Материалы для членов жюри (ключи, критерии оценивания)

Время выполнения заданий – отводится 3 часа 50 минут

Максимальное количество баллов –50

Задача 1 (10 балов). Два тела массами m_1 = 100 г и m_2 = 200 г соединены невесомой сжатой пружиной, связанной нитью. Энергия упругой деформации пружины $E_п$ составляет 135 Дж. В исходном состоянии тела покоятся на гладкой горизонтальной площадке (см. рис.1). Нить пережигают и после распрямления пружины тела одновременно слетают с площадки, имея горизонтально ориентированные скорости, пружина не соединена с телами и обладает массой много меньше массы тел. Определите время от начала падения тел, через которое вектора их скоростей станут взаимно перпендикулярны (без учета сопротивления воздуха).

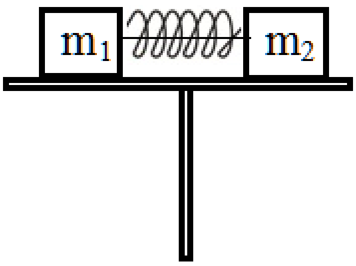


Рисунок 1

Решение.

Для определения начальных скоростей V_{01} и V_{02}, приобретаемых телами в момент вылета с площадки, применим законы сохранения импульса (1) и полной механической энергии (2):

$$0 = m_1\overrightarrow{V_{01}} + m_2\overrightarrow{V_{02}} \qquad (1) \qquad \textbf{1 балл}$$

$$E_п = \frac{m_1V_{01}^2}{2} + \frac{m_2V_{02}^2}{2} \qquad (2) \qquad \textbf{1 балл}$$

Решим совместно (1) и (2).

Из (1) следует:

$$V_{01} = \frac{m_2V_{02}}{m_1}$$

Подставим во (2):

$$2E_п = m_1\left(\frac{m_2V_{02}}{m_1}\right)^2 + m_2V_{02}^2 = m_2V_{02}^2\left(\frac{m_2 + m_1}{m_1}\right)$$

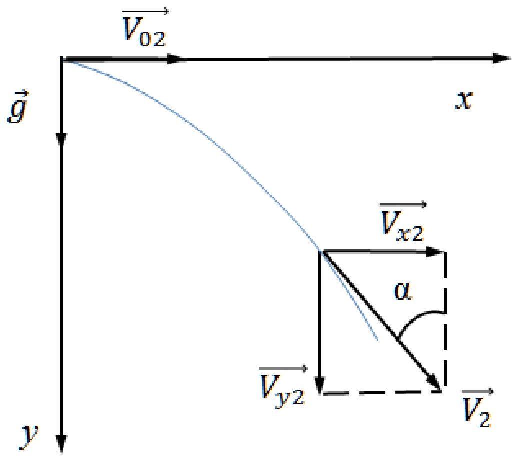


Рисунок 2

$V_{02} = \sqrt{\frac{2E_п m_1}{m_2(m_1+m_2)}}$ (3)

Аналогично:

$V_{01} = \sqrt{\frac{2E_п m_2}{m_1(m_1+m_2)}}$ (4) **1 балл**

Спустя искомое время t_A вектор скорости тела 2 ориентирован, как указано на рис. 2 и равен:

$\overrightarrow{V_2} = \overrightarrow{V_{x2}} + \overrightarrow{V_{y2}} = \overrightarrow{V_{02}} + \vec{g}t_A$ **1 балл**

где

$V_{x2} = V_{02}$

$V_{y2} = gt_A$ **1 балл**

Аналогично

$\overrightarrow{V_1} = \overrightarrow{V_{x1}} + \overrightarrow{V_{y1}} = \overrightarrow{V_{01}} + \vec{g}t_A$

где

$V_{x1} = V_{01}$

$V_{y1} = gt_A$

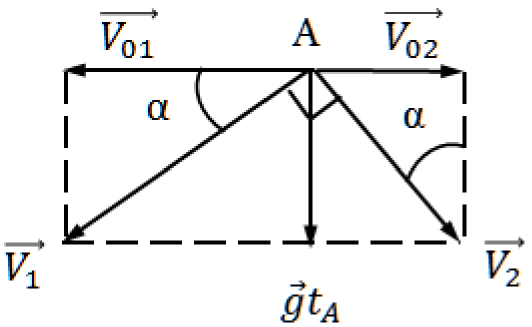


Рисунок 3

Перенесем в точку А вектора скоростей тел в искомый момент времени t_A (рис. 3). **2 балла**

Указанные на рис. 3 углы одинаковы как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. **1 балл**

Тогда из подобия треугольников следует:

$\frac{gt_A}{V_{01}} = \frac{V_{02}}{gt_A}$

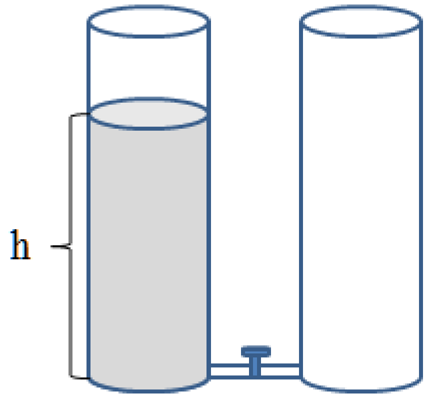
Отсюда $t_A = \frac{\sqrt{V_{01}V_{02}}}{g}$ **1 балл**

Подставим сюда (3) и (4):

$$t_A = \frac{1}{g}\sqrt{\sqrt{\frac{2\text{E}_\text{п} m_1 2\text{E}_\text{п} m_2}{m_2(m_2+m_1)m_1(m_2+m_1)}}} = \frac{1}{g}\sqrt{\frac{2\text{E}_\text{п}}{(m_2+m_1)}}$$

$t_A = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{2\cdot 135}{(0.2+0.1)}}$=3 с **1 балл**

Критерии оценивания:	**баллов**
Записан закон сохранения импульса	1
Записан закон сохранения механической энергии	1
Выведены формулы для расчета начальных скоростей тел	1
Вектора скорости в искомый момент времени разложены на составляющие	1
Записаны кинематические зависимости для составляющих скорости	1
Сделан рисунок векторов скорости с их составляющими	2
Обосновано равенство углов	1
Из подобия треугольников получено соотношение для t через начальные скорости	1
Посчитано время	1
ИТОГО	**10**



Задача 2 (10 балов). Два одинаковых неподвижных цилиндра соединены трубкой очень малого сечения, снабженной краном. При закрытом кране в левый цилиндр залили жидкость с удельной теплоемкостью ***c*** до высоты *h* (см. рис.). После достижения теплового равновесия жидкость имела температуру T_1. После открывания крана по достижении теплового равновесия в отсутствие теплообмена с окружающей средой жидкость стала иметь температуру T_2. Обоснуйте, какая из температур больше и выведите формулу, выражающую разность температур ΔT, пренебрегая теплоемкостью цилиндров.

Решение.

Выясним, что произойдет с механической энергией жидкости при ее переходе из исходного состояния 1 в новое установившееся 2.
Проведем нулевой уровень потенциальной энергии жидкости через дно цилиндров.

(1 балл)

Тогда механическая энергия массы жидкости m в состоянии 1 равна ее потенциальной энергии (жидкость неподвижна), определяемой положением центра масс на величину h/2:

$E_{п1} = mgh/2$

(1 балл)

Во втором состоянии центр масс поднят над нулевым уровнем на h/4 и механическая энергия становится равной:

$E_{п2} = mgh/4$

(1 балл)

Очевидно, механическая энергия уменьшилась на величину:

$\Delta E = = mgh/4$

(1 балл)

Так как цилиндры все время неподвижны и отсутствует теплообмен с окружающей средой, то механическая (потенциальная) энергия пошла на увеличение внутренней энергии системы. Поэтому температура жидкости повысится на ΔT.

(3 балла)

Для увеличения температуры жидкости необходимо передать ей количество теплоты:

$$Q = cm\Delta T$$

(1 балл)

Тогда Q=ΔE, откуда

(1 балл)

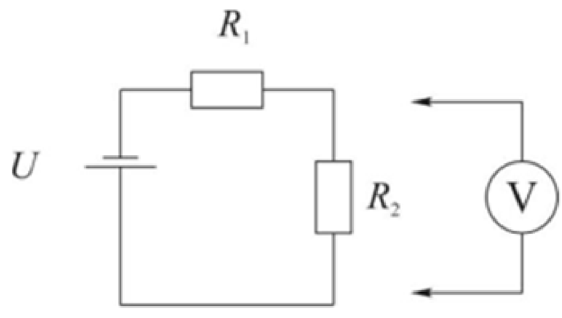
$$\Delta T = \frac{\Delta E}{cm} = \frac{mgh}{4cm} = \frac{gh}{4c}$$

(1 балл)

Критерии оценивания:	**баллов**
Задан нулевой уровень потенциальной энергии	1
Определена механическая энергия исходного состояния	1
Определена механическая энергия второго состояния	1
Найдено ΔE	1
Обосновано повышение температуры системы	3
Указано, как рассчитать количество теплоты, которое надо передать жидкости для ее нагревания	1
Записано Q=ΔE	1
Получено выражение для ΔT	1
ИТОГО	**10**

Задача 3 (10 баллов). Электрическая цепь состоит из идеального источника с напряжением на клеммах U и двух последовательно соединенных резисторов с сопротивлениями R_1 = 200 Ом и R_2 = 600 Ом. Изобразите схему электрической цепи с вольтметром и определите сопротивление вольтметра, используемого для измерения напряжения на резисторе с сопротивлением R_2, если измеренное напряжение отличается от истинного напряжения на η = 5%.

Решение.



Истинное напряжение на R_2

$$U_2 = \frac{UR_2}{R_1 + R_2} \qquad (1)$$

Определим ток в цепи.

$$I = \frac{U}{\frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} + R_1} \qquad (2)$$

Напряжение на измеренное вольтметре:

$$U_V = I\frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} \quad (3)$$

Подставляя (2) в (3)

$$U_V = \frac{UR_2R_V}{R_2R_V + R_1R_2 + R_1R_V} \quad (4)$$

По условию задачи:

$$U_V = (1-\eta)U_2$$

$$\frac{R_2R_V+R_1R_2+R_1R_V}{R_V}=\frac{R_1+R_2}{1-\eta} \quad (5)$$

Выразим R_V из уравнения (5)

$$R_V=\frac{1-\eta}{\eta}\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \quad (6)$$

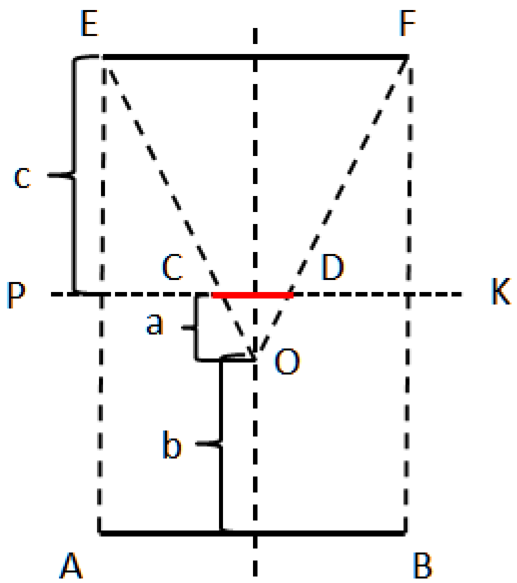
Подставим численные значения:

$$R_V=\frac{1-0{,}05}{0{,}05}\frac{200\cdot 600}{200+600}=2850\ Ом$$

Критерии оценивания:	**баллов**
Получено уравнение (1)	2
Определен ток, уравнение (2)	2
Получено выражение для Uv (4)	2
Получено выражение для R_V (6)	3
Рассчитано численное значение сопротивления вольтметра	1
ИТОГО	**10**

Задача 4 (10 баллов). В эксперименте наблюдателю необходимо четко видеть панель размером 100х55 см, которая находится у него за спиной на расстоянии 2 м. Для этого ему предложили повесить на расстоянии 60 см перед собой зеркало. Определите минимальные размеры зеркала (в сантиметрах, округлить до целых), чтобы экспериментатор мог не оборачиваться в ходе эксперимента и держать под наблюдением заднюю панель целиком.

Решение.



Проведем построения для вида сверху длины зеркала (см. рис.).

Наблюдатель находится в точке O, панель длиной AB = 1 м на расстоянии b = 2 м от наблюдателя. Линия PK – линия зеркала, точка E – изображение точки A, точка F – изображение точки B. 2 **балла**

Зеркало расположено на расстоянии a = 0,6 м от наблюдателя. Расстояние от зеркала до изображения панели c = 2,6 м.

Из построения видно, что минимальная длина зеркала это участок CD.

(2 балла)

Из подобия треугольников EFO и CDO следует:

$$\frac{EF}{CD} = \frac{c+a}{a}$$

(2 балла)

Откуда $CD = \frac{EF \cdot a}{c+a}$

CD = 1·0,6/(2,6+0,6) = 0,1875 м

(2 **балла)**

Значит минимальная длина зеркала 19 см.

(2 **балла)**

Аналогично рассуждая для высоты панели d = 0,55 м, получим:

$C_1D_1 = 0{,}55 \cdot 0{,}6/(2{,}6+0{,}6) = 0{,}1031$ м

Следовательно, минимальная высота зеркала должна быть 11 см.

Критерии оценивания:	**баллов**
Построено изображение панели	2
Указана на рисунке минимальная длина (высота) зеркала	2
Записано отношение длин сторон подобных треугольников	2
Вычислена рабочая длина (высота) зеркала	2
Указана минимальная длина (высота) зеркала	2
ИТОГО	**10**

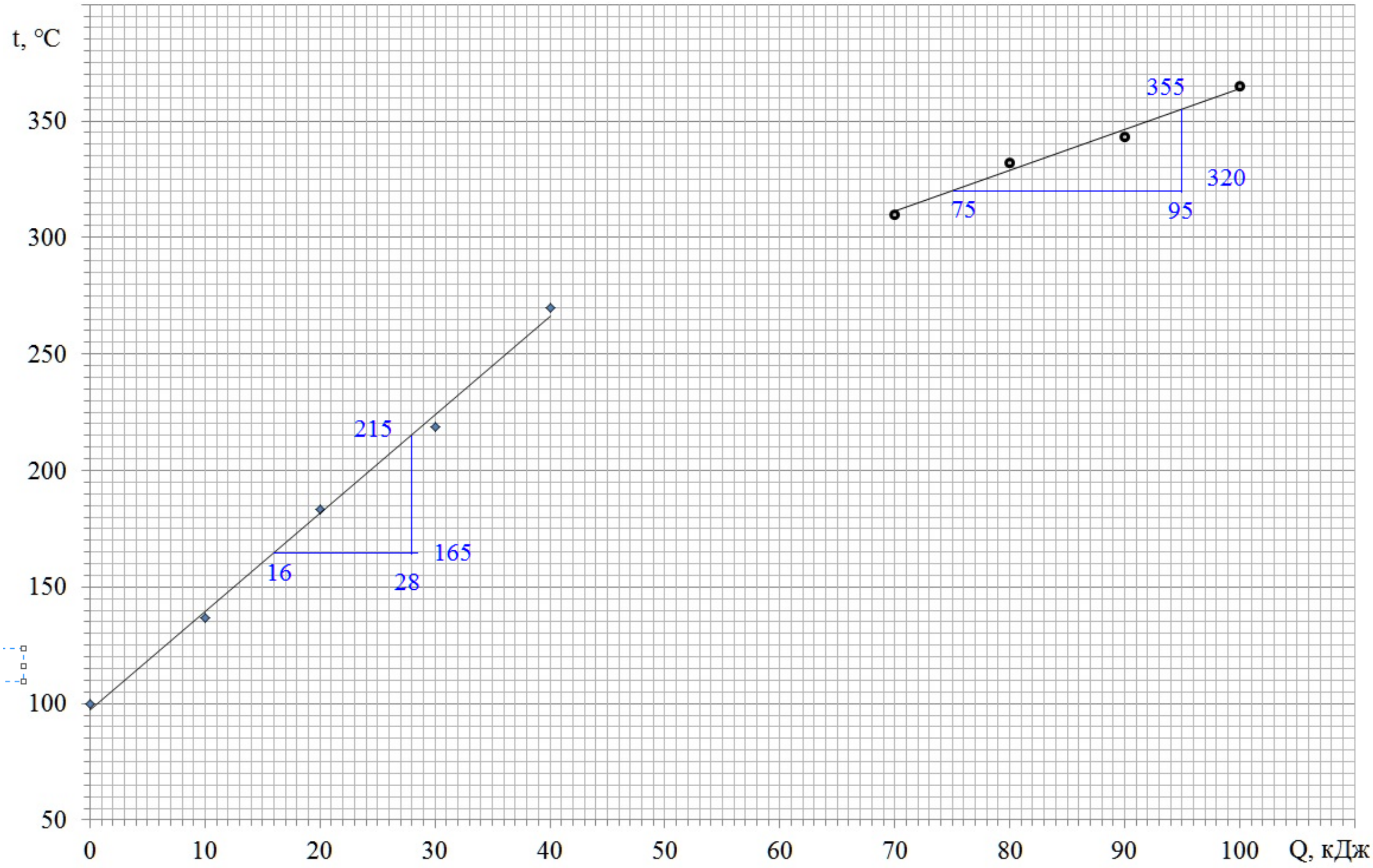
Задача 5 (10 баллов). В таблице приведены результаты измерения температуры одного килограмма некоторого инопланетного вещества в земной лаборатории в зависимости от подводимого к нему количества теплоты.

Q, кДж	0	10	20	30	40	-	70	80	90	100
t, °C	100	137	183	219	270		310	332	343	365

Постройте график данной зависимости, обоснуйте ее характер и определите с помощью графика удельную теплоемкость вещества.

Решение.

Теоретически зависимость t(Q) должна быть линейной. Нанеся экспериментальные точки на график, приходим к выводу, что их нельзя описать одной линейной зависимостью, но можно описать двумя.



Это означает, что вещество в процессе нагрева изменило агрегатное состояние.

Так как процесс нагрева в обоих случаях сопровождается линейным ростом температуры, значит по каждой из зависимостей можно определить удельную теплоемкость как котангенс угла наклона прямой, что следует из определения теплоемкости:

$$c = \frac{Q}{m\Delta t}$$

Тогда для вещества в исходном агрегатном состоянии

$$c_1 = \frac{Q_2 - Q_1}{1(t_2 - t_1)} = \frac{(28 - 16)10^3}{(215 - 165)} = 240\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг°C}}$$

Аналогично для второго:

$$c_2 = \frac{Q_2 - Q_1}{1(t_2 - t_1)} = \frac{(95 - 75)10^3}{(355 - 320)} = 571\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг°C}}$$

Критерии оценивания:	**баллов**
Выбран оптимальный масштаб осей графика	1
Верно нанесены экспериментальные точки	1
Построены две линейные зависимости	2
Обосновано, что зависимость должна быть линейной	1
Указано на два агрегатных состояния вещества	2
Обоснована применимость $Q = cm\Delta t$ для обеих зависимостей	1
Рассчитаны обе теплоемкости	2
ИТОГО	**10**