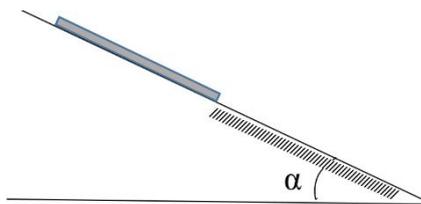


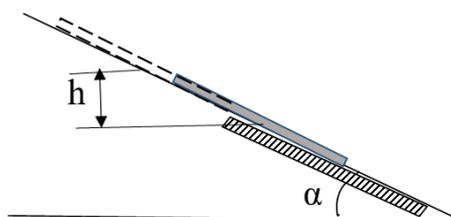
Решения задач 11 класса

Задача 1.

На гладкую часть наклонной поверхности, угол наклона к горизонту которой $\alpha = 30^\circ$, кладут однородную доску длиной $l = 1$ м. Доска начинает скользить вниз из состояния покоя. Сразу после начала движения доска попадает на шероховатую поверхность. Коэффициент трения доски по шероховатой поверхности $\mu = 0,4$. Найти скорость доски относительно плоскости, когда 75% длины доски окажется на шероховатой поверхности. Принять $g = 10$ м/с².



Решение:



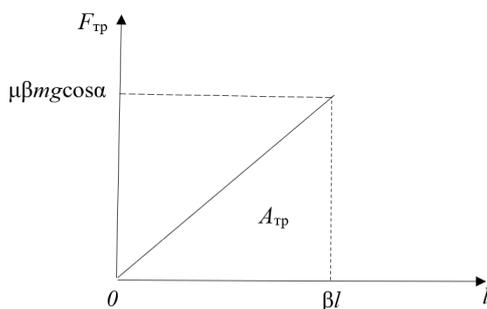
Согласно теореме об изменении кинетической энергии:

$$A_{\text{тяж}} + A_{\text{тр}} = \Delta E_{\text{к}}.$$

Здесь $A_{\text{тяж}} = mgh = mgl_1 \sin \alpha = mg\beta l \sin \alpha$ – работа силы тяжести.

Сила трения изменяется от 0 до $mg\beta l \cos \alpha$, где βm – масса части доски, находящейся на шероховатой поверхности.

Построим график зависимости модуля силы трения от модуля перемещения.



$$A_{\text{тр}} = -\frac{\beta l \mu \beta m g \cos \alpha}{2} = -\frac{\beta^2 l \mu m g \cos \alpha}{2}$$

Таким образом:

$$mg\beta l \sin \alpha - \frac{\beta^2 l \mu m g \cos \alpha}{2} = \frac{mv^2}{2},$$

откуда

$$v = \sqrt{g\beta l(2\sin \alpha - \mu\beta \cos \alpha)}$$

$$v = \sqrt{10 \cdot 0,75 \cdot 1(2\sin 30^\circ - 0,4 \cdot 0,75 \cos 30^\circ)} = 2,36 \text{ (м/с)}.$$

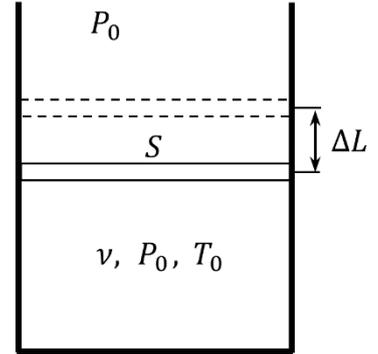
Ответ: 2,36 м/с.

Критерии оценивания:

1	Теорема об изменении кинетической энергии	2
2	Найдена работа силы тяжести	1
3	Даны обоснования пропорциональности силы трения длине доски, находящейся на шероховатой поверхности	2
4	Найдена работа силы трения	3
5	Получен правильный ответ	2

Задача 2.

Одноатомный идеальный газ количеством $\nu = 2$ моля находится внутри герметичного цилиндра с площадью сечения $S = 0.1 \text{ м}^2$ и плотно закрыт подвижным невесомым поршнем. Изначально давление идеального газа равно давлению воздуха снаружи цилиндра $P_0 = 100 \text{ кПа}$, а его температура $T_0 = 323 \text{ К}$. Затем газ внутри цилиндра начинают медленно нагревать до температуры $T_1 = 423 \text{ К}$, в результате чего поршень смещается на расстояние $\Delta L = 0.1 \text{ м}$ относительно его начального положения. При этом на поршень в процессе его движения действует сила трения, величина которой постоянна. Найти:



1. Чему равна сила трения, действующая на поршень?
2. При какой температуре газа T' поршень начнет движение?
3. Какое количество теплоты было сообщено идеальному газу?

Решение:

1. Пусть L_0 – начальное положение поршня. Уравнение Менделеева–Клапейрона в начальный момент времени: $P_0 S L_0 = \nu R T_0$, откуда получается $L_0 = \frac{\nu R T_0}{P_0 S}$. Условие равновесия поршня в его конечном положении: $P_0 S + F_{\text{тр}} = P_1 S$, откуда конечное давление газа $P_1 = P_0 + \frac{F_{\text{тр}}}{S}$. Уравнение Менделеева-Клапейрона в конечном положении:

$$\left(P_0 + \frac{F_{\text{тр}}}{S}\right) S(L_0 + \Delta L) = \nu R T_1,$$

в результате чего $F_{\text{тр}} = \frac{\nu R T_1}{L_0 + \Delta L} - P_0 S = 1039,53 \approx 1040 \text{ (Н)}$.

Ответ: 1040 Н

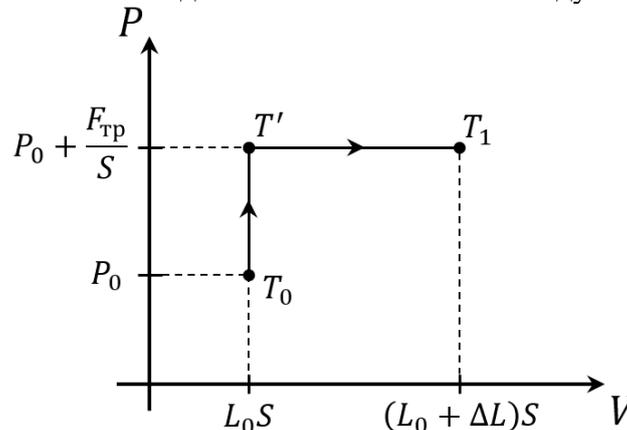
2. В начале процесса нагревания поршень остается неподвижным до тех пор, пока сила трения не достигнет своего максимального значения. Таким образом, началу движения соответствует состояние, где

$$\left(P_0 + \frac{F_{\text{тр}}}{S}\right) S L_0 = \nu R T',$$

откуда $1 + \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{T_1}{T'}$, и в итоге получается $T' = \frac{L_0}{L_0 + \Delta L} T_1 = 356.57 \approx 357 \text{ (К)}$.

Ответ: 357 К

3. Построим график зависимости давления от объема в исследуемом процессе:



Газ совершает работу только в изобарном процессе при нагреве от T' до T_1 . Эта работа равна $A = (P_0 + \frac{F_{\text{тр}}}{S})S\Delta L = 1104$ Дж. Изменение внутренней энергии равно $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_0) = 2493$ Дж. По первому началу термодинамики, сообщенное количество теплоты равно:

$$Q = A + \Delta U = 3597 \text{ Дж}$$

Ответ: 3597 Дж.

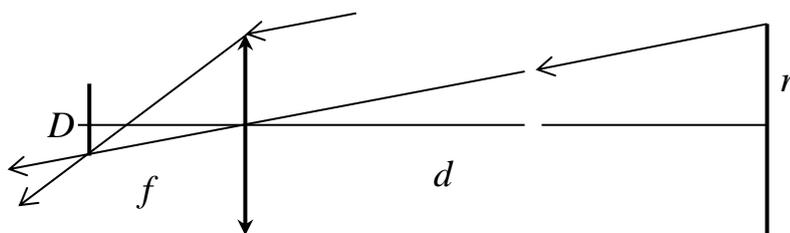
Критерии оценивания (10 баллов)

1	Найдено начальное положение поршня	1
2	Записано условие равновесия поршня в конечном состоянии	1
3	Правильно найдено значение силы трения поршня	2
4	Записано уравнение Менделеева-Клапейрона для состояния, в котором начинается движение поршня	1
5	Правильно найдена температура, при которой начинается движение	2
6	Получено правильное значение сообщенного газу количества теплоты	3

Задача 3.

На экране, удаленном на расстоянии 33 см от тонкой линзы, неznайкой было получено изображение Луны диаметром 3 мм. Зная радиусы Луны 1740 км и Земли 6400 км, сможет ли он рассчитать период обращения Луны вокруг Земли? Ответ обоснуйте. При математических вычислениях величину ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли округлите до целого.

Решение:



Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где d – расстояние от предмета (Луны) до линзы, f – расстояние от линзы до изображения, F – фокусное расстояние линзы. Заметим, что

$$\frac{1}{d} \ll \frac{1}{f},$$

так как расстояние до Луны очень большое по сравнению с $f = 0.33$ м, световые пучки от Луны можно рассматривать как параллельные и $f = F$. Обозначим диаметр изображения Луны $D = 3$ мм, радиусы Луны $r = 1740$ км и Земли $R = 6400$ км тогда можем записать

$$\frac{D/2}{F} = \frac{r}{d}$$

Найдем это расстояние

$$d = \frac{2Fr}{D} \cdot d = 382000 \text{ км.}$$

Ускорение свободного падения на поверхности Земли, массой M :

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

Центростремительное ускорение Луны при условии, что $r \ll d$,

$$a_{\text{ц}} = G \frac{M}{(R + d)^2}$$

или

$$a_{\text{ц}} = g \frac{R^2}{(R + d)^2}$$

С другой стороны,

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R + d}$$

откуда

$$v = \frac{R\sqrt{g}}{\sqrt{R + d}}$$

$$T = \frac{2\pi(R + d)}{v} = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R + d)^3}{g}} = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{\left(R + \frac{2Fr}{D}\right)^3}{g}}$$

$$T = 27,4 \text{ сут.}$$

Ответ: 27,4 сут.

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Использована идея параллельности световых пучков, приходящих от Луны. Правильно найдено расстояние до нее.	3
2	Центростремительное ускорение определено через ускорение свободного падения	3
3	Найден период через центростремительное ускорение	4