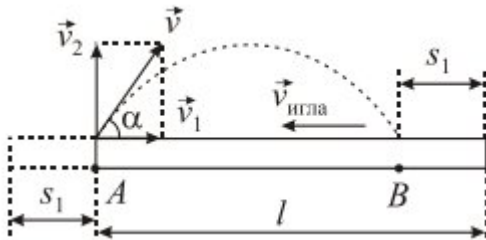


Задача 1. Блоха

На абсолютно гладком столе лежит игла массы M и длины L . На левом краю иглы A сидит блоха массы m и совершает прыжок с начальной скоростью v относительно стола. Определите, под каким углом относительно поверхности стола прыгнула блоха, если она приземлилась точно на правый конец иглы B . Ускорение свободного падения g .

Решение

Сделаем рисунок:



Определяем скорость иглы из закона сохранения импульса:

$$mv \cdot \cos(\alpha) = Mv_{\text{иглы}},$$

откуда

$$v_{\text{иглы}} = \frac{m}{M}v \cdot \cos(\alpha)$$

За время t игла сдвинется влево на расстояние $s_1 = v_{\text{иглы}} \cdot t$. За это же время блоха переместится вправо на расстояние AB :

$$AB = L - s_1 = L - v_{\text{иглы}} \cdot t.$$

Рассмотрим движение блохи как движение тела, брошенного под углом к горизонту.

Нетрудно заметить, что в верхней точке траектории движения блохи ($t_1 = \frac{t}{2}$) вертикальная проекция скорости $v_2 = 0$, а так как $v_2 = v_{20} - gt_1$, где v_{20} – проекция скорости в начале движения, получаем, что в верхней точке $v_{20} = gt_1$. Отсюда:

$$t_1 = \frac{v \cdot \sin(\alpha)}{g}, t = 2 \frac{v \cdot \sin(\alpha)}{g}, AB = v_1 t = 2 \frac{v \cdot \sin \alpha \cdot v \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{v^2 \sin(2\alpha)}{g}.$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 10 класс

С другой стороны

$$AB = L - v_{\text{иглы}} \cdot t = L - \frac{m}{M}v \cdot \cos(\alpha) \cdot 2 \frac{v \sin(\alpha)}{g} = L - \frac{m}{M} \cdot \frac{v^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

Приравнявая полученные разными соображениями перемещения, получаем:

$$\frac{v^2 \sin(2\alpha)}{g} = L - \frac{m}{M} \cdot \frac{v^2 \sin(2\alpha)}{g},$$

отсюда

$$\sin(2\alpha) = \frac{gL}{v^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right)}, \alpha = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{gL}{v^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \right).$$

Критерии оценивания Задачи 1 (Блоха)

№	Критерий	Значение	Баллы
1	Верно записано выражение для соотношения скоростей иглы и блохи.	$v_{\text{иглы}} = \frac{m}{M}v \cdot \cos(\alpha).$	1
2	Получено выражение для времени движения блохи.	$t = 2 \frac{v \cdot \sin(\alpha)}{g}.$	2
3	Получены два выражения для перемещения блохи.	$AB = \frac{v^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$ и $AB = L - \frac{m}{M} \cdot \frac{v^2 \sin(2\alpha)}{g}.$	3
4	Получено выражение для искомого угла.	$\alpha = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{gL}{v^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \right).$	4

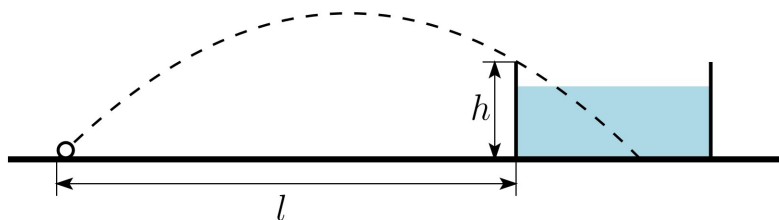
Задача 2. Шарик

Великан Фёдор решил проверить свою меткость в поле тяжести g и попасть шаром в бочку с жидкостью. Бочка высотой h находилась на расстоянии l от точки броска. Взяв шар массой m , удельной теплоёмкостью c и температурой t , он бросил его от поверхности земли под углом 45° . Шар, пройдя вплотную к ближайшему краю бочки, упал в неё, не расплескав жидкость. При этом жидкость изначально имела температуру t , удельную теплоёмкость $10c$ и массу $6m$. Найдите:

а) модуль начальной скорости шарика v_0 ;

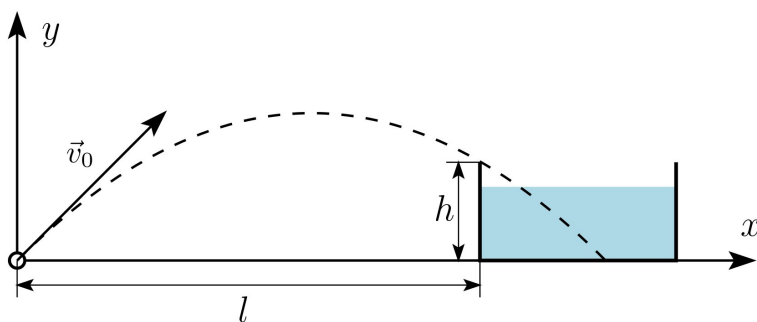
б) конечную температуру t_k жидкости и шара после того, как между ними установилось тепловое равновесие.

Тепловым обменом с бочкой и сопротивлением воздуха можно пренебречь. Считайте, что шар полностью погружён в жидкость и его плотность намного превышает плотность жидкости.



Решение:

Начертим рисунок:



а) Найдём модуль начальной скорости шарика (v_0):

1) Найдём систему уравнений, выражающих h и l через начальную скорость шара v_0 и время полёта t до края бочки:

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
 Свердловская область, Муниципальный этап, 10 класс

$$\begin{aligned} h &= v_0 \sin(45^\circ) t - \frac{gt^2}{2}, \\ l &= v_0 \cos(45^\circ) t. \end{aligned} \quad (1)$$

Из второго уравнения системы (1) выразим время полёта до края бочки:

$$t = \frac{l}{v_0 \cos(45^\circ)}$$

Подставляя это выражение в первое уравнение системы (1) и учитывая, что $\operatorname{tg}(45^\circ) = 1$, можно выразить модуль скорости:

$$v_0 = \sqrt{\frac{gl^2}{l-h}} \quad (2)$$

б) Найдём конечную температуру (t_k):

- 1) В систему шар-жидкость поступила энергия, равная начальной энергии шара:

$$\Delta E_{\text{мех}} = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mgl^2}{2(l-h)} \quad (3)$$

- 2) Составляем уравнение теплового баланса (закон сохранения энергии):

$$Q_{\text{тела}} + Q_{\text{жидкости}} = \Delta E_{\text{мех}}$$

Используем (4):

$$mc(t_k - t) + 6m10c(t_k - t) = \frac{mgl^2}{2(l-h)},$$

$$61mct_k - 61mct = \frac{mgl^2}{2(l-h)},$$

$$t_k = t + \frac{gl^2}{122c(l-h)}. \quad (5)$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
 Свердловская область, Муниципальный этап, 10 класс

Критерии оценивания Задачи 2 (Шарик)

№	Критерий	Значение	Баллы
1	Найдена система уравнений для h и l .	$h = v_0 \sin(45)t - \frac{gt^2}{2}$ $l = v_0 \cos(45)t$ или другая эквивалентная.	2
2	Найден модуль начальной скорости.	$v_0 = \sqrt{\frac{gl^2}{l-h}}$	2
3	Найдена начальная энергия шара.	$\Delta E_{\text{мех}} = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mgl^2}{2(l-h)}$	2
4	Использован закон сохранения энергии.	$Q_{\text{тела}} + Q_{\text{жидкости}} = \Delta E_{\text{мех}}$	2
5	Определена конечная температура.	$t_k = t + \frac{gl^2}{122c(l-h)}$	2

Задача 3. Полет на комете

На бороздящей космос круглой комете очутился неисправный космический корабль. Когда ему потребовалось взлететь, он на короткое время включил двигатель вертикального взлёта и приобрел скорость v_y , направленную по вертикали вверх от поверхности. Однако в этот же самый момент подул космический ветер, и корабль также приобрел скорость v_x по горизонтали. Затем, каждый раз, когда он оказывался вблизи поверхности кометы, он включал двигатели так, что вертикальная составляющая скорости корабля оказывалась равной $2v_y$, $3v_y$, $4v_y$ и так далее. После n -го такого взлета корабль вернулся в ту же точку, откуда он впервые взлетел. При этом за все время полета пройденные им по горизонтали и по вертикали расстояния оказались равными. Определите количество взлетов n и радиус кометы R , если ускорение свободного падения на ней равно g . Какими будут n и R , если $v_x \gg v_y$?

Двигатель корабля включался только в момент приближения к поверхности, изменение вертикальной составляющей скорости корабля считайте мгновенным. Комета не вращается вокруг своей оси. Сумма квадратов натуральных чисел от 1 до n определяется выражением: $n(n+1)(2n+1)/6$.

Решение

Исходя из условия, скорости по вертикали в каждый момент взлета корабля равны v_y , $2v_y$, $3v_y$ и так далее. Время полёта после i -го взлёта до следующего равно $t_i = 2 \frac{v_{yi}}{g} = 2 \frac{v_y \cdot i}{g}$. Отсюда мы можем найти полное время полета корабля

$$t = 2 \frac{v_y}{g} (1 + 2 + \dots + n) = \frac{v_y}{g} n(n+1). \quad (1)$$

Расстояние, пройденное по вертикали после i -го взлёта до следующего, равно $S_{yi} = 2 \cdot \frac{v_{yi}^2}{2g} = 2 \cdot \frac{(v_y \cdot i)^2}{2g}$, а полное расстояние, пройденное по вертикали, составляет

$$S_y = 2 \cdot \frac{v_y^2}{2g} \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + n^2) = \frac{v_y^2}{g} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}. \quad (2)$$

Так как по горизонтали скорость аппарата всегда оставалась постоянной, расстояние по горизонтали определяется с учетом (1) по формуле:

$$S_x = v_x t = \frac{v_y}{g} n(n+1) v_x. \quad (3)$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
 Свердловская область, Муниципальный этап, 10 класс

По условию, корабль пролетел одинаковое расстояние по вертикали и горизонтали: $S_x = S_y$, откуда можно найти число взлетов

$$n = \frac{6v_x - v_y}{2v_y}. \quad (4)$$

Понятно, что если v_x много больше v_y , то оно примет вид

$$n = 3 \frac{v_x}{v_y}. \quad (5)$$

По условию, аппарат после n -го взлета вернулся в начальную точку. Учтем, что он мог вернуться в нее не через одно огибание кометы, а через несколько, так что соотношение между периметром кометы и пройденным по горизонтали расстоянием должно иметь вид

$$2\pi RN = S_x, \quad (6)$$

где $N = 1, 2, 3, \dots$

Отсюда, подставляя время (1) и количество взлётов (4), получаем выражение для радиуса кометы

$$R = \frac{v_x(36v_x^2 - v_y^2)}{8\pi g v_y N}. \quad (7)$$

Если v_x много больше v_y , то можно пренебречь слагаемым v_y^2 в скобках. Тогда радиус кометы будет определяться выражением

$$R = \frac{9v_x^3}{2\pi g v_y N}. \quad (8)$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
 Свердловская область, Муниципальный этап, 10 класс

Критерии оценивания Задачи 3 (Полет на комете)

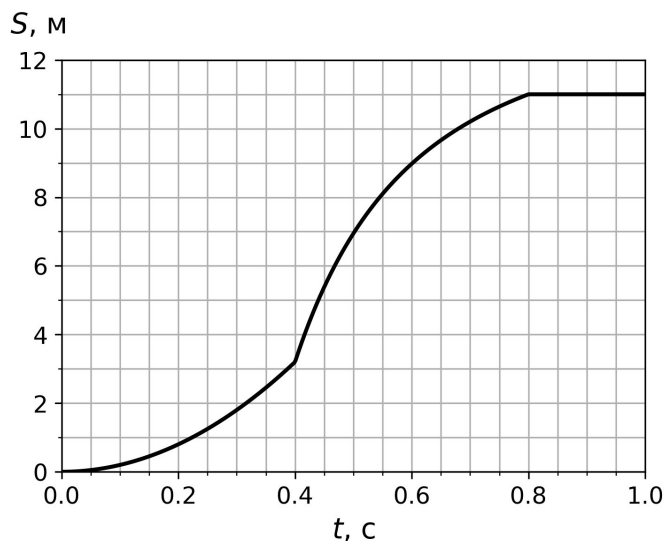
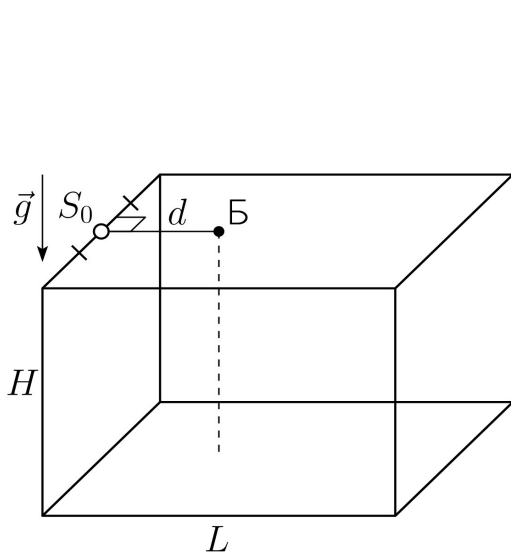
№	Критерий	Значение	Балл
1	Определено полное время полета аппарата.	$t = \frac{v_y}{g}n(n+1).$	1
2	Определено пройденное расстояние по вертикали.	$S_y = \frac{v_y^2}{g} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$	1,5
3	Определено пройденное расстояние по горизонтали.	$S_x = \frac{v_y}{g}n(n+1)v_x.$	1,5
4	Определено количество взлетов аппарата.	$n = \frac{6v_x - v_y}{2v_y}.$	2
5	Определено количество взлетов аппарата в случае $v_x \gg v_y$.	$n = 3 \frac{v_x}{v_y}.$	1
6	Определен радиус кометы; • если в формуле отсутствует N , то 1 балл	$R = \frac{v_x(36v_x^2 - v_y^2)}{8\pi g v_y N}.$	2 или 1
7	Определен радиус кометы в случае $v_x \gg v_y$; • если в формуле отсутствует N , то 0,5 балла	$R = \frac{9v_x^3}{2\pi g v_y N}, N = 1, 2, \dots$	1 или 0,5

Задача 4. Путь тени

В комнате высотой H и длиной L посередине ребра между потолком и стеной находится точечный источник света S_0 , как показано на рисунке. Из точки, находящейся на перпендикуляре к ребру на расстоянии d от источника, без начальной скорости начинает падать болт Б. На рисунке также приведён график пути, пройденного тенью болта от источника S_0 по стене и полу, в зависимости от времени t от начала падения болта.

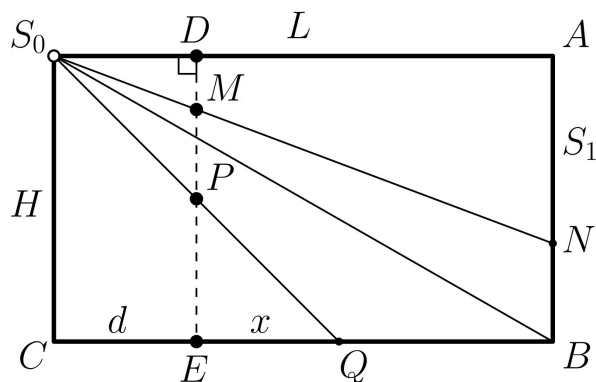
1. Выведите формулы для зависимости пройденного тенью пути от времени в случае, когда тень движется по стене ($S_1(t)$), и в случае, когда тень движется по полу ($S_2(t)$).
2. Найдите высоту H и длину L комнаты, расстояние d от источника света до исходного положения болта.

Ускорение свободного падения взять равным $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, размеры болта много меньше характерных размеров комнаты.



Решение

Проанализируем движение тени. На рисунке показано поперечное сечение комнаты. Пока болт не удался далеко от своего начального положения (болт находится в точке M), тень болта движется по стене AB (см. рисунок, на котором показано поперечное сечение комнаты). Путь болта S_1 в этом случае будет равен отрезку AN . Из подобия треугольников S_0DM и S_0AN получаем



$$\frac{AN}{DM} = \frac{S_0A}{S_0D} = \frac{L}{d'}$$

$$S_1(t) = AN = DM \frac{L}{d} = \frac{gt^2 L}{2 d}. \quad (1)$$

После того как болт пересечёт диагональ комнаты S_0B , тень болта будет двигаться по полу (болт находится в точке P , тень — в точке Q). Обозначим расстояние от тени до точки падения болта как x . Тогда из подобных треугольников S_0CQ и PEQ получим

$$\frac{S_0C}{PE} = \frac{CQ}{EQ} \Rightarrow \frac{H}{H - \frac{gt^2}{2}} = \frac{d + x}{x} \Rightarrow x = d \left(\frac{2H}{gt^2} - 1 \right).$$

Путь тени в этом случае (с учётом пути H , пройденного по стене AB) равен

$$S_2(t) = H + QB = H + L - (d + x) = H + L - \frac{2Hd}{gt^2}. \quad (2)$$

Момент t_0 перехода тени со стены на пол соответствует прохождению тени пути, равного высоте комнаты, откуда можно найти t_0 :

$$H = \frac{gt_0^2 L}{2 d} \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2Hd}{gL}}.$$

После падения болта на пол в момент времени $t_k = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ положения тени и болта совпадают, пройденный тенью путь перестаёт меняться и будет равен $S_3 = AB + BE = H + L - d$.

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 10 класс

Теперь найдём величины H, L, d . Начиная с момента $t_k = 0,8$ с пройденный тенью путь перестал меняться, этот момент соответствует падению болта на пол. Тогда

$$H = \frac{gt_k^2}{2} = 3,2 \text{ м.}$$

По графику максимальный пройденный путь тени составляет 11 м. При этом тень прошла по ломаной ABE . Это означает

$$H + L - d = 11 \text{ м, } \Rightarrow L - d = 7,8 \text{ м.}$$

Согласно формулам (1) и (2), график меняет свою форму (на графике появляется точка излома) в момент времени $t_0 = \sqrt{\frac{2Hd}{gL}} = \sqrt{\frac{d}{L}} t_k$. По графику $t_0 = 0,4$ с. Тогда

$$\frac{d}{L} = \left(\frac{t_0}{t_k}\right)^2 = \left(\frac{0,4}{0,8}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

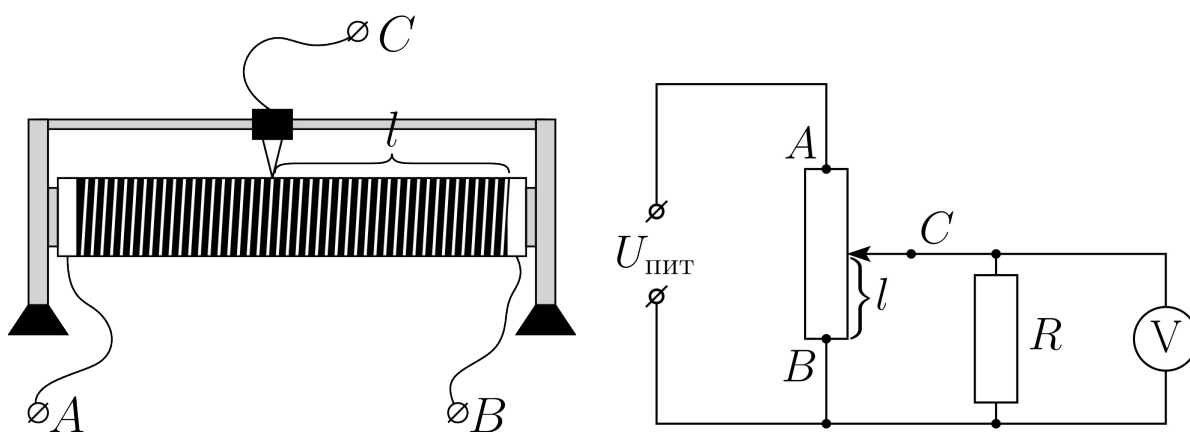
$$L = 4d, \quad L - d = 4d - d = 3d = 7,8 \text{ м} \Rightarrow d = 2,6 \text{ м, } L = 10,4 \text{ м.}$$

Критерии оценивания Задачи 4 (Путь тени)

№	Критерий	Значение	Балл
1	Найдена формула для пути тени на стене.	$S_1(t) = \frac{qt^2 L}{2 d}$.	1
2	Найдена формула для пути тени на полу.	$S_2(t) = H + L - \frac{2Hd}{gt^2}$.	2
3	Идея о том, что на графике появляется точка излома, когда болт пересекает диагональ прямоугольника, или в момент времени $t_0 = \sqrt{\frac{2Hd}{gL}}$.		1
4	Найдена высота комнаты H .	$H = 3,2 \text{ м.}$	2
5	Найдена длина комнаты L .	$L = 10,4 \text{ м.}$	2
6	Найдено расстояние d от источника света до исходного положения болта.	$d = 2,6 \text{ м.}$	2

Задача 5. Потенциометр-2

Школьник Саша нашёл в школьной лаборатории вольтметр, резистор с известным сопротивлением $R = 50 \text{ Ом}$, источник питания с неизвестным напряжением $U_{\text{пит}}$ и потенциометр — прибор, очень похожий на реостат, но имеющий три вывода вместо двух. Перемещая ползунок потенциометра, можно менять сопротивления участков от точки А до С и от точки С до В, при этом общее сопротивление потенциометра R_0 остаётся неизменным. Саша собрал схему, показанную на рисунке, и измерил зависимость показаний вольтметра от расстояния l от точки В до ползунка, которая приведена в таблице. Известно, что при смещении ползунка на $\Delta l = 1 \text{ см}$, сопротивление части потенциометра от ползунка до точки В изменяется на $k = 3 \frac{\text{Ом}}{\text{см}}$.



$l, \text{ см}$	5	10	20	30	40	45
$U, \text{ В}$	0,47	0,81	1,4	2,09	3,24	4,25

1. Выразите напряжение U , измеряемое вольтметром, через R_0 , R , k , l и $U_{\text{пит}}$.
2. Перепишите полученную формулу в виде $y = R_0 - U_{\text{пит}} \cdot x$ и определите выражения для x и y .
3. Постройте график зависимости $y(x)$ на имеющемся листке с сеткой и графически определите значения полного сопротивления потенциометра R_0 и напряжения источника питания $U_{\text{пит}}$.

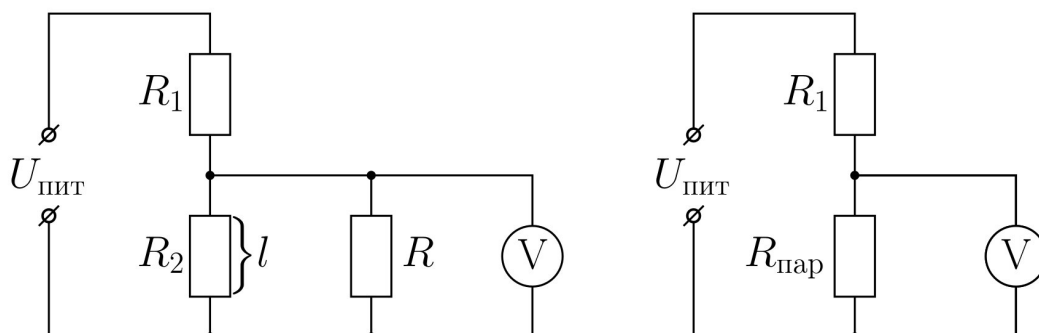
Источник питания и вольтметр считайте идеальными.

Решение

Потенциометр с максимальным сопротивлением R_0 можно представить как два резистора R_1 и R_2 , соединённых, как показано на рисунке, причём суммарное сопротивление резисторов $R_1 + R_2 = R_0$, а по условию $R_2 = kl$. Сопротивление

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 10 класс

параллельно соединённых резисторов R и R_2 можно обозначить $R_{\text{пар}} = \frac{R_2 R}{R_2 + R}$, тогда их можно заменить эквивалентным резистором $R_{\text{пар}}$.



Пользуясь законами последовательного и параллельного соединений, ток в цепи можно найти по следующей формуле:

$$I = \frac{U_{\text{пит}}}{R_1 + R_{\text{пар}}}.$$

Тогда показания вольтметра будут равны падению напряжения на $R_{\text{пар}}$, которое можно найти как

$$U = IR_{\text{пар}} = \frac{U_{\text{пит}} R_{\text{пар}}}{R_1 + R_{\text{пар}}} = \frac{U_{\text{пит}} R_{\text{пар}}}{R_0 - R_2 + R_{\text{пар}}}. \quad (1)$$

Подставив в эту формулу $R_{\text{пар}} = \frac{R_2 R}{R_2 + R}$ и $R_2 = kl$, получим ответ на первый вопрос задачи:

$$U = \frac{U_{\text{пит}} R_2 R}{\left(R_0 - R_2 + \frac{R_2 R}{R_2 + R}\right) (R_2 + R)} = \frac{U_{\text{пит}} R_2 R}{R_0 R_2 + R_0 R - R_2^2},$$

$$U = \frac{U_{\text{пит}} Rkl}{R_0 (kl + R) - (kl)^2}. \quad (2)$$

Немного преобразуем формулу (2):

$$UR_0 (kl + R) - U (kl)^2 = U_{\text{пит}} Rkl,$$

$$UR_0 (kl + R) - U_{\text{пит}} Rkl = U (kl)^2.$$

Поскольку по условию задачи необходимо получить функцию $y(x) = R_0 - U_{\text{пит}} \cdot x$, разделим обе части уравнения на $U (kl + R)$, чтобы при R_0 был множитель 1:

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
 Свердловская область, Муниципальный этап, 10 класс

$$R_0 - U_{\text{пит}} \cdot \frac{Rkl}{U(kl + R)} = \frac{(kl)^2}{kl + R}. \quad (3)$$

Мы получили линейную функцию

$$y = R_0 - U_{\text{пит}} \cdot x, \quad \text{где } x = \frac{Rkl}{U(kl + R)}, \quad y = \frac{(kl)^2}{kl + R},$$

графиком которой является прямая линия. Теперь напряжение питания $U_{\text{пит}}$ можно выразить через коэффициент наклона графика $y(x)$, а максимальное сопротивление реостата R_0 — через точку пересечения графика с осью Oy . Рассчитаем значения x и y и внесём их в таблицу.

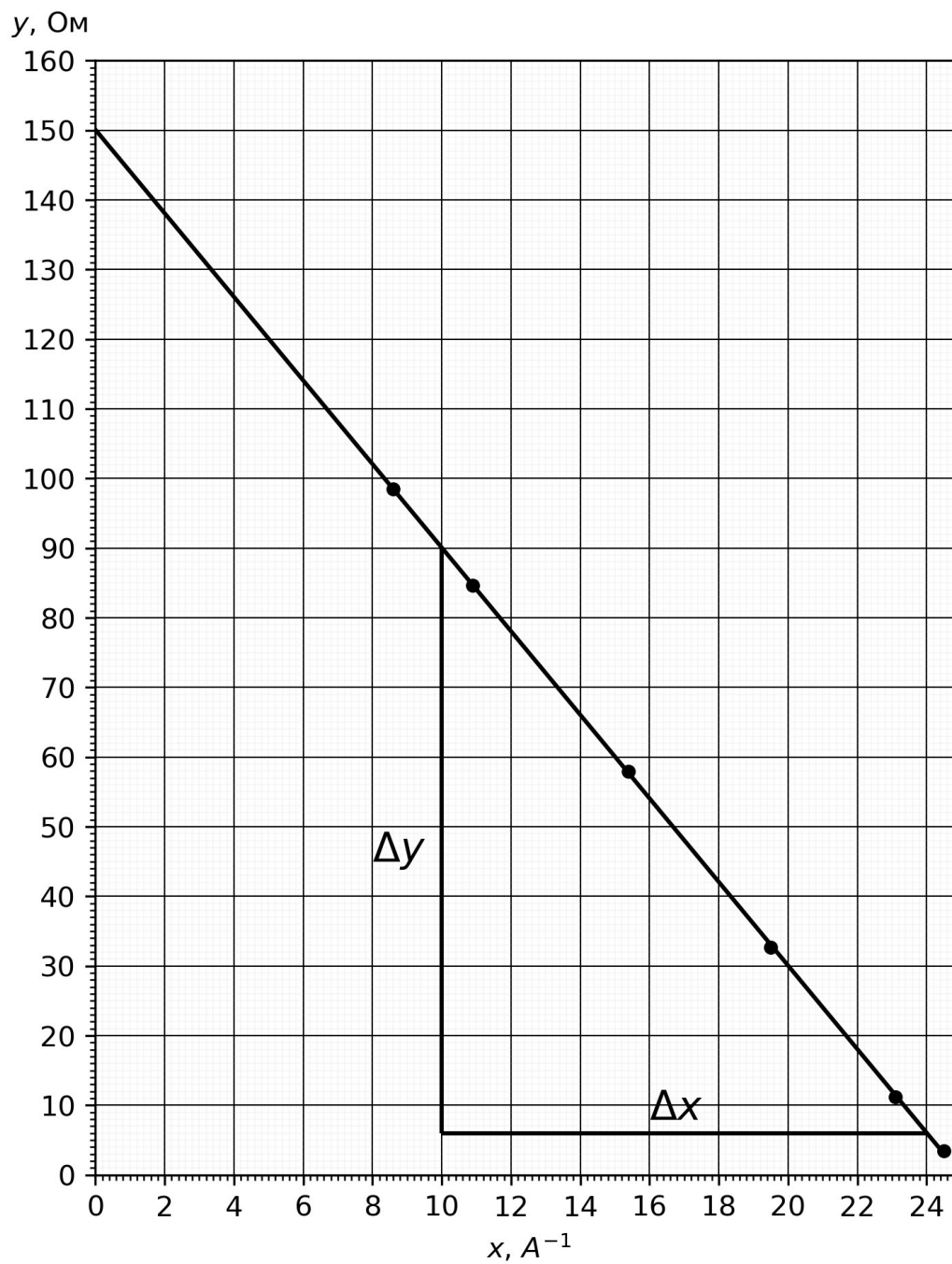
l , см	5	10	20	30	40	45
x , A^{-1}	24,5	23,1	19,5	15,4	10,9	8,6
y , Ом	3,5	11,2	32,7	57,9	84,7	98,5

Теперь построим график $y(x)$ (см. следующую страницу). Получим значения R_0 и $U_{\text{пит}}$:

$$R_0 = 150 \text{ Ом},$$

$$U_{\text{пит}} = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{90 - 6}{24 - 10} = 6 \text{ В}.$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 10 класс



Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 10 класс

Критерии оценивания Задачи 5 (Потенциометр-2)

№	Критерий	Значение	Балл
1	Выведена формула зависимости показаний вольтметра от R_0, R, k, l и $U_{\text{пит}}$.	$U = \frac{U_{\text{пит}} R k l}{R_0 (k l + R) - (k l)^2}$ или другая эквивалентная.	3
2	Определены формулы для величин x, y в линейной зависимости $y = R_0 - U_{\text{пит}} \cdot x$.	$x = \frac{R k l}{U (k l + R)}, \quad y = \frac{(k l)^2}{k l + R}$	3
3	Построен график функции $y(x)$, что включает в себя:		2 из них:
	подписаны оси,		0,5
	поставлены точки,		0,5
	выбран подходящий масштаб, чтобы график занимал не менее 80% места,		0,5
	проведена прямая.		0,5
4	Определена величина R_0 с точностью не хуже ± 10 Ом.	$R_0 = 150$ Ом.	1
5	Определена величина $U_{\text{пит}}$ с точностью не хуже $\pm 0,5$ В.	$U_{\text{пит}} = 6$ В.	1