Задания 10 класс с решениями

Задача № 1. ***Точная стрельба***

Студент Макс, призер по пулевой стрельбе, испытывает новый спортивный пистолет. Скорость пули при стрельбе из этого пистолета может варьироваться от 100 до 450 м/с. Пуля Макса пробивает навылет полый цилиндр, вращающийся с частотой ν = 200 оборотов в секунду, оставляя одно сквозное отверстие. С какой скоростью могла лететь пуля, если эта скорость оказалось направленной перпендикулярно к оси? Радиус цилиндра R = 50 см.

Возможное решение

1. Очевидно, за время пролета пули цилиндр должен сделать пол-оборота плюс некоторое целое число оборотов, ½ + N, где N = 0,1,2, …

$$\upsilon \Delta t = 2R; \qquad (*)$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} + NT = T\left(\frac{1}{2} + N\right) = \frac{1}{\nu}\left(\frac{1}{2} + N\right).$$

2. Подставим это выражение в уравнение (*) и выразим υ:

$$\frac{\upsilon}{\nu}\left(\frac{1}{2} + N\right) = 2R \text{ , откуда } \upsilon = \frac{2\nu R}{\left(\frac{1}{2}+N\right)} = \frac{4\nu R}{1+2N}$$

3. Произведем вычисления при N = 0:

$$\upsilon = \frac{4\cdot 200\cdot 0{,}5}{1} = 400 \text{ м/с, также при } N = 1\text{: } \upsilon = \frac{4\cdot 200\cdot 0{,}5}{1+2} \approx 133{,}3 \text{ м/с.}$$

Эти эти значения попадают в номинальный диапазон скоростей. При N = 2 получим $\upsilon = \frac{4\cdot 200\cdot 0{,}5}{1+4} \approx 80$ м/с – вне диапазона. Таким образом, пуля могла лететь со скоростью 133,3 и 400 м/с

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 3 балла

Если участник рассматривает только один из вариантов (половину оборота цилиндра) и получает значение υ = 400 м/с, максимальная оценка за задание 5 баллов.

! ВНИМАНИЕ! **По этой и другим заданиям придерживаться правила: если задача не решена, но приведены некоторые идеи по существу условия задачи, можно оценивать каждую задачу в 1 или 2 балла в качестве поощрения.**

Задача № 2. ***Полет на флайборде***

Спортсмен испытывает новую модель флайборда (см. рис.). Это площадка, опирающаяся о поверхность с помощью двух мощных струй воды. Площадка имеет массу m = 3 кг, спортсмен – M = 67 кг. Струи бьют из трубок с сечением S = 5 см^2. Пренебрегая сопротивлением воздуха и отклонением струй от вертикали, рассчитайте скорость воды на выходе из трубок. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3.

Возможное решение

1. Одна струя ударяет о поверхность воды с силой

$F_1 = \Delta p/\Delta t = \Delta m\cdot\upsilon/\Delta t = \rho\,\Delta V\cdot\upsilon/\Delta t = \rho S(\upsilon\Delta t)\cdot\upsilon/\Delta t = \rho\upsilon^2 S$, где S – площадь горизонтального сечения струи, а υ – ее скорость при ударе о воду.

Изменением скорости струи за счет тяготения пренебрежем, так как 1) высоту, на которой находится спортсмен, можно считать малой; 2) уравнение неразрывности точно не выполняется. (Происходит частичный распад струй, вызванный сопротивлением воздуха, которым мы пренебрегаем по условию, поэтому увеличение импульса струй компенсируется в определенной мере их распадом).

2. Сила давления N струй, очевидно, равна $F = NF_1$.

3. В равновесии

$(M + m)g = F = N\rho\upsilon^2 S$, откуда $\upsilon = \sqrt{\dfrac{(M+m)g}{N\rho S}}$

4. Вычисление приводит к результату

$$\upsilon = \sqrt{\frac{(67+3)\cdot 10}{2\cdot 10^3 \cdot 5\cdot 10^{-4}}} \approx 26{,}5 \text{ м/с}$$

(ответ)

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 1 балл

За 3-й пункт – 3 балла

За 4-й пункт – 2 балла

Задача № 3. ***Умная щеколда***

Одиннадцатиклассник Макс, участвуя в конкурсной программе «Умный дом», предложил следующий проект. В некоторых домах люди запирают ворота изнутри на щеколду. Ценность этого простого механического приспособления (см. рис) в том, что с его помощью нельзя по забывчивости, уходя, закрыть ворота «от себя самого» – щеколдой можно зафиксировать ворота только изнутри, т.е., тогда, когда кто-то из жильцов дома. Но это создает неудобства другим обитателям дома – им необходимо звонить, если ворота изнутри закрыты.

Макс предложил электротепловой открыватель щеколды. Отодвигать щеколду можно снаружи нажатием определенной комбинации кнопок, приводящим к запуску поршня в трубе. Этот поршень отталкивает щеколду. В горизонтально расположенной теплоизолированной цилиндрической трубке под поршнем массой m = 250 г находится аргон. В закрытом торце трубки расположена нагревательная пластина, полезная мощность которой равна P. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, площадь поперечного сечения поршня S = 2 см^2, коэффициент трения поршня о стенки трубки μ = 0,5. Сила трения, действующая на саму щеколду при ее перемещении, f = 2 Н. Найти мощность нагревателя P, если скорость, с которой начинает двигаться поршень при включении нагревателя, равна υ = 1 см/с. Весу какой массы соответствует при этом сила, двигающая поршень? Ответы выразить в СИ, округлить до десятых.

Возможное решение

1. На поршень снаружи действуют собственная сила трения μmg , сила трения щеколды f, и сила атмосферного давления p_0S; изнутри – сила давления нагреваемого газа pS. Если поршень движется с постоянной скоростью, силы уравновешиваются:

$\mu mg + p_0S + f = pS$, откуда давление $p = \dfrac{\mu mg + p_0S + f}{S}$

2. Согласно первому закону термодинамики, количество теплоты, полученное газом от нагревателя, идет на изменение внутренней энергии газа и совершение им работы A: $Q = \Delta U + A$. Приняв процесс изобарным, выразим работу: $A = p\Delta V$. Поскольку для аргона – одноатомного газа

$\Delta U = 1{,}5\nu R\Delta T = 1{,}5\, p\Delta V$, количество теплоты $Q = 2{,}5\, p\Delta V$.

3. Работа нагревателя $A_{нагр} = Pt$. Изменение объема газа при нагревании

$$\Delta V = l\cdot S = S\upsilon\cdot t.$$

4. Из закона сохранения энергии $A_{нагр} = Q$, т.е. $Pt = 2{,}5\, p\Delta V = 2{,}5\, pS\upsilon$;

$P = \dfrac{5(\mu mg + p_0S + f)}{2S}S\upsilon$, откуда $2P = 5\upsilon\,(\mu mg + p_0S)$, и

$P = 2{,}5\cdot\upsilon(p_0S + \mu mg + f) = 2{,}5\cdot10^{-2}\,(10^5\cdot2\cdot10^{-4}+0{,}5\cdot0{,}25\cdot10+2) \approx 0{,}6$ Вт

Поскольку мощность есть произведение силы на мгновенную скорость, $P = F\cdot\upsilon$, получаем, что $F = P/\upsilon = 0{,}6/0{,}01 = 60$ Н, что соответствует весу груза массы $M = 6$ кг. **(ответ)**

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 3 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 3 балла

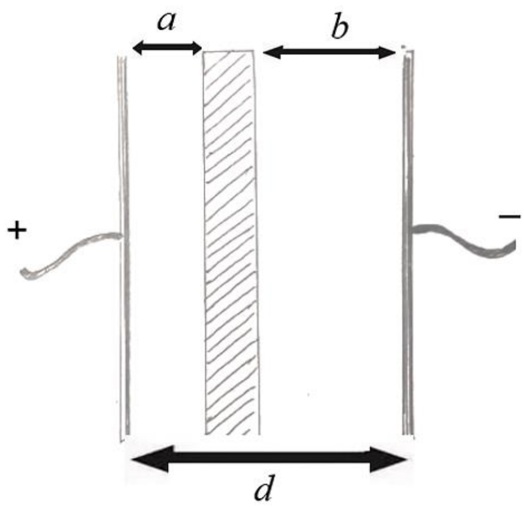
Задача № 4. ***Модификация конденсатора***

В пространство между обкладками плоского воздушного конденсатора параллельно им помещают металлическую пластину, толщина которой в $n = 6$ раз меньше расстояния между обкладками. Площадь пластины равна площади обкладок. Расстояния между пластиной и обкладками неизвестны.

Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения. Как и во сколько раз изменится энергия электрического поля конденсатора?

Возможное решение

1. Рассмотренная в условии «модификация» конденсатора (обозначим его исходную емкость C_1) сводится к системе двух последовательно соединенных конденсаторов, площадь обкладок которых такая же, как у исходного конденсатора. Расстояния между пластиной и обкладками обозначим a и b . Очевидно, $a + b = d - d/n$, где d – расстояние между обкладками исходного конденсатора (см. рис.)



При последовательном соединении конденсаторов для нахождения общей емкости C_2 складываются величины, обратные их емкостям: $\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b}$;

2. Поскольку емкости C_a и C_b равны соответственно $\varepsilon_0 S/a$ и $\varepsilon_0 S/b$, можно записать приведенное выше уравнение в виде

$$\frac{1}{C_2} = \frac{a}{\varepsilon_0 S} + \frac{b}{\varepsilon_0 S} = \frac{a+b}{\varepsilon_0 S} = \frac{d - d/n}{\varepsilon_0 S} = \frac{d}{\varepsilon_0 S} \cdot \frac{n-1}{n} = \frac{1}{C_1} \cdot \frac{n-1}{n},$$

откуда получаем, что $C_2 = C_1 \cdot \frac{n}{n-1} = C_1 \cdot \frac{6}{6-1} = 1{,}2 \;\; C_1$

3. Поскольку конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения, $U_1 = U_2$. Для сравнения энергий следует воспользоваться формулой

$W = \dfrac{CU^2}{2}$. Очевидно, отношение энергий будет равно отношению емкостей,

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{C_2}{C_1} = 1{,}2$$

т.е. , энергия электрического поля конденсатора увеличится в 1,2 раза **(ответ)**

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

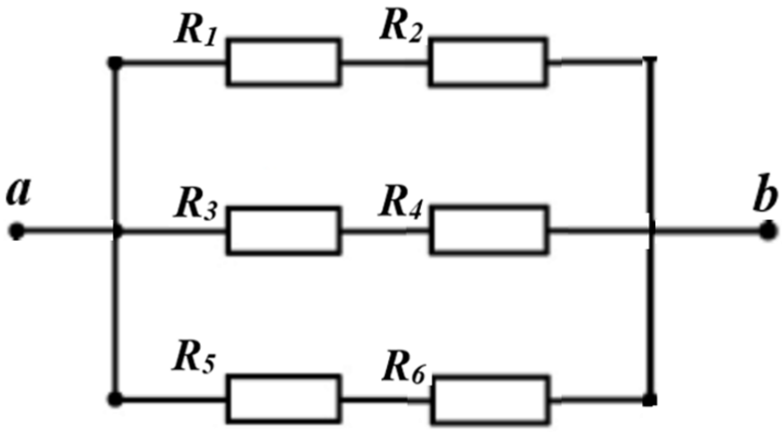
За 2-й пункт – 4 балла

За 3-й пункт – 2 балла

Если рассмотрен частный случай (например, в решении участника вводимая пластина соприкасается с одной из обкладок конденсатора, или располагается в центре зазора между обкладками), снимается 2 балла, поскольку автор вводит дополнительное условие, которое является лишним для решения задачи.

Задача № 5. ***Самый холодный резистор***

На каком из резисторов (см. рис) выделяется минимальная тепловая мощность? R_1 = 1 Ом, R_2 = 2 Ом, R_3 = 3 Ом, R_4 = 4 Ом, R_5 = 5 Ом, R_6 = 6 Ом. Найти эту минимальную мощность $P_{\min}$, если ко всей цепи приложено напряжение U_{ab} = 100 В.



Возможное решение

1. Вычислим сопротивление каждой ветви смешанного соединения и токи в ветвях: $R_{12} = R_1 + R_2$; $I_{12} = U_{ab}/R_{12}$;

$R_{34} = R_3 + R_4$; $I_{34} = U_{ab}/R_{34}$;

$R_{56} = R_5 + R_6$; $I_{56} = U_{ab}/R_{56}$;

2. Согласно закону Джоуля-Ленца, мощность, выделяемая на каждом из резисторов,

$$P_1 = I_{12}^2R_1 = R_1U_{ab}^2/R_{12}^2 \text{ ; } P_2 = I_{12}^2R_2 = R_2U_{ab}^2/R_{12}^2 \text{ ;}$$

$$P_3 = I_{34}^2R_3 = R_3U_{ab}^2/R_{34}^2 \text{ ; } P_4 = I_{34}^2R_4 = R_4U_{ab}^2/R_{34}^2 \text{ ;}$$

$$P_5 = I_{56}^2R_5 = R_5U_{ab}^2/R_{56}^2 \text{ ; } P_6 = I_{56}^2R_6 = R_6U_{ab}^2/R_{56}^2 \text{ ;}$$

3. Очевидно, что в каждой ветви цепи минимальная мощность выделяется на меньшем из резисторов, т.е., сверху вниз это – резисторы R_1, R_3 и R_5. Сравним мощности, выделяемые на них:

$$P_5 - P_1 = U_{ab}^2\left(\frac{R_5}{R_{56}^2} - \frac{R_1}{R_{12}^2}\right) = 10^4\left(\frac{5}{121} - \frac{1}{9}\right) < 0$$

$$P_5 - P_3 = U_{ab}^2\left(\frac{R_5}{R_{56}^2} - \frac{R_3}{R_{34}^2}\right) = 10^4\left(\frac{5}{121} - \frac{3}{49}\right) < 0$$

Таким образом, минимальная мощность выделяется на резисторе R_5.

4. Вычислим эту мощность:

$$P_{\min} = P_5 = \frac{U_{ab}^2R_5}{(R_5 + R_6)^2} = 413 \text{ Вт} \quad \textbf{(ответ)}$$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 3 балла

За 4-й пункт – 2 балла