

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по физике.  
2023-24 учебный год. 11 класс. Максимальный балл – 50.**

**Задача №1**

Любопытный Глеб сломал подшипник, достал из него металлические шарики плотностью  $\rho_{\text{ш}} = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$  и решил поиграться с ними. Определив, что радиус одного шарика  $R = 4$  мм, он нашел в шкафу подходящий по диаметру (внутренний диаметр трубки чуть больше диаметра шарика) обрезок прозрачной трубки длиной  $L = 15$  см. Налил в трубку воду, кинул внутрь шарик и заклеил торцы с двух сторон так, что внутри трубки нет воздуха.

Полученную трубку Глеб подвесил на нити в горизонтальном положении, при этом шарик находился вплотную к одному из концов трубки, а система была в равновесии. Затем Глеб слегка наклонил трубку и шарик медленно перекатился от одного ее конца к другому. Для сохранения равновесия трубки пришлось переместить точку подвеса нити на  $l = 7$  мм.

Определите массу собранной Глебом конструкции (трубка + вода + шарик).

Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

*Автор: Фролов Роман Сергеевич*

**Возможное решение**

Задача сводится к вычислению центра тяжести системы. Его можно искать через правило моментов, а можно — через формулу центра масс системы тел.

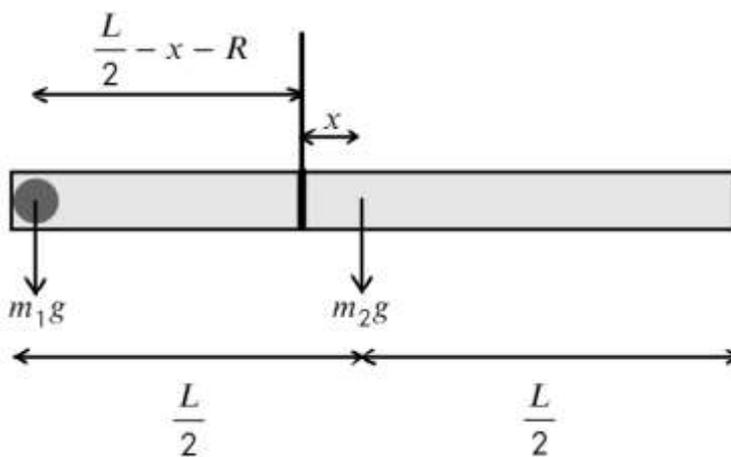
В любом случае, надо заметить, что:

1) вместе с шариком перемещается также и вода, которая занимает его место;

2) если шарик будет находиться справа, то нить будет

находиться на том же расстоянии  $x$  от середины трубки, но справа. Т.е. нить нужно сдвинуть на  $2x$ , по условию равное  $l$ , то есть  $x = l/2$ ;

3) шарик имеет размеры, поэтому центр масс шарика находится не на конце трубки.



**Вариант решения №1**

Для учёта пункта 1) возьмём три тела: шарик, трубку, целиком заполненную водой (а значит однородную с известным центром тяжести!), и шарик «антиводы» — размером со стальной, находящийся на его же месте, но с плотностью равной минус плотности воды. Если объединить трубку с таким шариком, то в трубке возникнет полость. Обозначим массу трубки без шарика за  $M$ . Массу шарика легко определить, зная объём шарика:  $m_{\text{ш}} = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$ . Масса «антиводы»:  $m_{\text{ов}} = -\rho_{\text{в}} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$ , тогда масса трубки, целиком заполненной водой, будет  $M - m_{\text{ов}}$ .

Запишем правило моментов относительно точки подвеса, где  $L_1$  – расстояние от точки подвеса до центра масс шарика.

$$m_{\text{в}} g L_1 + m_{\text{ов}} g L_1 = (M - m_{\text{ов}}) g x$$

Учитывая, что  $x = \frac{l}{2}$  и выразив  $L_1 = \frac{L}{2} - \frac{l}{2} - R$ . Подставляем в выражение и вычисляем значение  $M$ .

### Вариант решения №2.

Разобьем всю конструкцию на 3 части: трубка заполненная водой, но с двумя сферическими пустотами радиусами  $R$  возле ее концов, стальной шарик, водяной шарик радиуса  $R$ . Масса водяного шарика  $m_B = \rho_B \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$ , стального -  $m_{ш} = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$ . При нашем разбиении перемещение стального шарика в противоположный конец трубки эквивалентно перестановке водяного и стального шариков.

Введём ось  $x$  от левого конца трубки, тогда центр стального шарика имеет координату  $R$ , водяного —  $L - R$ , подвес находится в точке  $\frac{L-l}{2}$ , когда стальной шарик слева и  $\frac{L+l}{2}$ , когда справа, центр масс трубки с водой — в точке  $\frac{L}{2}$ . Центр масс системы найдется по формуле:

$X = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_n x_n}{m_1 + \dots + m_n}$ . Используем эту формулу в двух случаях:

$$\frac{L-l}{2} = \frac{m_{ш}R + m_B(L-R) + (M - m_B)L/2}{m_{ш} + M} \text{ – стальной шарик слева;}$$

$$\frac{L+l}{2} = \frac{m_{ш}(L-R) + m_B R + (M - m_B)L/2}{m_{ш} + M} \text{ – стальной шарик справа.}$$

Вычтя из одного уравнения другое и преобразовав получим ответ

$$M + m_{ш} = \frac{4}{3} \pi R^3 * \left[ \frac{(\rho_{ш} - \rho_B)(L-2R)}{l} \right] \approx 37 \text{ граммов.}$$

### Критерии оценивания

№	Критерий	Баллы
1	Указание или использование факта, что вода также перемещается вместе с шариком	1
2	Использована идея с отрицательной массой (вариант №1) или идея рассмотреть движение водяного шарика (вариант №2).	2
3	Верно посчитаны массы стального и «антиводяного» или водного шариков (формулы или числа)	0.5+0.5
4	Использовано, что расстояние между геометрическим центром трубки и точкой подвеса $x = l/2$	1
5	Учтён радиус шарика при вычислении плеча его силы тяжести	1
6	Правильно записано правило моментов	1
7	Вывод итоговой формулы для массы	2
8	Числовое значение	1
	ИТОГО	10

Если не учтены размеры шарика, баллы за 5, 8 пункты не ставятся. Если не учтено движение воды, баллы могут ставиться только за 4, 5, 6 пункты.

### Задача №2

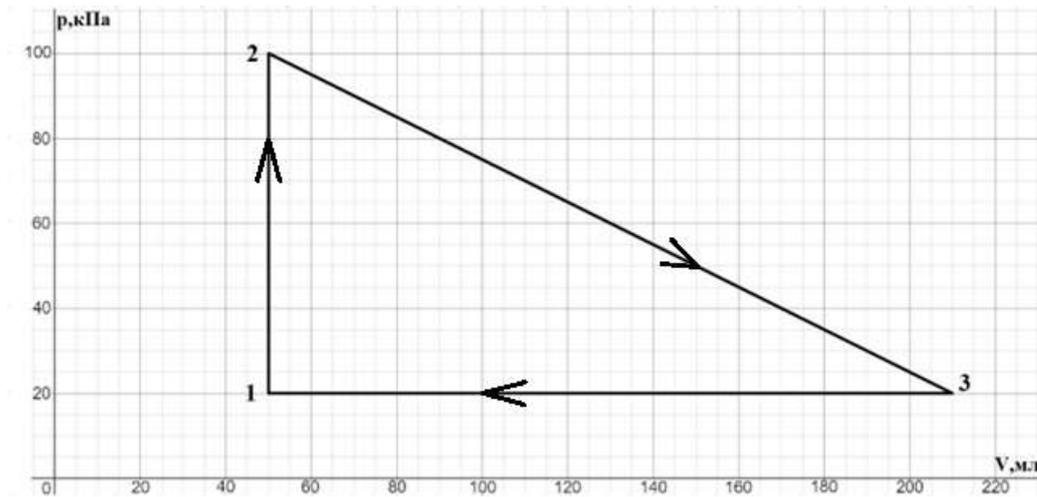
В цикле, изображённом на рисунке, рабочим телом является идеальный двухатомный газ.

**Вопрос №1:** Определите, поступает или отводится теплота на участке 1 – 2.

**Вопрос №2:** Найдите количество теплоты, которым газ обменивается с окружающей средой на участке 1 – 2.

**Вопрос №3:** Вычислите работу газа за один цикл.

**Вопрос №4:** Определите КПД цикла.



*Автор: Калашиков Олег Германович*

### Возможное решение

**Вопрос №1:**

$$Q_{12} = U_{12} + A_{12} = U_{12} = \frac{5}{2} V_1 (p_2 - p_1) > 0 \quad (1)$$

То есть тепло подводится.

**Вопрос №2:**

$$Q_{12} = \frac{5}{2} V_1 (p_2 - p_1) = 10 \text{ Дж} \quad (2)$$

**Вопрос №3:**

Работа газа в точности равна площади фигуры, ограниченной циклом на  $pV$ -диаграмме. Требуется найти площадь треугольника 1 – 2 – 3.

$$A = \frac{1}{2} (p_2 - p_1) (V_3 - V_1) = 6,4 \text{ Дж} \quad (3)$$

**Вопрос №4:**

Определим уравнения участков цикла.

3 – 1:  $p = 20 \text{ кПа} = \text{const}$  (изобара)

1 – 2:  $V = 50 \text{ мл} = \text{const}$  (изохора)

2 – 3:  $p[\text{кПа}] = 125 - 0,5 \cdot V[\text{мл}]$

Далее выделим те участки, на которых к газу подводится теплота, т.е.

$$\begin{aligned} \delta Q &= dU + p dV = \frac{5}{2} \nu R dT + p dV = \frac{5}{2} (p dV + V dp) + p dV = \frac{7}{2} p dV + \frac{5}{2} V dp \\ &= dV \left( \frac{7}{2} p + \frac{5}{2} V \frac{dp}{dV} \right) > 0 \quad (4) \end{aligned}$$

3 – 1:  $\delta Q < 0$ , теплота отводится

1 – 2:  $\delta Q > 0$ , теплота подводится

$$2 - 3: \frac{dp}{dV} = -0,5 \Rightarrow \delta Q = dV \left( \frac{7}{2}p - \frac{5}{4}V \right), \delta Q > 0 \text{ при } \frac{p}{V} > \frac{5}{14} \left[ \frac{\text{кПа}}{\text{мл}} \right] \quad (5)$$

Обозначим точку пересечения участка 2 – 3 с прямой  $p[\text{кПа}] = \frac{5}{14}V[\text{мл}]$  номером 4.

$$\text{Ей соответствуют координаты } (p_4, V_4) = \left( \frac{625}{12} [\text{кПа}], \frac{875}{6} [\text{мл}] \right) \approx (52[\text{кПа}], 146[\text{мл}]) \quad (6)$$

Тогда теплота подводится на участках 1 – 2 – 4. Посчитаем общее количество подведённой теплоты  $Q$ .

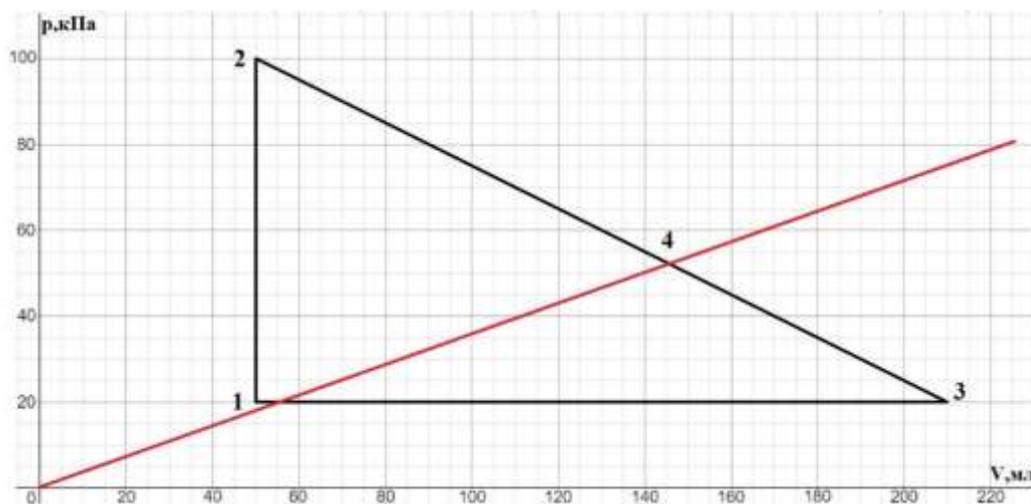
$$Q = Q_{12} + Q_{24} \quad (7)$$

$$Q_{24} = \frac{7}{2}A_{24} + \frac{5}{2} \frac{dp}{dV} \frac{V_4^2 - V_2^2}{2} \quad (8)$$

$$A_{24} = \frac{p_2 + p_4}{2} (V_4 - V_2) \approx 7,29 \text{ Дж} \Rightarrow Q_{24} \approx 13,8 \text{ Дж} \quad (9)$$

Подведённая за цикл теплота  $Q = Q_{12} + Q_{24} \approx 23,8 \text{ Дж}$

$$\text{Тогда КПД цикла } \eta = \frac{A}{Q} = \frac{6,4}{23,8} \approx 0,27 \quad (10)$$

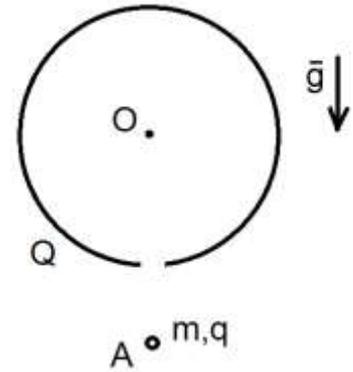


### Критерии оценивания

№	Критерий	Баллы
1	Определено, что на 1-2 теплота подводится	1
2	Получено $Q_{12} = 10 \text{ Дж}$ (2)	1
3	Идея нахождения работы как площади соответствующей фигуры	1
4	Определено значение работы $A = 6,4 \text{ Дж}$ (3)	2
5	Указано, что на участке 2-3 может существовать точка с $\delta Q = 0$	1
6	Записаны уравнения для поиска точки 4	1
8	Вычислена точка на $pV$ -диаграмме, в которой происходит переход от нагрева к охлаждению на участке 2 – 3. (5) – (6)	1
9	Определено количество подведённой за цикл теплоты $Q = 23,8 \text{ Дж}$ (7) – (9)	1
10	Найдено КПД цикла $\eta \approx 0,27$ (10)	1
	ИТОГО	10

### Задача № 3

Металлическая сфера находится в поле силы тяжести и имеет небольшое отверстие снизу. Радиус сферы  $R = 10$  см, ее заряд  $Q = -2$  мкКл. Под отверстием, на расстоянии  $H = R/2$  от него, находится металлический шарик с зарядом  $q = 1$  нКл и размером меньшим чем отверстие. Шарик отпускают без начальной скорости.



Считайте, что заряд шара настолько мал, что не изменяет поле сферы. Размер шарика настолько мал, что можно пренебречь его поляризацией в поле сферы. Удар металла о металл можно считать упругим, а время удара достаточным для перераспределения зарядов. Считайте, что шарик движется только по вертикали.

**Вопрос №1:** Какую массу должен иметь шарик, чтобы оставаться в точке А в равновесии?

**Вопрос №2:** Будет ли это равновесие устойчивым или неустойчивым?

**Вопрос №3:** Какую массу должен иметь шарик, чтобы в процессе движения его скорость стала равной нулю в точке О (центре сферы)?

**Вопрос №4:** Какую массу должен иметь шарик, чтобы его скорость при возвращении в точку А была отличной от нуля?

*Автор: Воронцов Александр Геннадьевич*

#### Возможное решение

**Вопрос №1:** В равновесии сила тяжести по модулю равна электростатической силе  $k \frac{|Q|q}{(R+H)^2} = mg$ . Находим  $m_1 = k \frac{|Q|q}{g(R+H)^2} = 8 \cdot 10^{-5}$  кг.

#### **Вопрос №2:**

Положение равновесия является неустойчивым. Сила тяжести остается постоянной, а сила электростатического притяжения

- при увеличении расстояния – уменьшается, т.е. сила тяжести отдаляет шарик от сферы;

- при уменьшении расстояния – увеличивается, т.е. приближает шарик к сфере.

**Вопрос №3:** Напомним, что внутри металлической сферы потенциал одинаков, равен  $\frac{kQ}{R}$ . Запишем закон сохранения энергии для начального положения шарика и положения в центре:  $\frac{kQq}{R+H} = \frac{kQq}{R} + mg(R+H)$ . Находим массу:  $m_2 = -\frac{kQqH}{g(R+H)^2R} = 4 \cdot 10^{-5}$  кг.

**Вопрос №4:** Если шарик не соприкасается со сферой, то при возвращении в исходную точку его скорость будет равна нулю (из ЗСЭ и консервативности действующих сил). Т.е. шарик должен коснуться сферы в верхней точке. При этом он перезарядится, его заряд станет равен нулю. Так как шарик по условию очень мал и его поляризацией можно пренебречь, то электрическое поле перестанет на него перестанет действовать, т.е. после удара он будет падать под действием только силы тяжести. Максимальную массу, при которой шарик коснется сферы, найдем из ЗСЭ:  $\frac{kQq}{R+H} = \frac{kQq}{R} + mg(2R+H)$ .

$$m_3 = -\frac{kQqH}{g(R+H)(2R+H)R} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ кг.}$$

При меньших массах шарик ударится о сферу с ненулевой скоростью и вернется в точку А со скоростью большей, чем при простом касании. Условию удовлетворяют массы  $m \leq m_3$ .

### Критерии оценивания

№	Критерий	Кол-во баллов
	Вопрос 1	
1	Найдена масса шарика для равновесия $m_1 = k \frac{ Q q}{g(R+H)^2} = 8 \cdot 10^{-5}$ кг (формула + число)*	0,5+0,5
	Вопрос 2	
2	Правильно указан тип равновесия (неустойчивое)	1
3	Доказано, что равновесие неустойчивое.	1
	Вопрос 3	
4	Правильно записан ЗСЭ для остановки шарика в центре	2
5	Найдена масса $m_2 = -\frac{kQqH}{g(R+H)^2R} = 4 \cdot 10^{-5}$ кг (формула + число)*	0,5+0,5
	Вопрос 4	
6	Указано, что скорость будет изменять, если произойдет перезаряд шарика, т.е. шарик достигнет верхней точки сферы	1,5
7	Правильно записан ЗСЭ в случае касания шарика и сферы	1
8	Найдена масса $m_3 = -\frac{kQqH}{g(R+H)(2R+H)R} = 2,4 \cdot 10^{-5}$ кг (формула + число)*	0,5+0,5
9	Указано, что условию удовлетворяют $m \leq m_3$	0,5
	<b>ИТОГО</b>	<b>10</b>

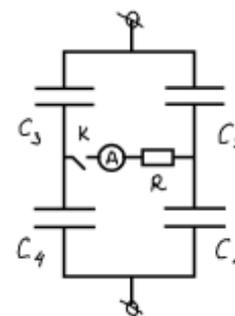
\* Если из верных соображений получен правильный численный ответ, то баллы за формулу тоже ставятся.

#### Задача №4

Старшеклассник Максим готовил проект для выступления на конференции. На рисунке изображена электрическая схема, которую Максим нарисовал для своего проекта.

Известно, что  $C_1 = 2C$ ,  $C_2 = 8C$ ,  $C_3 = 3C$ ,  $C_4 = 6C$ ,  $R = 10 \text{ КОМ}$ , сопротивление амперметра  $r = 10 \text{ Ом}$ . Конденсаторы до включения в схему были не заряжены.

На выводы схемы подается напряжение  $U_0 = 60 \text{ В}$ . Первоначально ключ  $K$  разомкнут.



**Вопрос № 1.** Чему равна эквивалентная емкость данной схемы при разомкнутом ключе?

**Вопрос № 2.** Во сколько раз напряжение на конденсаторе  $C_1$  больше напряжения на конденсаторе  $C_4$  при разомкнутом ключе?

**Вопрос № 3.** Ключ замкнули. Что покажет амперметр сразу же после замыкания ключа?

**Вопрос № 4.** Найдите эквивалентную емкость цепи через продолжительное время после замыкания ключа.

*Автор: Шишкина Анна Федоровна*

#### Возможное решение

##### Вопрос № 1.

Так как конденсаторы не имели заряда до включения в схему, то на последовательно соединенных конденсаторах накапливается одинаковый заряд и можно воспользоваться формулой для емкости двух последовательно соединенных конденсаторов. Тогда:

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2C \cdot 8C}{2C + 8C} = 1,6C,$$
$$C_{34} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = \frac{3C \cdot 6C}{3C + 6C} = 2C.$$

Общая емкость двух параллельно соединенных конденсаторов находится как их сумма, тогда  $C_0 = C_{12} + C_{34} = 3,6C$ .

##### Вопрос № 2.

Пусть до замыкания ключа напряжения на конденсаторах  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$  были равны  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ ,  $U_4$  соответственно.

Пусть заряд на каждом из конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  равен  $q_1$ , тогда  $q_1 = C_{12} U_0 = 1,6C U_0$ .

Значит  $U_1 = q_1 / C_1 = 0,8U_0$ ,  $U_2 = q_1 / C_2 = 0,2U_0$ .

Пусть заряд на каждом из конденсаторов  $C_3$  и  $C_4$  равен  $q_3$ . Тогда  $q_3 = C_{34} U_0 = 2C U_0$ .

Значит  $U_3 = q_3 / C_3 = 2U_0 / 3$ ,  $U_4 = q_3 / C_4 = U_0 / 3$ .

Следовательно,  $U_1 / U_4 = 0,8U_0 / (U_0 / 3) = 2,4$ .

##### Вопрос № 3.

Когда ключ замыкают, перемычка с резистором и амперметром оказывается подключена к точкам с разными потенциалами, поэтому по ней будет идти некоторый ток. Пусть потенциал в крайней нижней точке схемы равен 0, потенциал в крайней верхней точке  $U_0$ . Точка между конденсаторами  $C_1$  и  $C_2$  имеет потенциал на  $U_2$  больше, чем крайняя нижняя точка, т.е. потенциал этой точки  $0,2U_0$ . Точка между конденсаторами  $C_3$  и  $C_4$  имеет потенциал на  $U_4$  больше, чем крайняя нижняя точка схемы, т.е.  $U_0 / 3$ .

Разность потенциалов на перемычке составляет:

$$U_{\Pi} = |U_2 - U_4| = U_0/3 - 0,2U_0 = 2U_0/15 = 8 \text{ В.}$$

Поэтому в самый первый момент после замыкания ключа по амперметру потечет ток:  
 $I = U_{\Pi}/(R + r) = 0,0008 \text{ А} = 0,8 \text{ мА.}$

Заметим, что сопротивление амперметра значительно меньше сопротивления резистора, поэтому им можно было сразу пренебречь.

#### Вопрос № 4.

Через продолжительное время после замыкания ключа конденсаторы перезарядятся и ток через резистор и амперметр течь перестанет. После этого напряжение на конденсаторах  $C_1$  и  $C_3$  станет одинаковым, и на конденсаторах  $C_2$  и  $C_4$  тоже станет одинаковым. Эквивалентная емкость цепи:

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1 + C_3} + \frac{1}{C_2 + C_4},$$

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{2C + 3C} + \frac{1}{6C + 8C} = \frac{1}{5C} + \frac{1}{14C} = \frac{19}{70C},$$

откуда  $C_0 = 70C/19$ .

#### Критерии оценивания

№	Критерий	Кол-во баллов
	<i>Вопрос № 1</i>	
1	Найдена эквивалентная емкость левой ветви цепи	0,5
2	Найдена эквивалентная емкость правой ветви цепи	0,5
3	Найдена эквивалентная емкость всей цепи	1
	<i>Вопрос № 2</i>	
4	Найдено напряжение $U_1^*$	1
5	Найдено напряжение $U_4^*$	1
6	Получено верный ответ на вопрос 2,4 (формула + число) **	0,5+0,5
	<i>Вопрос № 3</i>	
7	Указано, что напряжение на переключке равно разности потенциалов тех точек, к которым она подключена	1
8	Найдено напряжение на переключке*	1
9	Найдено показание амперметра 0,8 мА (формула + число) **	0,5+0,5
	<i>Вопрос № 4</i>	
10	Найдена эквивалентная емкость после замыкания ключа (формула + число) **	1+1
	<b>ИТОГО</b>	<b>10</b>

\* Получение численного значения не обязательно, достаточно получить формулу.

\*\* Если из верных соображений получен правильный численный ответ, то баллы за формулу тоже ставятся.

Если сопротивление амперметра никак не учтено, то это не снижает баллы.

## Задача №5

Инженер конструкторского бюро Н.Е. Летайло поручил лаборанту Винтику решить задачу:

«Искусственный спутник массой  $M = 2$  т (полная масса спутника вместе с топливом) движется по круговой орбите Луны со скоростью  $v_1 = 1600$  м/с. Для спуска и посадки на поверхность Луны спутник должен снизить скорость до  $v_2 = 800$  м/с и перейти на эллиптическую орбиту. Для этого на малое время включаются двигатели, тормозящие спутник.

Из экспериментов, проведенных с прототипом спутника, известно, что скорость истечения топлива  $u$  относительно спутника зависит от массы истраченного топлива  $m$  следующим образом:

$$u(m) = (M - m) \cdot C \cdot e^{-\alpha m}$$

$M$  – масса спутника,  $C$  и  $\alpha$  – некоторые коэффициенты,  $e = 2,71$ .

В таблице приведены экспериментальные данные, отображающие зависимость  $u(m)$ :

$m, \text{ т}$	0,01	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,5
$u, \text{ м/с}$	2380	2270	2170	1960	1560	1250	960	720	520	360	280

Погрешность измерений массы  $\Delta m = 0.01$  т, скорости -  $\Delta u = 10$  м/с.

Определите:

- 1) значения коэффициентов  $C$  и  $\alpha$ ;
- 2) оцените погрешности нахождения коэффициентов  $C$  и  $\alpha$ ;
- 3) суммарный расход топлива  $m$ , необходимый для данного маневра.

*Примечание:* На полях Н.Е.Летайло дописал еще одну формулу:

$$v_1 - v_2 = \frac{C}{\alpha} - \frac{C}{\alpha} e^{-\alpha m}$$

*Автор: Сухова Ольга Радиевна*

### Возможное решение

#### Вариант №1

Можем линеаризовать график исходной зависимости относительной скорости топлива от его массы

$$u(m) = (M - m) \cdot C \cdot e^{-\alpha m}$$

Упростим функцию

$$y(m) = \frac{u(m)}{(M - m)} = C \cdot e^{-\alpha m}$$

$$\text{Для связи погрешностей получим: } \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta m}{M - m} + \frac{\Delta u}{u}$$

Теперь возьмем натуральный логарифм от обеих частей:

$$v(m) = \ln(y(m)) = \ln\left(\frac{u(m)}{(M - m)}\right) = \ln(C) - \alpha m$$

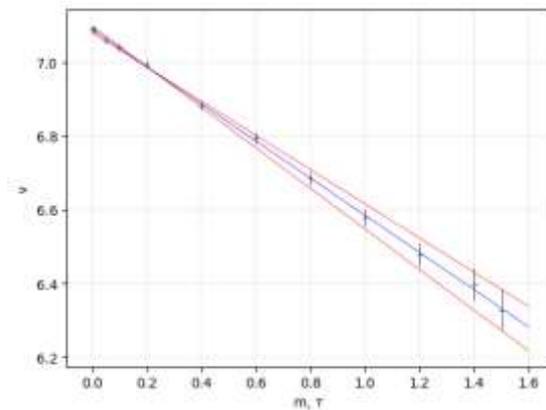
$$\text{Связь погрешностей: } \Delta v = \frac{\Delta y}{y}$$

m, г	u, м/с	(M — m), г	y, м/(с * г)	Δy, м/(с * г)	y, м/(с * г)	v	Δv
0,01	2380	1,99	1196	11	1196	7,09	0,01
0,05	2270	1,95	1164	11	1164	7,06	0,01
0,10	2170	1,90	1142	11	1142	7,04	0,01
0,20	1960	1,80	1089	12	1089	6,99	0,01
0,40	1560	1,60	975	12	975	6,88	0,01
0,60	1250	1,40	893	14	893	6,79	0,02
0,80	960	1,20	800	15	800	6,68	0,02
1,00	720	1,00	720	17	720	6,58	0,02
1,20	520	0,80	650	21	650	6,48	0,03
1,40	360	0,60	600	27	600	6,40	0,04
1,50	280	0,50	560	31	560	6,33	0,06

Тогда, перестроив график в логарифмическом масштабе и получив прямую, можем с хорошей точностью определить константы задачи С и α. Константы предлагается искать по методу наилучшей прямой, оценивать их погрешности — по крайним прямым.

Для оценки погрешности коэффициента Δα можно провести через большинство крестов две прямые с минимальным и максимальным α.

Для оценки погрешности коэффициента Δln(C) можно провести параллельно наилучшей прямой две прямые через большинство крестов с минимальным и максимальным ln(C).



Значения коэффициентов, полученные по наилучшей прямой:

$$\ln(C) = 7.09$$

$$C = 1200 \text{ м/(с*г)}$$

$$\alpha = -0.505 \text{ 1/г}$$

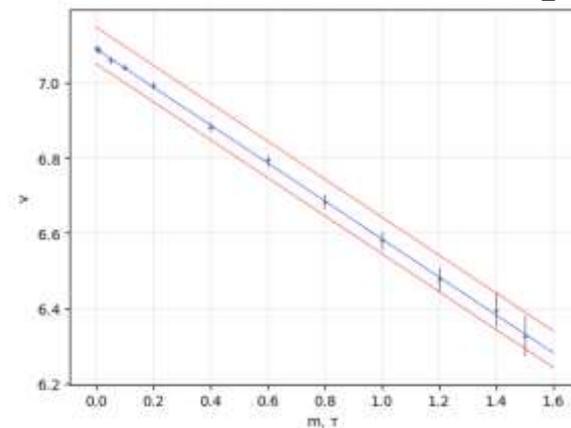
Оценка по крайним прямым для расчета погрешности коэффициента α:

$$\alpha_1 = -0.551$$

$$\alpha_2 = -0.465$$

Погрешность коэффициента α определяется из коэффициентов для крайних прямых:

$$\Delta\alpha = \frac{|\alpha_2 - \alpha_1|}{2} = 0.04$$



Значения, полученные по крайним прямым для коэффициента  $\ln(C)$ :

$$\ln(C)_1 = 7.15$$

$$\ln(C)_2 = 7.05$$

$$\Delta \ln(C) = \frac{|\ln(C)_2 - \ln(C)_1|}{2} = 0.05$$

И погрешность коэффициента  $C$  находится как:

$$\Delta C = \Delta \ln(C) * C$$

$$\Delta C = 1199 * 0,05 \approx 60 \text{ м/(с * т)}$$

Итоговые значения коэффициентов с учетом погрешностей:

$$C = 1200 \pm 60 \text{ м/(с*т)}$$

$$\alpha = -0.51 \pm 0.04 \text{ 1/т}$$

Тогда, пользуясь тем, что

$$v_1 - v_2 = \frac{C}{\alpha} - \frac{C}{\alpha} e^{-\alpha t}$$

$$m = -\ln \left( 1 - \frac{v_1 - v_2}{\frac{C}{\alpha}} \right) \frac{1}{\alpha}$$

Подставляя найденные значения  $C$  и  $\alpha$ , найдем  $m \approx 575 \text{ кг}$ .

### Критерии оценивания

№	Критерий	Баллы
1	Идея линеаризации зависимости	1
2	Пересчет экспериментальных точек	1
3	Построение линеаризованного графика или использование МНК для определения углового коэффициента и сдвига прямой.	1
4	Нахождение константы $C = (1200 \pm 60) \frac{\text{м}}{\text{с}\cdot\text{т}}$	1
5	Нахождение константы $\alpha = -0.51 \pm 0.04 \text{ 1/т}$ $(-0.51 \pm 0.08)$	2 (1)
6	Оценка погрешности $\Delta \ln(C)$ не более 0,05 и $\Delta C$ не более 60 м/(с· т) *	1
7	Оценка погрешности $\Delta \alpha = 0,04 \text{ 1/т}$ *	1
8	Определение суммарного расхода топлива $m=575\pm 30 \text{ кг}$ $(575\pm 60 \text{ кг})$	2 (1)
	ИТОГО	10

\* Баллы за погрешность ставятся, если она оценена из разумных соображений и отличается от «авторской» не более, чем в 3 раза.