

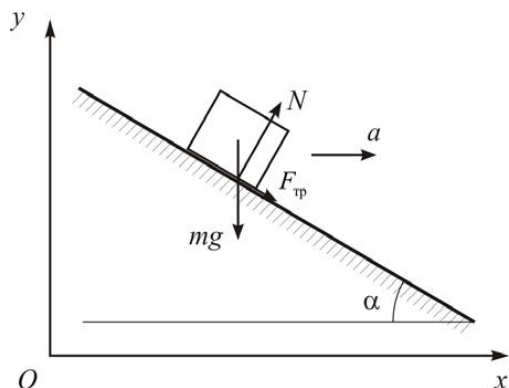
# 11 класс

## Задача 1

Гоночный автомобиль движется по виражу – участку дороги, на котором реализован поворот с наклоном дорожного полотна, причём внешняя сторона полотна находится выше, чем внутренняя. Оказалось, что для некоторого виража радиусом  $R=500$  м и с углом наклона полотна дороги к горизонту  $\alpha=30^\circ$  максимальная скорость, с которой автомобиль может проехать этот поворот, составила  $v_0=360$  км/ч. Определите, чему равнялась бы максимальная скорость в случае, если бы дорожное полотно на повороте было уложено без наклона. Ускорение свободного падения считайте равным  $g=10$  м/с<sup>2</sup>, радиус виража измеряется в горизонтальной плоскости.

### Решение

При движении в повороте на автомобиль действуют три силы: сила тяжести, сила реакции опоры и сила трения. В обоих случаях скорость автомобиля будет максимальна, когда сила трения равна по модулю  $\mu mg$  и направлена внутрь поворота. В первом случае запишем второй закон Ньютона для автомобиля в проекции на горизонтальную ось  $Ox$  и вертикальную ось  $Oy$  (см. рисунок):



$$N \sin \alpha + \mu N \cos \alpha = ma = \frac{mv_0^2}{R}$$

$$N \cos \alpha - \mu N \sin \alpha - mg = 0.$$

Из записанных уравнений найдём:

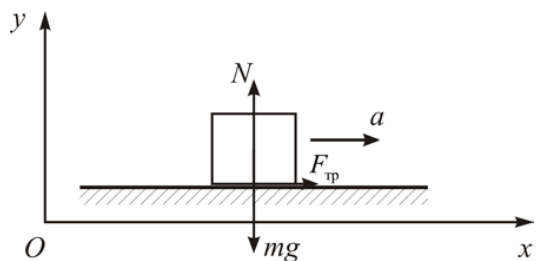
$$N = \frac{mg}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha},$$

$$mg \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} = \frac{mv_0^2}{R}$$

Откуда

$$\mu = \frac{v_0^2 - gR \operatorname{tg} \alpha}{gR + v_0^2 \operatorname{tg} \alpha}.$$

Во втором случае наклона нет. Запишем второй закон Ньютона для автомобиля в проекции на горизонтальную ось  $Ox$  и вертикальную ось  $Oy$  (см. рисунок):



$$\mu mg = mv_1^2/R, \quad N - mg = 0.$$

Из записанных уравнений получим:  $v_1 = \sqrt{\mu gR}$ .

Подставим полученное ранее выражение для коэффициента трения, получим

$$v_1 = \sqrt{\mu gR} = \sqrt{\frac{v_0^2 - gR \operatorname{tg} \alpha}{gR + v_0^2 \operatorname{tg} \alpha}} gR = 58 \text{ м/с} = 207 \text{ км/ч}$$

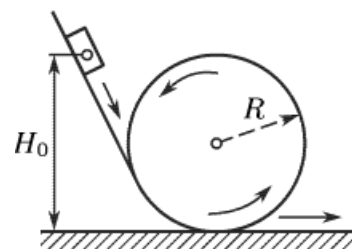
**Ответ:** 207 км/ч.

### Критерии оценивания

Правильно записан второй закон Ньютона для первого случая	4 балла
Найдено значение коэффициента трения	2 балла
Правильно записан второй закон Ньютона для второго случая	2 балла
Получен ответ	2 балла

### Задача 2

Небольшое тело соскальзывает по наклонной поверхности, переходящей в «мертвую петлю», с высоты  $H_0 = 2R$ , где  $R$  – радиус петли (см. рис.). Определить полное ускорение тела в точке, в которой скорость тела направлена вертикально.



#### Решение:

Воспользуемся законом сохранения механической энергии

$$mg2R = mgR + mv^2/2,$$

где  $mgH = mg2R$  – потенциальная энергия тела относительно нулевого уровня (высота отсчитывается от нижней точки петли),  $mgR$  – потенциальная энергия тела в рассматриваемой точке петли,  $v$  – скорость в этой точке петли. Отсюда получаем:  $v^2 = 2gR$ ,  $a_{ц} = v^2/R = 2g$ .

Для рассматриваемой точки петли воспользуемся также вторым законом Ньютона в проекции на вертикальную ось  $Y$ . Получаем  $a_{т} = g$ .

В результате находим полное ускорение:

$$a = \sqrt{(2g)^2 + g^2} = g\sqrt{5} = 22 \text{ м/с}^2.$$

Ответ:  $22 \text{ м/с}^2$

### Критерии оценивания

Получена связь между средними скоростями и максимальной скоростью	4 балла
Найдено отношение времени разгона и времени торможения	3 балла
Найдено искомое отношение ускорений	3 балла

### Задача 3

Кипятильник был подключен к батарее идеальных аккумуляторов с выходным напряжением  $U_0 = 200 \text{ В}$ . Он смог прогреть стакан воды до температуры  $t_1 = 85 \text{ }^\circ\text{С}$  при температуре в комнате  $t_{\text{комн}} = 25 \text{ }^\circ\text{С}$ . Потом второй такой же кипятильник подключили последовательно с первым и опустили их во второй такой же стакан с водой. Какая температура  $t_2$  установится в нем? Количество теплоты, теряемое стаканом в единицу

времени, пропорционально разности температур воды и воздуха. Сопротивление кипятильника не зависит от его температуры.

### Решение

Во втором случае мощность, выделяющаяся в кипятильнике, падает, т.к. в 2 раза уменьшается напряжение на нем (то же самое напряжение  $U_0$  распределяется на два последовательно соединенных кипятильника).

Когда кипятильник уже не сможет нагревать воду дальше, т.е. установится равновесие, будет выполнено условие равенства мощностей кипятильника и теплоотдачи в окружающую среду:

$$P_{\text{выдел. на кипят.}} = P_{\text{отдач. в окр. среду.}}$$

Для первого и второго кипятильников это условие имеет вид:  $U_0^2/R = k(t_1 - t_{\text{комн}})$  и  $(U_0/2)^2/R = k(t_2 - t_{\text{комн}})$ , где  $R$  – сопротивление кипятильника,  $k$  – некоторый коэффициент пропорциональности. Поделив одно уравнение на другое, получим:

$$t_2 - t_{\text{комн}} = (t_1 - t_{\text{комн}})/4.$$

После преобразований найдем:  $t_2 = 0,75 t_{\text{комн}} + 0,25 t_1 = 40^\circ\text{C}$ .

**Ответ:**  $40^\circ\text{C}$ .

### Критерии оценивания

Получено условие равенства мощностей	4 балла
Найдена связь между температурами	4 балла
Получен ответ	2 балла

### Задача 4

Амплитуда колебаний в идеальном колебательном контуре равна  $I_0$ . В тот момент, когда сила тока достигает значения  $I_0/2$ , пластины конденсатора мгновенно сдвигают так, что его емкость удваивается. Найдите новую амплитуду силы тока.



### Решение

Из закона сохранения энергии до сдвига получаем:

$$\frac{LI_0^2}{2} = \frac{L}{2} \left( \frac{I_0}{2} \right)^2 + W_{\text{конд}},$$

Откуда находим:

$$W_{\text{конд}} = \frac{3}{8} LI_0^2.$$

После сдвига получаем:

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{LI_0^2}{8} + \frac{1}{2} \frac{3}{8} LI_0^2.$$

(Энергия изолированного конденсатора в результате сдвига уменьшается в два раза)

Отсюда находим:

$$I = I_0 \sqrt{\frac{5}{8}}$$

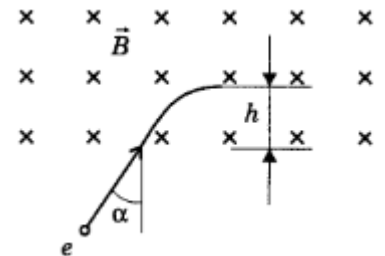
**Ответ:**  $I = I_0 \sqrt{\frac{5}{8}}$ .

### Критерии оценивания

Получен закон сохранения энергии до сдвига	4 балла
Получен закон сохранения энергии после сдвига	4 балла
Найдена искомая сила тока	3 балла

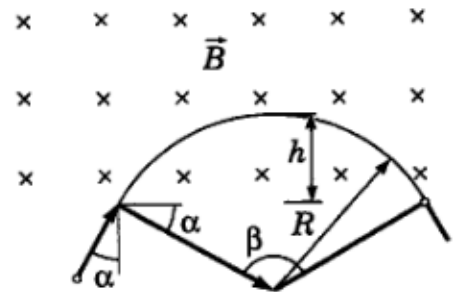
### Задача 5

Электрон со скоростью  $v = 10^6$  м/с влетает в область однородного магнитного поля с индукцией  $B = 10^{-3}$  Тл (см. рис.). Направление вектора скорости перпендикулярно линиям индукции поля. Определите максимальную глубину  $h$  проникновения электрона в область магнитного поля. Отношение заряда электрона к его массе равно  $\gamma = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг, угол падения  $\alpha = 30^\circ$ .



### Решение:

Из условия задачи следует, что частица пройдет в области, где имеется магнитное поле, часть окружности, соответствующую углу  $\beta = 120^\circ$ . Глубина проникновения равна:



$$h = R(1 - \sin \alpha) = \frac{mv}{qB}(1 - \sin \alpha) = \frac{v}{\gamma B}(1 - \sin \alpha) = 28 \text{ мм}$$

**Ответ:** 28 мм.

### Критерии оценивания

Получена связь между глубиной проникновения и радиусом окружности	4 балла
Найдено выражение для радиуса окружности из 2 закона Ньютона	2 балла
Получен ответ	3 балла

## Общие критерии оценивания решения, приведенного участником Олимпиады

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8-9	Верное решение. Имеются <b>небольшие недочеты</b> , в целом не влияющие на результат, либо присутствуют <b>ошибки в вычислениях</b> , вследствие которых получен неверный численный ответ.
5-7	Решение в целом верное, однако, содержит <b>существенные ошибки</b> (не только математические, но и <b>физические</b> ). Есть <b>понимание физики явления</b> , но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение.
3-4	<b>Есть решение</b> , содержащее <b>верные формулы</b> , относящиеся к сути задачи, но не доведенное до конца, либо решение доведено до конца, но вследствие <b>грубых физических ошибок</b> получен неверный результат.
1-2	<b>Есть отдельные уравнения</b> , относящиеся к решению задачи, при отсутствии решения, либо <b>угадан правильный ответ</b> .
0	Решение совершенно неверное, или отсутствует.