

10 класс

10.1. **Погоня за тенью.** От столба, на котором на высоте $H = 4$ м висит фонарь, начинает разгон с ускорением $a_0 = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ высокий двухметровый школьник ($h = 2$ м). С каким ускорением a движется тень головы школьника?

Решение (фольклор):

Пусть L – расстояние от тени головы до фонаря, а l – расстояние от школьника до фонаря. Из подобия треугольников следует

$$\frac{H}{L} = \frac{h}{L-l}$$

Для равноускоренного движения

$$l = \frac{a_0 t^2}{2}, L = \frac{at^2}{2}$$

Откуда следует ответ:

$$a = a_0 \frac{H}{H-h} = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

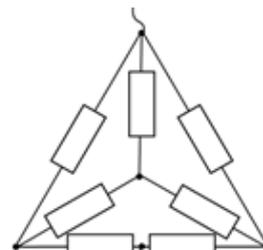
Критерии оценивания (10 баллов)

1	Рисунок, на котором изображены фонарь, школьник, тень от школьника (понимание закона прямолинейного распространения света)	2 балла
2	Записано подобие треугольников (связаны высоты фонаря/школьника и длины)	3 балла
3	Формулы путей при равноускоренном движении $l = \frac{a_0 t^2}{2}, L = \frac{at^2}{2}$	2 балла (по 1 баллу)
4	Ответ $a = a_0 \frac{H}{H-h} = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	3 балла (2 балла формула + 1 балл число с размерностью)

10.2. **Звезда в треугольнике.** Определите сопротивление цепи, состоящей из 7 одинаковых резисторов сопротивлением $R = 8$ Ом.

Решение (фольклор):

Решение 1. Пусть через два нижних резистора внутренней звезды течет ток силой I . Тогда через верхний резистор звезды течет ток $2I$, через левый и правый резисторы треугольника $3I$ (из равенства напряжений), через нижние резисторы треугольника – $4I$. Искомое $R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{7IR}{8I} = \frac{7}{8}R = 7$ Ом.



Критерии оценивания (10 баллов)

1	Обоснованная расстановка токов (по 1 баллу за каждый резистор)	7 баллов
2	$R_0 = \frac{U_0}{I_0}$	1 балл
3	$R_0 = \frac{7}{8}R = 7 \text{ Ом}$	2 балла

Решение 2. Внутреннюю звезду можно заменить на треугольник с втрое большими сопротивлениями. Задача свелась к тривиальной задаче на параллельные/последовательные соединения.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Корректное преобразование «звезда-треугольник»	3 балла
2	Через новый нижний резистор $3R$ ток не идет	2 балла
3	Верное применение правил параллельных/последовательных соединений	2 балла
4	$R_0 = \frac{U_0}{I_0}$	1 балл
5	$R_0 = \frac{7}{8}R = 7 \text{ Ом}$	2 балла

Решение 3. Самый верхний резистор можно представить как два параллельных резистора сопротивлением $2R$. Тогда центральный узел можно разъединить. Задача свелась к тривиальной задаче на параллельные/последовательные соединения.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Корректное разъединение центрального узла	5 баллов
2	Верное применение правил параллельных/последовательных соединений	2 балла
3	$R_0 = \frac{U_0}{I_0}$	1 балл
4	$R_0 = \frac{7}{8}R = 7 \text{ Ом}$	2 балла

Возможны и другие решения!!!

10.3. **С интервалом.** С поверхности земли с интервалом τ бросили два камня с одинаковой начальной скоростью v_0 под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Когда оба камня одновременно оказались на высоте $h = 10$ м над землей, векторы их скоростей оказались перпендикулярны друг другу. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Определите интервал τ и начальную скорость камней v_0 .

Решение (фольклор):

На одинаковой высоте оба камня имеют одинаковую скорость v . Т.к. векторы этих скоростей перпендикулярны, то угол наклона вектора скорости v направлен под углом 45° (из симметрии). Ясно, что через τ второй оказывается на том же месте траектории, где был первый. Тогда $\tau = \frac{2v \sin 45^\circ}{g}$. Т.к. ускорение свободного падения перпендикулярно

горизонту, то горизонтальная компонента скорости сохраняется в течение полета: $v \cos 45^\circ = v_0 \cos \alpha$. Из ЗСЭ следует, что $v_0^2 = v^2 + 2gh$. Из этих уравнений

находим ответы: $v_0 = \sqrt{\frac{2gh}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\tau = 2 \sqrt{\frac{2h}{g(\tan^2 \alpha - 1)}} = 2 \text{ с}$.

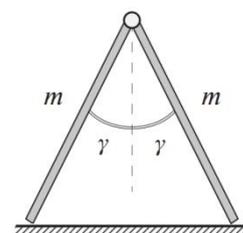
Критерии оценивания (10 баллов)

1	Найден угол на высоте h (45°)	2 балла
2	Через t второй оказывается на том же месте траектории, где был первый	2 балла
3	Приравнены горизонтальные компоненты скорости	1 балл
4	Выражено время для полета из h в h	2 балла
5	ЗСЭ	1 балл
6	Ответ для t (половина баллов за число)	1 балл
7	Ответ для скорости (половина баллов за число)	1 балл

Возможны и другие решения. Их стоит оценивать исходя из степени продвижения.

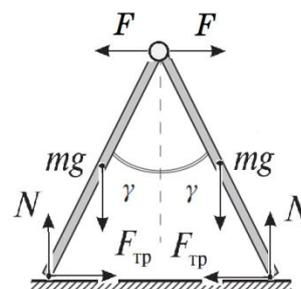
Верные решения, отличающиеся от авторского, оцениваются полным баллом!

10.4. Шпагат-1. На рисунке изображена конструкция, состоящая из соединённых шарнирно одинаковых однородных досок массой m , наклонённых под углами γ к вертикали. Определите, с какой силой взаимодействуют между собой части конструкции. При каком минимальном значении коэффициента трения μ между доской и полом части конструкции не будут разъезжаться? Система находится в равновесии. Трения в шарнире нет. Ускорение свободного падения g .



Решение (фольклор):

Расставим внешние силы на всю систему (две силы тяжести, две силы реакции и две силы трения) и внутреннюю силу F . Сила, действующая со стороны правой части конструкции на левую равна по модулю и противоположна по направлению силе, действующей со стороны левой части на правую. Значит, из соображений симметрии, конструкции понятно, что сила F горизонтальна. Из правила моментов относительно левой нижней точки (для левой части конструкции) получим $F = mg \frac{\tan \gamma}{2}$.



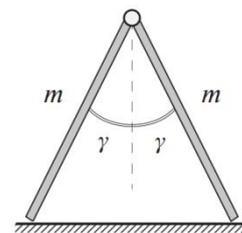
При искомом минимальном значении коэффициента трения сумма сил равна нулю, а сила трения максимальна. Из

равенства нулю суммы сил следует, что $N = mg$ и $F_{\text{тр}} = F = mg \frac{\tan \gamma}{2}$. Сила трения максимальна, а значит $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$. Итак, минимальное значение коэффициента трения: $\mu = \frac{\tan \gamma}{2}$.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Сила F горизонтальна	2 балла
2	Верная расстановка сил на одну доску	2 балла
3	Записано правило моментов	1 балл
4	$F = mg \frac{\tan \gamma}{2}$	1 балл
5	$N = mg$ и $F_{\text{тр}} = F$	2 балла
6	$F_{\text{тр}} = \mu N$	1 балл
7	$\mu = \frac{\tan \gamma}{2}$	1 балл

10.5. **Шагат-2.** На рисунке изображена конструкция, состоящая из соединённых шарнирно одинаковых однородных досок, наклонённых под углами γ к вертикали. Если такую конструкцию поставить на абсолютно гладкую поверхность, то части конструкции будут разъезжаться. В тот момент, когда угол между досками увеличился вдвое (стал 4γ), скорость шарнира стала равна v . Определите скорости центров v_0 и нижних точек досок u . Укажите их направления.



Решение (фольклор):

Вектор скорости шарнира направлен вертикально вниз, а нижние точки движутся горизонтально вдоль поверхности. Кинематическая связь на жесткость стержня (проекции скоростей точек на ось, проходящую через эти точки, равны) дает ответ $u = v \cot 2\gamma$. Мгновенный центр вращения левой доски находится на пересечении перпендикуляров к скоростям u и v . Соединим МЦ с серединой стержня. Получим отрезок (плечо скорости v_0), являющийся медианой в прямоугольном треугольнике. Она, в свою очередь, равна половине длины доски. Скорость v_0 перпендикулярна этому отрезку. Выразив угловые скорости дважды (для v и v_0), получим искомый ответ $v_0 = \frac{v}{2 \sin 2\gamma}$.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Вектор скорости шарнира направлен вертикально вниз	1 балл
2	Нижние точки движутся горизонтально вдоль поверхности	1 балл
3	Записано уравнение на жесткость стержня	2 балла
4	$u = v \cot 2\gamma$	1 балл
5	Найден мгновенный центр вращения или аналогичное	1 балл
6	Верно найдено направление скорости v_0	2 балла
7	$v_0 = \frac{v}{2 \sin 2\gamma}$	2 балла