) = 4\tau/3$.

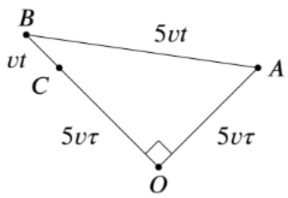

Рис. 10.4.

Критерии оценивания.

1) Найдено расстояние до места встречи с первым мышонком OA = 5vτ . . . . 2 балла
2) Записано верное уравнение для нахождения времени встречи t со вторым мышонком . . . . 3 балла
3) Найдено верное выражение для t . . . . 2 балла
4) Найдено расстояние до места встречи со вторым мышонком OB = 20vτ/3 . . . . . . 2 балла
5) Найден верный ответ на второй вопрос . . . . 1 балл

Указание проверяющим: Требуемое в пункте 2 уравнение может быть отличным от авторского, но, тем не менее, корректным. Например, учащийся может записать теорему косинусов для треугольника ABC, найдя предварительно длину отрезка AC.

Максимальный балл – 10

Задание 3

Однажды на Шаролёте, космическом корабле Смешариков, произошла авария, система отопления отключилась, и корабль стал остывать. Пин, поработав в своей мастерской, собрал автономный электрический обогреватель и включил его. В результате температура воздуха в Шаролёте установилась на отметке t_1 = 7 °C. Решив, что в корабле холодно, Пин увеличил силу тока в цепи обогревателя вдвое, из-за чего новая температура воздуха внутри корабля стала t_2 = 17 °C.

1. До какой температуры охладился бы воздух внутри Шаролёта, если бы Пин не собрал обогреватель?
2. Во сколько раз от первоначального значения нужно было увеличить силу тока в обогревателе, чтобы он прогрел воздух до температуры t_3 = 25 °C?

Считать, что температура воздуха внутри Шаролёта везде одинакова, а сопротивление обогревателя и тепловая мощность, выделяемая Смешариками постоянны. Мощность, отдаваемая телом в космический вакуум за счёт излучения, пропорциональна $(t + 273\ ^\circ C)^4$, где t — температура тела (в °C).

Решение: Пусть N_0 — суммарная тепловая мощность, выделяемая Смешариками, а $N = I^2R$ — мощность нагревателя при начальной силе тока. Так как в этом случае температура воздуха в Шаролёте равна t_1, $N_0 + I^2R = k(280\ ^\circ C)^4$, где k — неизвестный коэффициент. Во втором случае $N_0 + 4I^2R = k(290\ ^\circ C)^4$. Решая систему, получим, что

$$N_0 + 4I^2R = (290/280)^4(N_0 + I^2R) \quad \Rightarrow \quad N_0 + 4I^2R = 1{,}15N_0 + 1{,}15I^2R \quad \Rightarrow \quad N_0 = 19I^2R.$$

Пусть t_0 — температура в Шаролёте, если обогреватель не включён. Тогда $N_0 = k(t_0 + 273\ ^\circ C)^4$. Подставляя найденное выражение для N_0 и исключая k, получим

$$\frac{(t_0 + 273\ ^\circ C)^4}{(280\ ^\circ C)^4} = \frac{19I^2R}{20I^2R} \quad \Rightarrow \quad t_0 + 273\ ^\circ C = 280\ ^\circ C \cdot \sqrt[4]{\frac{19}{20}} \approx 276{,}4\ ^\circ C \quad \Rightarrow \quad t_0 = 3{,}4\ ^\circ C.$$

В третьем случае $N_0 + I_3^2R = k(298\ ^\circ C)^4$, где I_3 — сила тока в обогревателе, откуда следует, что

$$\frac{298^4}{280^4} = \frac{19I^2R + I_3^2R}{20I^2R} \quad \Rightarrow \quad 1{,}283 = \frac{19}{20} + \frac{I_3^2}{20I^2} \quad \Rightarrow \quad I_3 = 2{,}58I.$$

Критерии оценивания

1) Записано уравнение $N_0 + I^2R = k(280\ ^\circ C)^4$или аналог . . . . 2 балла
2) Записано уравнение $N_0 + 4I^2R = k(290\ ^\circ C)^4$или аналог . . . . 2 балла
3) Найдена верная связь между мощностью Смешариков и обогревателя . . . . 1 балл
4) Найден верный ответ на первый вопрос . . . . 2 балла
5) Записано уравнение $N_0 + I^2{}_3R = k(298\ ^\circ C)^4$или аналог . . . . 1 балл
6) Найден верный ответ на второй вопрос . . . . 2 балла

Указание проверяющим:

1) В зависимости от точности расчётов, учащийся может получить слегка отличные значения, например: $(290/280)^4 \approx 1{,}151$, $N_0 = 18{,}9I^2{}_0R$. На числовые значения ответов на вопросы задачи это почти не влиет.

2) В пункте 4 ответ может быть дан в кельвинах: $t_0 = 276{,}4$ К или даже $t_0 = 276$ К. В этом случае баллы за этот пункт не снижать, если есть явное упоминание кельвинов как единиц измерения.

Максимальный балл – 10

Задание 4

Физик-экспериментатор Иннокентий Иванов собрал электрическую цепь, состоящую из соединённых последовательно нелинейного элемента X, резистора сопротивлением R, идеального амперметра, ключа и источника постоянного напряжения $U_0 = 24$ В. После замыкания ключа амперметр показал значение $I_1 = 500$ мА. Учёный разомкнул цепь и подсоединил параллельно к элементу X второй, точно такой же нелинейный элемент. После повторного замыкания ключа амперметр показал значение $I_2 = 640$ мА.

1. Определите сопротивление резистора R.
2. Какое значение показал бы амперметр, если бы в цепи нелинейные элементы были соединены последовательно? Известно, что сила тока, проходящего через элемент X, пропорциональна квадрату приложенного к нему напряжения, то есть $I \sim U_2$. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

Решение: Пусть зависимость силы тока через нелинейный элемент от напряжения на нём задаётся формулой $I = kU^2$, где k — неизвестный коэффициент. В первом случае $U_0 = I_1 R + \sqrt{I_1/k}$. Во втором случае через один нелинейный элемент течёт ток $I_2/2$, поэтому $U_0 = I_2 R + \sqrt{I_2/(2k)}$. Исключая отсюда k, получим, что

$$\frac{U_0 - I_2 R}{U_0 - I_1 R} = \sqrt{\frac{I_2}{2I_1}} = 0{,}8 \quad \Rightarrow \quad U_0 - I_2 R = 0{,}8U_0 - 0{,}8I_1 R \quad \Rightarrow \quad R = \frac{0{,}2U_0}{I_2 - 0{,}8I_1} = 20 \text{ Ом}.$$

Коэффициент k, соответственно, равен

$$k = \frac{I_1}{(U_0 - I_1 R)^2} = \frac{0{,}5 \text{ А}}{(24 \text{ В} - 10 \text{ В})^2} = \frac{1}{392} \text{ А/В}^2.$$

Если нелинейные элементы соединены последовательно, то в цепи течёт ток I_3, который определяется уравнением $U_0 = I_3 R + 2\sqrt{I_3/k}$. Решая его, найдём, что

$$\sqrt{I_3} = \frac{-1 + \sqrt{1 + RU_0 k}}{R\sqrt{k}} \quad \Rightarrow \quad I_3 = \frac{(-1 + \sqrt{1 + RU_0 k})^2}{R^2 k} \approx 0{,}237 \text{ А}.$$

Критерии:

1) Записано уравнение $U_0 = I_1 R + \sqrt{I_1/k}$ или аналогичное для первого случая . . . . 2 балла
2) Записано уравнение $U_0 = I_2 R + \sqrt{I_2/(2k)}$ или аналогичное для второго случая . . . . 2 балла
3) Найдено верное значение сопротивления R . . . . 2 балла
4) Записано уравнение $U_0 = I_3 R + 2\sqrt{I_3/k}$ или аналогичное для третьего случая . . . . 2 балла
5) Найдено верное значение силы тока в третьем случае . . . . 2 балла

Указание проверяющим:
В пункте 5 в случае незначительной ошибки в счёте (если баллы за все предыдущие пункты отличны от нуля) можно ставить 1 балл из 2.

Максимальный балл – 10

Задание 5

Систему из двух брусков одинаковой массы m = 0,7 кг, находящихся на горизонтальной поверхности, тянут вправо, прикладывая горизонтальную силу F = 5 Н. Найдите ускорение системы, если коэффициент трения между левым бруском и поверхностью равен μ = 2/5, а между правым бруском и поверхностью трение отсутствует. Нить, соединяющая бруски, образует угол α с горизонталью (см. рис. 10.5), такой, что sin α = 5/13. Нить считать невесомой и нерастяжимой, ускорение свободного падения принять равным g = 10 м/с^2, сопротивлением воздуха пренебречь.

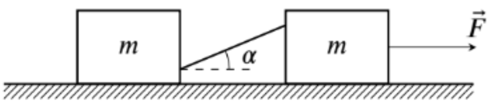

Рис. 10.5.

Решение: Пусть a — ускорение системы, а T — сила натяжения нити. Запишем 2й закон Ньютона для правого тела в проеции на горизонтальную ось:

$$ma = F - T\cos\alpha = F - 12T/13.$$

Для левого тела также запишем 2й закон Ньютона в проекции на обе оси: горизонтальную Ox и вертикальную Oy (здесь N — сила реакции опоры, $F_{тр}$ — сила трения, действующие на левый брусок)

$$(Ox) \quad ma = T\cos\alpha - F_{тр} = 12T/13 - F_{тр}, \qquad (Oy) \quad 0 = N - mg + T\sin\alpha = N - mg + 5T/13.$$

Если система движется, $F_{тр} = \mu N$. Отсюда

$$ma = 12T/13 - \mu(mg - 5T/13) = 12T/13 - 2mg/5 + 2T/13 = 14T/13 - 2mg/5.$$

Сопоставляя это с первым уравнением, получим

$$F - 12T/13 = 14T/13 - 2mg/5 \quad \Rightarrow \quad T = F/2 + mg/5 = 2{,}5\ \text{Н} + 1{,}4\ \text{Н} = 3{,}9\ \text{Н}.$$

Ускорение системы, соответственно, равно

$$a = \frac{F - 12T/13}{m} = \frac{5\ \text{Н} - 3{,}6\ \text{Н}}{0{,}7\ \text{кг}} = 2\ \text{м/с}^2.$$

Критерии оценивания

1) Правильно записан 2-й ЗН для правого тела в горизонтальной проекции ma = F − T cos α . . . . . ……………………………………………………………………………… 2 балла

2) Правильно записан 2-й ЗН для левого тела в горизонтальной проекции ma = T cos α − Fтр . . . . . . ………………………………………………………………………….3 балла

3) Найдено верное выражение для силы реакции у левого бруска N = mg − T sin α 3 балла

4) Найдено верное значение ускорения . . . . 2 балла

Максимальный балл – 10