ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2023/24 г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ФИЗИКА
10 класс

Ключи ответов и критерии оценивания

Задача 1. «Баллистическая траектория» (10 баллов)

Вектор скорости тела, брошенного под углом к горизонту, повернулся на 90° через 5/8 полного времени полета. Во сколько раз отличаются горизонтальная дальность полета и максимальная высота подъема тела? Силой сопротивления воздуха в процессе полёта тела пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным g = 10 м/с^2.

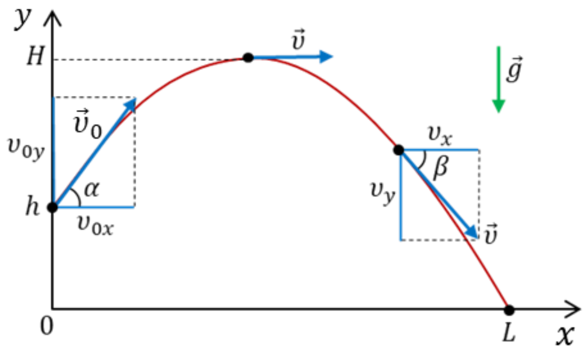
Возможное решение. Найдем время полета тела $t_п$, дальность полета L и высоту полета H:

$$y = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t_п - \frac{g t_п^2}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad t_п = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g};$$

$$L = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t_п = \frac{2\upsilon_0^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g};$$

$$H = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot \frac{t_п}{2} - \frac{g\left(\frac{t_п}{2}\right)^2}{2} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \quad \rightarrow$$

$$\frac{L}{H} = \frac{4}{\mathrm{tg}\alpha}.$$



В момент времени

$$t = \frac{5t_п}{8} = \frac{5\upsilon_0 \sin\alpha}{4g}$$

вектор скорости повернется на 90°, т.е. будет составлять с горизонтом угол $\beta = 90 - \alpha$. Следовательно,

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{|\upsilon_y|}{\upsilon_x} = \frac{|\upsilon_0 \sin\alpha - gt|}{\upsilon_0 \cos\alpha} = \frac{\left|\upsilon_0 \sin\alpha - \frac{5\upsilon_0 \sin\alpha}{4}\right|}{\upsilon_0 \cos\alpha} = \frac{\mathrm{tg}\alpha}{4} \quad \rightarrow \quad \mathrm{tg}\alpha = 4\mathrm{tg}\beta \quad \text{или}$$

$$\mathrm{tg}\alpha = 4\mathrm{tg}(90 - \alpha) \quad \rightarrow \quad \mathrm{tg}^2\alpha = 4 \quad \rightarrow \quad \mathrm{tg}\alpha = 2.$$

В итоге получаем ответ: $\frac{L}{H} = 2.$

Критерии оценивания:

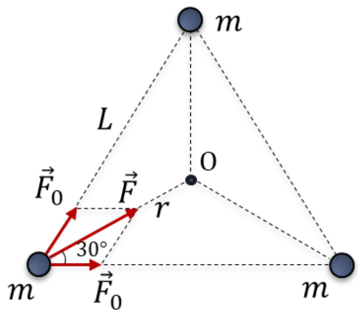
- Время полета – 1 балл
- Дальность полета – 2 балла
- Высота полета – 2 балла
- Найдена связь между углами α и β – 3 балла
- Получен верный ответ – 2 балла

Задача 2. «Три звезды» (10 баллов)

Представьте, что где-то во Вселенной есть три звезды массой m каждая. Звезды лежат в одной плоскости, располагаясь в вершинах равностороннего треугольника. В процессе вращения вокруг общего центра масс они сохраняют эту конфигурацию. Период вращения этой системы равен T. Определите расстояние L между звездами, считая его много большим размеров самих звезд.

Возможное решение: найдем гравитационную силу F, действующую на каждую из звезд:

$$F = 2F_0 \cdot \cos 30° = \frac{\sqrt{3}Gm^2}{L^2}.$$



По 2-му закону Ньютона:

$$m\omega^2 r = \frac{\sqrt{3}Gm^2}{L^2}.$$

Учитывая, что $r = L/\sqrt{3}$, а угловая скорость $\omega = 2\pi/T$, найдем

$$m\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{L}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}Gm^2}{L^2} \quad \to \quad L = \sqrt[3]{\frac{3GmT^2}{4\pi^2}}.$$

Критерии оценивания:

- Выполнен рисунок с расстановкой сил – 2 балла
- Записано выражение гравитационной силы, действующей на каждую звезду – 3 балла
- Применен 2-ой закон Ньютона – 2 балла
- Получен верный ответ – 3 балла

Задача 3. «Нагреть воду» (10 баллов)

В стакан с водой с начальной температурой T_1 = 20 ºC поместили электронагреватель и включили его в сеть. Вода стала нагреваться со скоростью μ_1 = 0,03 ºC/мин, однако с течением времени скорость μ уменьшалась, и вода нагрелась только до температуры T_2 = 80 ºC. Нагреватель выключили. Вода начала остывать со скоростью μ_2 = –0,04 ºC/мин.

1) Чему равна температура окружающей среды T_0?
2) Во сколько раз нужно увеличить мощность электронагревателя, чтобы всё-таки довести воду до кипения?

Считайте, что теплоотдача в окружающую среду пропорциональна разности температур тела и среды.

Возможное решение. Пусть мощность тепловых потерь $P_{\text{пот}} = k(T - T_0)$, где k – коэффициент теплоотдачи, а T – температура стакана с водой. Пусть вначале мощность электронагревателя равна P_1. Запишем уравнение теплового баланса для начала нагревания при температуре T_1 за малое время Δt:

$$P_1\Delta t = (c_{\text{в}}m_{\text{в}} + C_{\text{ст}})\Delta T + k(T_1 - T_0)\Delta t \quad \to \quad P_1 = (c_{\text{в}}m_{\text{в}} + C_{\text{ст}})\mu_1 + k(T_1 - T_0).$$

При температуре T_2 и подключенном электронагревателе вода не нагревается, следовательно,

$$P_1 = k(T_2 - T_0).$$

После отключения нагревателя в начале остывания при T_2:

$$(c_{\text{в}}m_{\text{в}} + C_{\text{ст}})|\mu_2| = k(T_2 - T_0),$$

где $c_{\text{в}}$ и $m_{\text{в}}$ – удельная теплоемкость и масса воды, а $C_{\text{ст}}$ – теплоемкость стакана.
Решая систему этих трех уравнений, найдем:

$$T_0 = T_2 - \frac{|\mu_2|}{\mu_1}(T_2 - T_1) = 0 \text{ ℃}.$$

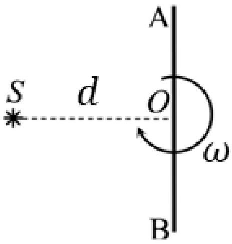
Чтобы нагреть воду до T_1 = 100 ºC, необходимо, чтобы мощность нагревателя стала равной $P_2 = k(T_3 - T_0)$. Следовательно,

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_0} = 1{,}25\,.$$

Критерии оценивания:

- Записано уравнение теплопроводности для теплоотдачи – 2 балла
- Записано три уравнения теплового баланса – 3 балла
- Найдена температура T_0 – 3 балла
- Найдено отношение мощностей – 2 балла

Задача 4. «Зеркало» (10 баллов)

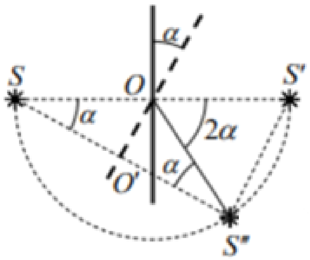


Неподвижный точечный источник света S находится на расстоянии d = 50 см от зеркала AB (см. рисунок). Зеркало вращается с угловой скоростью ω = 1 рад/с вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через середину зеркала (через точку O на рисунке). Найти скорость и ускорение изображения источника в зеркале.

Возможное решение. Определим характер движения изображения. Для этого построим изображения точки S при старом (S') и новом (S'') положении зеркала (после поворота на угол α). Треугольник SOS'' – равносторонний Изображение источника движется по окружности радиусом $OS'' = d$ с центром в точке O.

Угол $S'OS''$ равен 2α и, следовательно, изображение вращается с постоянной угловой скоростью Ω, которая вдвое больше угловой скорости зеркала Ω = 2ω =2 рад/с.

Скорость изображения источника постоянна и равна



$$v = \Omega d = 1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

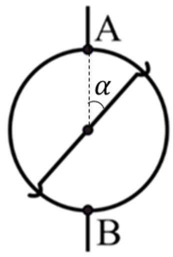
Поскольку изображение движется по окружности с постоянной по величине скоростью, его ускорение – центростремительное:

$$a = \Omega^2 d = 2\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Критерии оценивания:

- Выполнено построение изображения источника при двух положениях зеркала – 2 балла
- Обосновано, что источник движется по окружности радиусом d – 2 балла
- Определена угловая скорость изображения – 2 балла
- Найдена линейная скорость изображения – 2 балла
- Определено ускорение изображения – 2 балла

Задача 5. «Вращающаяся перемычка» (10 баллов)

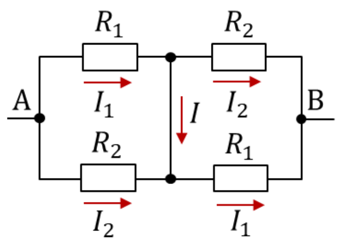


Кольцо свёрнуто из куска проволоки сопротивлением R = 24 Ом. В точках A и B, лежащих на концах диаметра, на кольцо подано напряжение U = 6 В. По кольцу, вращаясь вокруг центра, может скользить диаметральная перемычка, сопротивление которой пренебрежимо мало.

1) При каком наименьшем угле α через перемычку будет течь ток I = 2/3 А?
2) Какая мощность P будет при этом рассеиваться на кольце?

Возможное решение. Перерисуем схему цепи, как показано на рисунке, где R_1 и R_2 – сопротивления дуг кольца, соответствующих с центральными углами α и (π – α) соответственно:

$$R_1 = \frac{\alpha}{2\pi}R; \quad R_2 = \frac{(\pi - \alpha)}{2\pi}R.$$



Ток через перемычку:

$$I = I_1 - I_2 = \frac{U}{2R_1} - \frac{U}{2R_2} = \frac{\pi U}{R}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\pi - \alpha}\right) = \frac{\pi U}{R}\cdot\frac{(\pi - 2\alpha)}{\alpha(\pi - \alpha)}.$$

При решении полученного квадратного уравнения получаем два ответа: $\alpha = \pi/4$ и $\alpha = 3\pi/2$. Наименьшему углу α соответствует такое положение перемычки, при котором $\alpha = \pi/4$. Тогда,

$$R_1 = \frac{R}{8}; \quad R_2 = \frac{3R}{8}.$$

Найдём сопротивление электрической цепи между точками A и B:

$$R_0 = \frac{2R_1R_2}{R_1 + R_2} = 2\frac{\frac{R}{8}\cdot\frac{3R}{8}}{\frac{R}{8} + \frac{3R}{8}} = \frac{3R}{16}.$$

Мощность, развиваемая током:

$$P = \frac{U^2}{R_0} = \frac{16U^2}{3R}.$$

Критерии оценивания:

- Нарисована эквивалентная схема – 2 балла
- Написано соотношение между током в перемычке и токами, текущими по дугам – 1 балл
- Получено уравнение необходимое для нахождения угла α – 2 балла
- Получен верный ответ для α – 2 балла
- Определена мощность, развиваемая током – 3 балла