

Пермский край
2023-24 учебный год
**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ФИЗИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
10 КЛАСС**

Критерии оценивания

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий – 50 баллов.

Задание 1. (10 баллов)

1) Запишем уравнения движения для первого тела:

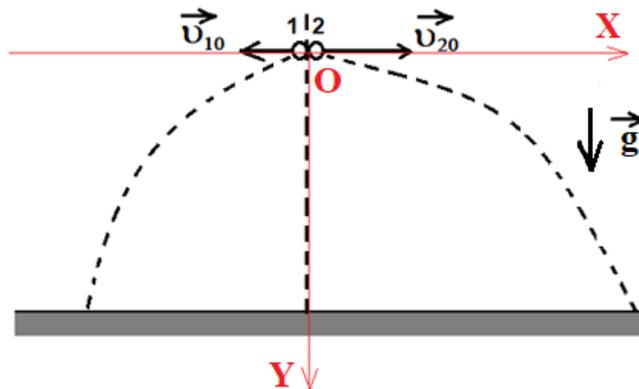
$$OX: x_1 = x_{10} + v_{10x}t = v_{10}t \quad (1)$$

$$OY: y_1 = y_{10} + v_{10y}t + \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2} \quad (2)$$

2) Запишем уравнения движения для второго тела:

$$OX: x_2 = x_{20} + v_{20x}t = -v_{20}t \quad (3)$$

$$OY: y_2 = y_{20} + v_{20y}t + \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2} \quad (4)$$



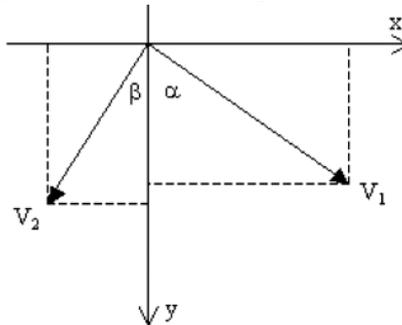
3) Расстояние между телами в произвольный момент времени определяется уравнением:

$$l = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}. \quad (5)$$

4) Подставив (1), (2), (3) и (4) в (5) получим:

$$l = \sqrt{(v_{10}t + v_{20}t)^2 + \left(\frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{2}\right)^2} = \sqrt{(v_{10} + v_{20})^2 t^2} = (v_{10} + v_{20})t. \quad (6)$$

5) Найдем момент времени, когда скорости тел будут взаимно перпендикулярны. Скорости и проекции скоростей для тел будут соответственно равны:



$$\text{тело 1: } v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}, \quad v_{1x} = v_{10}, \quad v_{1y} = gt. \quad (7)$$

тело 2: $v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2}, \quad v_{2x} = -v_{20}, \quad v_{2y} = gt. \quad (8)$

б) Из рисунка видно, что:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= v_{10} / \sqrt{v_{10}^2 + g^2 t^2}, & \cos(\alpha) &= (gt) / \sqrt{v_{10}^2 + g^2 t^2}, \\ \sin(\beta) &= v_{20} / \sqrt{v_{20}^2 + g^2 t^2}, & \cos(\beta) &= (gt) / \sqrt{v_{20}^2 + g^2 t^2}. \end{aligned}$$

7) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,$
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\beta) \cos(\alpha) = 1,$
 $\frac{gtv_{10} + gtv_{20}}{\sqrt{v_{10}^2 + g^2 t^2} \cdot \sqrt{v_{20}^2 + g^2 t^2}} = 1. \quad (9)$

После математических преобразований получим:

$$t = \frac{\sqrt{v_{10} v_{20}}}{g}. \quad (10)$$

8) Из (6) и (10) получаем окончательный ответ:

$$l = (v_{10} + v_{20}) \frac{\sqrt{v_{10} v_{20}}}{g} = \approx 2.5 \text{ м.}$$

Оценивание задания 1

Записаны кинематические соотношения для координат X и Y для 1 тела (пункт 1 решения) – 2 балла.

Записаны кинематические соотношения для координат X и Y для 2 тела (пункт 2 решения) – 2 балла.

Получено выражение (6) для определения расстояния между телами l (пункты 3 и 4 решения) – 1 балл.

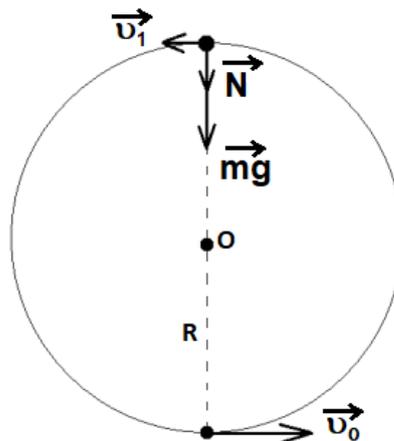
Записаны соотношения для скоростей (пункт 5 решения) – 2 балла.

Получено выражение (10) для момента времени, когда скорости тел взаимно перпендикулярны (пункты 6 и 7 решения) – 2 балла.

Определено искомое расстояние между телами (пункт 8 решения) – 1 балл.

Задание 2. (10 баллов)

1) Сначала проверим, сможет ли грузик совершить полный оборот, не отрываясь от поверхности цилиндрической полости.



Для того чтобы тело смогло совершить полный оборот, грузик должен все время давить на поверхность, то есть должно выполняться условие: $N > 0$. Запишем второй закон Ньютона для тела в верхней точке в проекции на вертикальную ось:

$$ma_n = N + mg = \frac{mv_1^2}{R}$$

Поэтому в верхней точке скорость удовлетворяет неравенству:

$$v_1^2 > gR. \quad (1)$$

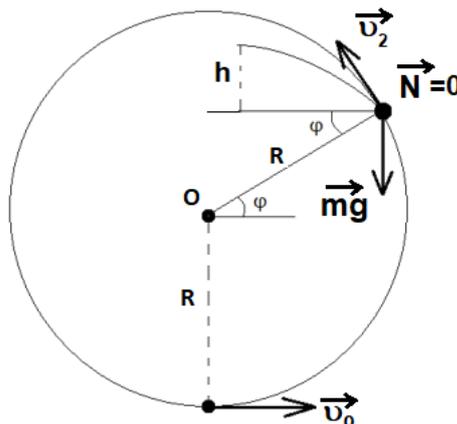
2) Отсюда получаем ограничение на скорость в нижней точке (используя закон сохранения механической энергии):

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + 2mgR, \text{ отсюда } v_0 > \sqrt{5gR} = (5 \cdot 9.8 \cdot 6)^{0.5} \approx 17.15 \text{ м/с}. \quad (2)$$

Скорость в нижней точке не удовлетворяет условию (2), т.е. $15 \text{ м/с} < 17.15 \text{ м/с}$.

Это означает, что в некоторый момент груз отрывается от поверхности, после чего грузик продолжит двигаться только под действием силы тяжести.

3) Определим угол φ , при достижении которого грузик отрывается от поверхности. Пусть скорость грузика в этот момент равна v_2 .



В этот момент действующая на груз нормальная реакция опоры $N=0$, поэтому центростремительное ускорение создаётся исключительно соответствующей проекцией силы тяжести:

$$ma_n = mg \sin \varphi = \frac{mv_2^2}{R}. \quad (3)$$

4) Согласно закону сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + 2mgR(1 + \sin \varphi). \quad (4)$$

5) Уравнения (3) и (4) позволяют найти угол φ и скорость v_2 :

$$v_2 = \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gR}{3}} \approx 5.98 \text{ м/с}.$$

$$\sin \varphi = \frac{v_2^2 - 2gR}{3gR} \approx 0.6088, \quad \cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} \approx 0.7933.$$

6) Теперь определим высоту подъема груза относительно точки, в которой тело отрывается от поверхности, по формуле из баллистики:

$$h = \frac{v_2^2 \cos^2 \varphi}{2g} \approx 1.15 \text{ м}.$$

7) Итоговая высота полного подъема грузика равна:

$$H = R + R \sin \varphi + h = 6 + 3.65 + 1.15 \approx 10.8 \text{ м}.$$

Оценивание задания 2

Записан основной закон динамики для груза в верхней точке и получено условие (1) для скорости v_1 (пункт 1 решения) – 2 балла.

Записан закон сохранения энергии для груза в верхней и нижней точках, получено условие (2) для скорости v_0 (пункт 2 решения) – 2 балла.

Сделан вывод о том, что тело отрывается от поверхности цилиндра не достигая верхней точки – 1 балл.

Записан основной закон динамики (3) для груза в точке отрыва (пункт 3 решения) – 1 балл.
 Записан закон сохранения энергии (4) для груза в нижней точке и точке отрыва (пункт 4 решения) – 1 балл.
 Найдены угол φ и скорость v_2 (пункт 5 решения) – 1 балл.
 Определена высота подъема груза относительно точки, в которой тело отрывается от поверхности (пункт 6 решения) – 1 балл.
 Найдена высота полного подъёма грузика (пункт 7 решения) – 1 балл.

Задание 3. (10 баллов)

1) Определим скорости вытекания воды μ_1 и μ_2 из холодного и горячего кранов, включённых на полную производительность:

$$\mu_1 = \frac{\rho_B V}{T_1} = 0,3 \text{ кг/с},$$

$$\mu_2 = \frac{\rho_B V}{T_2} = 0,2 \text{ кг/с}.$$

2) Весь лёд растает при заполнении всей ванны (с учетом того, что вода не должна выливаться за края ванны):

$$m_1 + m_2 + m_{\max} = \rho_B \cdot V, \quad (1)$$

где m_1 – масса холодной воды, m_2 – масса горячей воды, m_{\max} – масса льда.

3) Соотношение холодной и горячей воды при полной ванне:

$$m_1/m_2 = \mu_1/\mu_2 = 1,5. \quad (2)$$

4) Из (1) и (2):

$$m_1 = 0,6(\rho_B \cdot V - m_{\max}), \quad m_2 = 0,4(\rho_B \cdot V - m_{\max}). \quad (3)$$

5) Запишем уравнение теплового баланса для топки льда, считая, что в ванне установилась температура $t_0 = 0^\circ\text{C}$ (конечная температура, соответствующая максимальной массе льда):

$$m_1 c_B (t_1 - t_0) + m_2 c_B (t_2 - t_0) = \lambda m_{\max}. \quad (4)$$

6) Подставим (3) в (4):

$$0,6(\rho_B \cdot V - m_{\max}) c_B (t_1 - t_0) + 0,4(\rho_B \cdot V - m_{\max}) c_B (t_2 - t_0) = \lambda m_{\max}.$$

После преобразований:

$$m_{\max} = [0,6\rho_B \cdot V c_B (t_1 - t_0) + 0,4\rho_B \cdot V c_B (t_2 - t_0)] / [0,6c_B (t_1 - t_0) + 0,4 c_B (t_2 - t_0) + \lambda] = \approx 57,6 \text{ кг}.$$

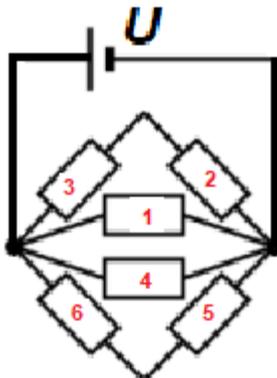
Оценивание задания 3

Определены скорости вытекания холодной и горячей воды (пункт 1 решения) – 2 балла.
 Записано условие (1) для полного заполнения ванны (пункт 2 решения) – 1 балл.
 Записано соотношение (2) для холодной и горячей воды (пункт 3 решения) – 1 балл.
 Выражены массы (3) холодной и горячей воды при полной ванне (пункт 4 решения) – 1 балл.
 Утверждение о том, что в ванне должна установиться конечная температура $t_0 = 0^\circ\text{C}$ – 1 балл.
 Записано уравнение теплового баланса (4) (пункт 5 решения) – 2 балла.
 Сделаны математические преобразования и получен правильный ответ (пункт 6 решения) – 2 балла.

Задание 4. (10 баллов)

1) Из симметрии электрической цепи следует, что через амперметр A_3 ток не течет, и проводник, который соединяет точки, между которыми включен этот амперметр, можно убрать, т.е. $I_{A_3} = 0 \text{ А}$.

2) На рисунке ниже представлена эквивалентная схема цепи. Она построена с учётом того, что все амперметры идеальные, и, следовательно, точки цепи, между которыми они включены, просто соединены друг с другом проводниками.



3) Определяем общее сопротивление этой эквивалентной цепи:

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{6}{2R} = \frac{3}{R}.$$

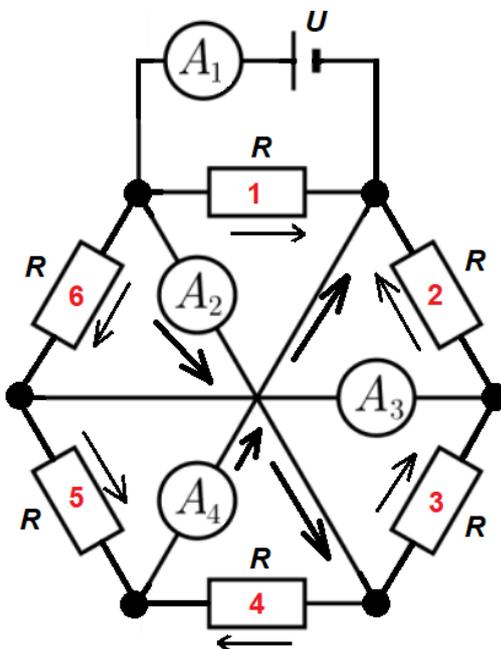
Отсюда:

$$R_{\text{общ}} = 6 \text{ Ом} / 3 = 2 \text{ Ом}.$$

4) Находим общий ток в цепи (показания амперметра A_1):

$$I_{A1} = U / R_{\text{общ}} = 12 \text{ В} / 2 \text{ Ом} = 6 \text{ А}.$$

5). Следовательно, через резисторы, изображенные на схеме исходной цепи сверху и снизу, текут токи по $I_{R1} = I_{R4} = 2 \text{ А}$, а через резисторы, изображенные слева и справа, текут токи по $I_{R2} = I_{R3} = I_{R5} = I_{R6} = 1 \text{ А}$. На рисунке ниже указаны направления токов, текущих через резисторы.



6) Из закона сохранения электрического заряда следует, что каждый из амперметров A_2 и A_4 показывает ток в 3 А:

$$I_{A2} = I_{R3} + I_{R4} = 3 \text{ А}, \quad I_{A4} = I_{R4} + I_{R5} = 3 \text{ А}.$$

Оценивание задания 4

Определено, что из симметрии электрической цепи следует отсутствие тока через амперметр A_3 , т.е. $I_{A3} = 0 \text{ А}$ (пункт 1 решения) – 2 балла.

Представлена эквивалентная схема цепи (пункт 2 решения) – 2 балла.

Найдено общее сопротивление эквивалентной цепи (пункт 3 решения) – 1 балл.
Найден общий ток в цепи, т.е. показания амперметра A_1 (пункт 4 решения) – 1 балл.
Определены значения токов, текущих через резисторы (пункт 5 решения) – 1 балл.
Указаны направления токов, текущих через резисторы (пункт 5 решения, рисунок) – 1 балл.
Найден ток через амперметр A_2 $I_{A2} = 3$ А (пункт 6 решения) – 1 балл.
Найден ток через амперметр A_4 $I_{A4} = 3$ А (пункт 6 решения) – 1 балл.

Задание 5. (10 баллов)

1) Условие равновесия поршня:

$$pS_{\text{Ц}} = Mg + p_0S_{\text{Ц}}, \quad (1)$$

где p – давление воздуха в сосуде, p_0 – давление воздуха снаружи (атмосферное давление), M – масса поршня, $S_{\text{Ц}}$ – площадь поперечного сечения цилиндра.

2) Давление воздуха в сосуде p (условие равновесия столба воды):

$$p = p_0 + \rho gh. \quad (2)$$

3) Отсюда, используя (1) и (2), можно выразить массу поршня:

$$M = \rho h S_{\text{Ц}}. \quad (3)$$

4) Однако ни сечение поршня $S_{\text{Ц}}$, ни сечение трубки $S_{\text{Т}}$ не даны. Обратимся к связи объёма налитой воды V и подъёма уровня y . Проанализируем этот график.

Поскольку давление воздуха в сосуде постоянно, то остаётся постоянной разность уровней воды справа и слева, а именно она равна h , и поэтому оба эти уровня поднимаются на y .

5) Пока вода не попала в сосуд (не дошла до узкой части конуса) выполняется соотношение:

$$V = 2 S_{\text{Т}} y,$$

где $S_{\text{Т}}$ – сечение трубки.

Этому отвечает начальная линейная часть графика. По её наклону находим сечение трубки $S_{\text{Т}}$:

$$S_{\text{Т}} = (\Delta V / \Delta y) / 2 = (20 \text{ см}^3 / 4 \text{ см}) / 2 = 2,5 \text{ см}^2.$$

6) Искривлённая часть графика отвечает заполнению конической части сосуда.

7) Когда вода дойдёт до цилиндрической части (заполнив полностью коническую часть), то начинается второй линейный участок на графике. В этом случае приращение объёма:

$$\Delta V = S_{\text{Ц}} \Delta y + S_{\text{Т}} \Delta y.$$

Из наклона второго линейного участка на графике (тангенса угла наклона) находим площадь поперечного сечения цилиндра $S_{\text{Ц}}$:

$$S_{\text{Ц}} + S_{\text{Т}} = (\Delta V / \Delta y) = (70 \text{ см}^3 / 2 \text{ см}) = 35 \text{ см}^2.$$

$$S_{\text{Ц}} = 35 \text{ см}^2 - 2,5 \text{ см}^2 = 32,5 \text{ см}^2.$$

8) Находим массу поршня, используя соотношение (3):

$$M = \rho h S_{\text{Ц}} = 1000 \cdot 0,2 \cdot 32,5 \cdot 10^{-4} = 0,65 \text{ кг}.$$

Оценивание задания 5

Записано условие (1) равновесия поршня (пункт 1 решения) – 2 балла.

Записано условие (2) равновесия столба воды (пункт 2 решения) – 2 балла.

Получено выражение (3) для определения массы поршня (пункт 3 решения) – 1 балл.

Постоянство разности уровней h воды справа и слева (пункт 4 решения) – 1 балл.

Нахождение сечения трубки $S_{\text{Т}}$ по начальному линейному участку графика (пункт 5 решения) – 1 балл.

Искривлённая часть графика отвечает заполнению конической части сосуда (пункт 6 решения) – 1 балл.

Нахождение сечения цилиндра $S_{\text{Ц}}$ по конечному линейному участку графика (пункт 7 решения) – 1 балл.

Нахождение массы поршня M (пункт 8 решения) – 1 балл.