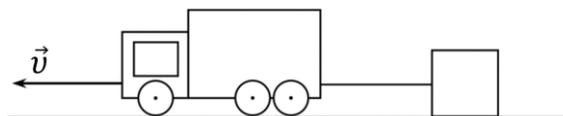


**Ключи ответов и критерии оценивания****Задача 1. «Столкновение» (10 баллов)**

К грузовику с помощью упругого шнура привязан груз, который может скользить по горизонтальной поверхности без трения. В начальный момент времени шнур натянут, но не растянут. Грузовик начинает двигаться с постоянной скоростью v в направлении от груза, растягивая шнур. Через какое время после начала движения груз догонит грузовик? Какую скорость он будет при этом иметь? Масса груза m , жесткость шнура k , длина недеформированного шнура l_0 . Закон Гука справедлив для любых растяжений шнура. При «сминании» шнур никакого воздействия не оказывает.



Возможное решение. В начальный момент груз находится на расстоянии l_0 от грузовика. В системе отсчета, связанной с грузовиком, он покоится, а грузу в начальный момент сообщили скорость v , направленную от грузовика. Затем груз движется, растягивая шнур, под действием упругой силы. Пока шнур растянут, это движение – это гармоническое колебание с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Через половину периода груз снова окажется на расстоянии l_0 от грузовика, его скорость также равна v , но направлена в сторону грузовика. После этого шнур сомнется и не будет оказывать влияния на груз. Поэтому он будет двигаться с постоянной скоростью и достигнет грузовика через время l_0/v . Таким образом, груз достигнет грузовика через общее время

$$t = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{l_0}{v}.$$

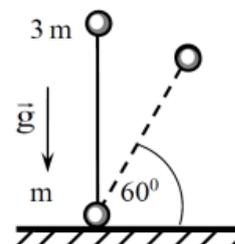
В момент столкновения скорость груза относительно грузовика равна v , а, следовательно, его скорость относительно земли равна $2v$.

Критерии оценивания:

- Переход в систему отсчета, связанную с грузовиком – 2 балла
- Правильное нахождение времени возвращения груза назад и его скорости – 2 балла
- Правильное рассмотрение равномерно движущегося груза – 2 балла
- Определено время до столкновения – 2 балла
- Определена скорость груза при столкновении – 2 балла

Задача 2. «Падающая гантель» (10 баллов)

На шероховатую горизонтальную поверхность вертикально поставили гантель, состоящую из двух маленьких шариков массами $m_1 = 3m$ и $m_2 = m$, соединённых невесомым жёстким стержнем. Гантель отпускают без начальной скорости, и она начинает падать. Определите величину коэффициента трения между гантелью и плоскостью, если нижний шарик начинает скользить по плоскости, когда угол наклона стержня с плоскостью достигнет $\alpha = 60^\circ$.



Возможное решение. Запишем закон сохранения механической энергии для верхнего шарика (сила упругости стержня T работу не совершает):

$$m_1 gl = m_1 gl \cdot \sin \alpha + \frac{m_1 v^2}{2}, \quad (1)$$

где l – длина гантели, v – скорость верхнего шарика при $\alpha = 60^\circ$.

Второй закон Ньютона для верхнего шарика в проекции на ось гантели:

$$\frac{m_1 v^2}{l} = m_1 g \cdot \sin \alpha - T \quad (2)$$

Исключая из уравнений (1) и (2) v^2 , найдем величину T :

$$T = m_1 g (3 \sin \alpha - 2). \quad (3)$$

Условие равновесия нижнего шарика в момент начала скольжения:

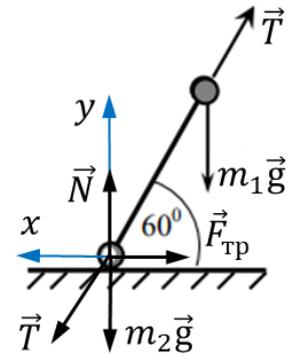
$$ox: T \cos \alpha = F_{\text{тр}}, \quad oy: N = T \sin \alpha + m_2 g$$

В этот момент трение покоя переходит в трение скольжения, следовательно $F_{\text{тр}} = \mu N$. Тогда

$$T \cos \alpha = \mu (T \sin \alpha + m_2 g),$$

Откуда найдем:

$$\mu = \frac{T \cos \alpha}{T \sin \alpha + m_2 g} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \frac{m_2}{m_1 (3 \sin \alpha - 2)}} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \frac{m_2}{m_1 (3 \sin \alpha - 2)}} = 0,35.$$



Критерии оценивания:

- 2 закон Ньютона для верхнего шарика – 2 балла
- 2 закон Ньютона для нижнего шарика – 2 балла
- Закон сохранения энергии для верхнего шарика – 2 балла
- Определено значение силы упругости стержня – 2 балла
- Найдено значение μ – 2 балла

Задача 3. «Движение электрона» (10 баллов)

Силовые линии однородного электростатического поля направлены вертикально вверх. Электрон начинает двигаться в этом поле так, что его начальная скорость составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с напряжённостью поля. Определите отношение минимального радиуса R кривизны траектории электрона к его максимальному смещению L в направлении силовых линий поля. Действие силы тяжести не учитывать.

Возможное решение. Со стороны электрического поля на электрон действует сила, направленная вниз, сообщая ему постоянное ускорение a . Траектория электрона – парабола, а минимальный радиус R кривизны соответствует вершине параболы, т.к. скорость в этой точке минимальна:

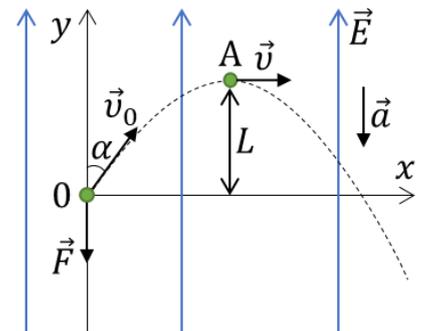
$$R = \frac{v^2}{a} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{a}.$$

Используем кинематическое уравнение для равноускоренного движения:

$$L = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2a}.$$

Тогда

$$\frac{R}{L} = \text{tg}^2 \alpha = 2.$$

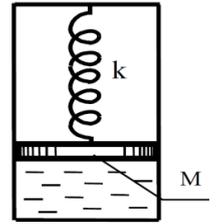


Критерии оценивания:

- Верно определено направление силы, действующей на электрон – 1 балл
- Изображена траектория электрона – 1 балл
- Указана точка с минимальным радиусом кривизны – 1 балл
- Записано выражение для R – 2 балла
- Найдено выражение для L – 2 балла
- Получен верный ответ – 3 балла

Задача 4. «Накипело» (10 баллов)

Замкнутый, вертикально расположенный цилиндрический сосуд сечением $S = 20 \text{ см}^2$, разделён поршнем массы $M = 5 \text{ кг}$ на две части. Нижняя часть цилиндра под поршнем целиком заполнена водой при начальной температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, над поршнем – вакуум. Поршень связан с верхним основанием цилиндра пружиной жесткости $k = 15 \text{ Н/м}$. Вначале пружина не деформирована. Определите массу m пара под поршнем при нагревании воды до температуры $t = 100^\circ\text{C}$. Трением и массой пружины пренебречь. Изменением объема воды при кипении пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Возможное решение. При температуре 0°C давление насыщенных паров пренебрежимо мало, и в исходном состоянии системы поршень лежит на поверхности воды – его вес компенсирован силой реакции опоры воды.

При нагревании до 100°C часть воды испарится, пружина сожмется на величину x под действием силы давления насыщенного пара, равной $p_n S$. Условие равновесия поршня:

$$p_n S = Mg + kx \quad \rightarrow \quad x = \frac{p_n S - Mg}{k}.$$

Массу пара m найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p_n S x = \frac{m}{\mu} \quad \rightarrow \quad m = \frac{\mu p_n S x}{RT}.$$

Учитывая, что давление насыщенного пара при температуре 100°C равно нормальному атмосферному давлению $p_n = p_0 = 10^5 \text{ Па}$, получим:

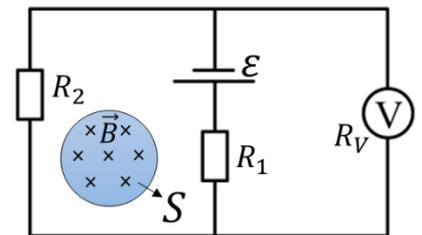
$$m = \frac{\mu p_n S}{RT} \cdot \frac{(p_n S - Mg)}{k} = 11,7 \text{ г}.$$

Критерии оценивания:

- Записано условие равновесия поршня – 3 балла
- Указано, что при 100°C пар насыщенный и записана величина давления пара – 2 балла
- Записано уравнение Менделеева-Клапейрона – 2 балла
- Получен верный ответ – 3 балла

Задача 5. «Показания вольтметра» (10 баллов)

В проволочную конструкцию впаяны резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, идеальный источник с ЭДС ε , вольтметр с сопротивлением $R_V = 3R$. Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле индукцией \vec{B} сосредоточено практически в узкой области – магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S . Вектор \vec{B} направлен «от нас», перпендикулярно плоскости рисунка.



1) Найти показание U_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.

2) Найти показание U_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B/\Delta t = k > 0$.

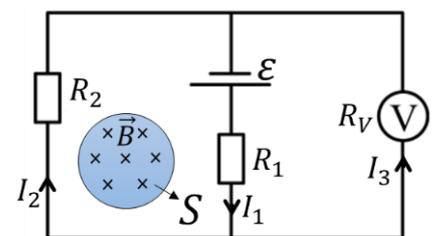
Возможное решение. Запишем правила Кирхгофа для цепи при постоянном магнитном поле:

$$\varepsilon = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

$$\varepsilon = I_1 R_1 + I_3 R_V$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Решая систему уравнений, найдем ток через вольтметр $I_3 = 2\varepsilon/11R$ и напряжение $U_1 = 6\varepsilon/11$.



При линейном возрастании индукции магнитного поля в левом контуре появляется ЭДС индукции, создающая ток по часовой стрелке (в соответствии с правилом Ленца) $\varepsilon_i = \Delta\Phi/\Delta t = \Delta BS/\Delta t = kS$. Снова применим правила Кирхгофа:

$$\varepsilon - \varepsilon_i = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

$$\varepsilon = I_1 R_1 + I_3 R_V$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

В этом случае ток через вольтметр

$$I_3 = \frac{2\varepsilon + kS}{11R},$$

а искомое напряжение

$$U_2 = \frac{3(2\varepsilon + kS)}{11}.$$

Критерии оценивания:

- Записана полная система уравнений для нахождения напряжения U_1 – 2 балла
- Найдено напряжение U_1 – 2 балла
- Определена величина ЭДС индукции, указано направление индукционного тока – 2 балла
- Записана полная система уравнений для нахождения напряжения U_2 – 2 балла
- Найдено напряжение U_2 – 2 балла