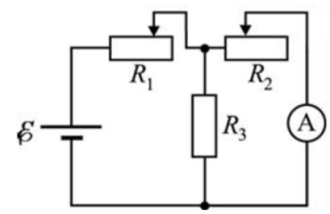
Физика, 11 класс (варианты решения)

Задание 1. Электрическая цепь, схема которой изображена на рисунке, состоит из идеального источника постоянного напряжения, идеального амперметра, резистора с постоянным сопротивлением R_3 и двух реостатов, сопротивления R_1 и R_2 которых можно изменять. Сопротивления реостатов меняют так, что сумма $(R_1 + R_2)$ все время остается неизменной, а сила тока I, текущего через идеальный амперметр A, изменяется. Определите, при каком отношении $\frac{R_2}{R_1}$ сила тока I будет минимальной.



Возможное решение задания. Обозначим I_1 силу тока, текущего через источник и реостат R_1, силу тока I_3, текущего через резистор R_3. Тогда общий ток $I_1 = I_3 + I$, так как второй реостат и резистор соединены параллельно, а амперметр идеальный. Этот же общий ток найдем из закона Ома для полной цепи: $I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}$.

Токи, текущие через резистор и второй реостат, по закону Ома для участка цепи обратно пропорциональны их сопротивлениям: $\frac{R_2}{R_3} = \frac{I_3}{I}$. Выразим отсюда ток, текущий через резистор, и подставим его в выражение для общего тока: $I_1 = I_3 + I = I\frac{R_2}{R_3} + I$. Приравняем величину общего тока, полученного в последнем выражении, и величину общего тока, определенного через закон Ома для полной цепи: $I\frac{R_2}{R_3} + I = \frac{\varepsilon}{R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}$.

Выразим величину силы тока через амперметр: $I = \frac{\varepsilon R_3}{R_1(R_2+R_3)+\frac{R_2R_3(R_2+R_3)}{R_2+R_3}} = \frac{\varepsilon R_3}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3}$.

Учтем условие, согласно которому сумма сопротивлений реостатов все время остается неизменной, обозначим $R_1 + R_2 = R$ и перепишем выражение для тока через амперметр $I = \frac{\varepsilon R_3}{(R_1+R_2)R_3+R_1R_2} = \frac{\varepsilon R_3}{RR_3+R_1\,(R-R_1)}$. Числитель является величиной постоянной, поэтому проанализируем, при каком условии знаменатель примет максимальное значение, чтобы сила тока I была минимальной. В выражении $RR_3 + R_1\,(R - R_1)$ первое слагаемое также остается постоянным, следовательно максимальным должно быть выражение $R_1\,(R - R_1)$. Найдем производную данного выражения и приравняем её нулю: $(R_1\,(R - R_1))' = 0$; $R - 2R_1 = 0$; $R_1 + R_2 - 2R_1 = 0$. $R_1 = R_2$. Таким образом, при $\frac{R_2}{R_1} = 1$ сила тока I будет минимальной.

Примечание для членов жюри: так как источник идеальный, допустимо, чтобы участник дважды использовал закон Ома для участка цепи – для участка параллельно соединенных резистора и второго реостата и для всего внешнего участка цепи; допустимо, чтобы участник любым другим способом, например, графическим, определил максимальное значение выражения в знаменателе.

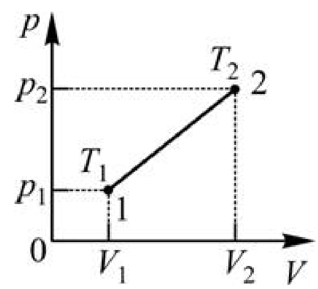
Система оценивания задания:

Баллы	Критерии оценивания
1 балл	Записано выражение для общего тока внешнего участка цепи
1 балл	Использован закон Ома для параллельного участка цепи
1 балл	Записано выражение между токами и сопротивлениями для участка параллельного

	соединения резистора и второго реостата
1 балл	Использован закон Ома для полной цепи (для внешней цепи с учетом идеальности источника)
2 балла	Проведены математические преобразования и получено выражение для тока через амперметр
1 балл	Сделан верный вывод о значимости для минимальности силы тока значимой части выражения в знаменателе
2 балла	Математически доказана (графически, геометрически, через нахождение производной и т.д.) максимальность величины знаменателя при равенстве сопротивлений реостатов
1 балл	Записан окончательный ответ о равенстве отношения сопротивлений реостатов единице

Задание 2. Один моль идеального одноатомного газа переводят из состояния 1 с температурой T_1 = 300 К в состояние 2 таким образом, что в течение всего процесса давление газа возрастает прямо пропорционально его объему. В ходе этого процесса газ получает количество теплоты Q = 14958 Дж. Определите, во сколько раз n уменьшается в результате этого процесса плотность газа.

Возможное решение задания. Отношение плотностей $n = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{V_2}{V_1}$. Запишем первый закон термодинамики: $Q=\Delta U+A$. Используем зависимость для изменения внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$. Используем уравнение Менделеева-Клапейрона, тогда $\Delta U = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$. Так как геометрический смысл работы $A = S$ (в осях pV), а по условию давление газа возрастает прямо пропорционально его объему, изобразим графически процесс 1-2. Тогда геометрически найдем работу: $A = \frac{1}{2}(p_2 + p_1)(V_2 - V_1)$. С другой стороны, прямая пропорциональность



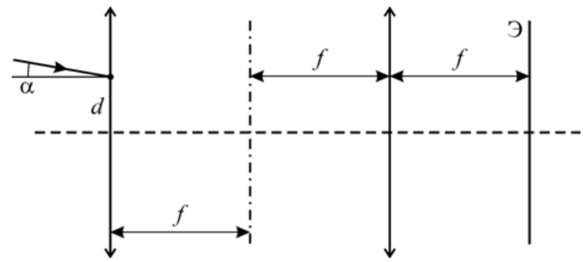
математически может быть записана отношением $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2}$, следовательно, $p_2V_1 = p_1V_2$, тогда $A = \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$. С учетом этого, выражение для количества теплоты приобретает вид: $Q=\frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = 2(p_2V_2 - p_1V_1)$. Выразим величину конечного давления через объемы и начальное давление, тогда $p_2 = V_2\frac{p_1}{V_1}$, отсюда $Q = 2(V_2^2\frac{p_1}{V_1} - p_1V_1) = 2p_1V_1((\frac{V_2}{V_1})^2 - 1) = 2\nu RT_1(n^2 - 1)$. Выразим величину отношения плотностей газа: $n = \sqrt{1 + \frac{Q}{2\nu RT_1}}$ = 2 раза.

Система оценивания задания:

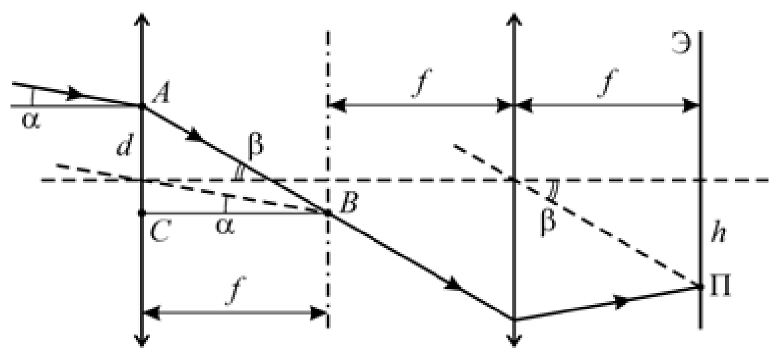
Баллы	Критерии оценивания
1 балл	Верно записано соотношение плотностей как отношение объемов газа
1 балл	Верно записан первый закон термодинамики
1 балл	Верно записано соотношение для изменения внутренней энергии
1 балл	Использовано уравнение Менделеева-Клапейрона для выражения изменения внутренней энергии через давление и объем газа
1 балл	Указано на геометрический смысл работы газа
1 балл	Изображен графически процесс 1-2 в осях pV
1 балл	Верно записано условие о прямой пропорциональности между давлением и объемом газа
1 балл	Записано верное соотношение для количества теплоты, полученной газом, через давления и объемы в процессе 1-2

1 балл	Получено верное соотношение между количеством теплоты и отношением плотностей
1 балл	Получено верное соотношение для n и его численное значение

Задание 3. Две одинаковые тонкие собирающие линзы с фокусным расстоянием f = *10 см* каждая расположены на расстоянии *2f = 20 см* друг от друга так, что их главные оптические оси совпадают. На одну из линз на расстоянии d = *0,5* см от главной оптической оси падает узкий параллельный пучок света, идущий под углом α = *0,05 рад* к главной оптической оси. За второй линзой в ее фокальной плоскости расположен экран Э. Постройте ход узкого параллельного пучка света через линзы, показав на рисунке траекторию пучка, а также выполнив необходимые дополнительные построения. Определите, на каком расстоянии от главной оптической оси будет находиться на экране световое пятно, образованное прошедшим через обе линзы пучком.



Возможное решение задания. Ход узкого параллельного светового пучка через линзы представлен на рисунке, где сплошными линиями со стрелками показана траектория пучка, пунктирными линиями – главная и побочные оптические оси, штрихпунктирной линией – фокальные плоскости линз. Расстояние от главной оптической оси до светлого пятна *П* на экране *Э* равно $h = f\,\mathrm{tg}\beta$, где β – угол, который пучок составляет с главной оптической осью после прохождения через первую линзу. Из треугольника *ABC* найдем tgβ: $tg\,\beta = \frac{f tg\alpha + d}{f} = tg\alpha + \frac{d}{f}$. Тогда можно найти расстояние до светового пятна на экране от оптической оси: $h = f\,\mathrm{tg}\beta = f\,\mathrm{tg}\alpha + d$. Так как по условию угол α мал, можно считать, что $\mathrm{tg}\alpha \approx \alpha$, то $h \approx f\,\alpha + d = 1$ см.



Система оценивания задания:

Баллы	Критерии оценивания
2 балла	Верно изображен ход узкого пучка параллельных лучей до второй линзы с опорой на дополнительные построения
2 балла	Верно изображен ход узкого пучка параллельных лучей от второй линзы до экрана с опорой на дополнительные построения
2 балла	Записано соотношение для определения tgβ
1 балл	Использован метод приближенных вычислений при малых углах
2 балла	Получено верное соотношение для определения расстояния
1 балл	Верно рассчитано расстояние от главной оптической оси до светлого пятна на экране

Задание 4. Веревка массой m и длиной L переброшена через небольшой легкий блок и уравновешена. От легкого толчка блок начинает вращаться. Определите скорость v веревки и силу F, с которой она давит на блок, в тот момент, когда с одной стороны

блока свешивается часть веревки длиной $x > \frac{L}{2}$. При решении задачи трением в блоке можно пренебречь.

Возможное решение задания. Выберем нулевой уровень на высоте блока и запишем закон сохранения энергии, так как трение в блоке отсутствует. Первоначально, когда веревка уравновешена её потенциальная энергия составляет $E_n = -\frac{mgL}{4}$. Кинетическая энергия у веревки отсутствует. Масса более длинной части веревки в момент, когда свешивается часть длиной более половины от общей длины, составляет $m\frac{x}{L}$, а центр её тяжести находится на $\frac{x}{2}$ ниже блока. Тогда потенциальная энергия большей свешивающейся части веревки $-\frac{mgx^2}{2L}$. Потенциальная энергия всей веревки в этот момент $E_п = -\frac{mgx^2}{2L} - \frac{mg(L-x)^2}{2L}$. Запишем закон сохранения энергии: $-\frac{mgL}{4} = -\frac{mgx^2}{2L} - \frac{mg(L-x)^2}{2L} + \frac{mv^2}{2}$, $v\sqrt{\frac{g}{2L}(L^2+4x^2-4Lx)} = \sqrt{\frac{2g}{L}}(x-\frac{L}{2})$. Для определения силы, действующей на блок, отметим, что она равна удвоенной силе натяжения веревки у блока. В каждый момент времени вес частей веревки одинаков и равен $T = m\frac{x}{L}(g-a)$ независимо от соотношения длин свешивающихся частей веревки. Отсюда $F = 2m\frac{x}{L}(g-a)$. Если записать второй закон Ньютона для центра масс меньшей части веревки и выразить ускорение, получим $a = g(\frac{2x}{L} - 1)$. Тогда для силы, действующей на блок: $F = 4mg\frac{x(L-x)}{L^2}$.

Система оценивания задания:

Баллы	Критерии оценивания
2 балла	Верно записана потенциальная энергия для начального момента времени
2 балла	Верно записана сумма потенциальных энергий для момента времени свешивания более чем половины длины веревки
1 балл	Верно записан закон сохранения энергии и получена окончательная формула для скорости
2 балла	Верно указано на равенство силы, действующей на блок, весу веревки
2 балла	Верно определено соотношение для ускорения веревки
1 балл	Верно записано окончательное соотношение для силы, действующей на блок, со стороны веревки

Задание 5. На занятии кружка по физике учащиеся определяли зависимость удельного сопротивления нихромовой проволоки от температуры. Первоначально в справочных материалах они нашли данные, представленные в таблице 1:

Таблица 1.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T, °C	20	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
ρ, мкОм·м	1,120	1,135	1,152	1,172	1,189	1,203	1,213	1,213	1,220	1,229	1,238	1,248

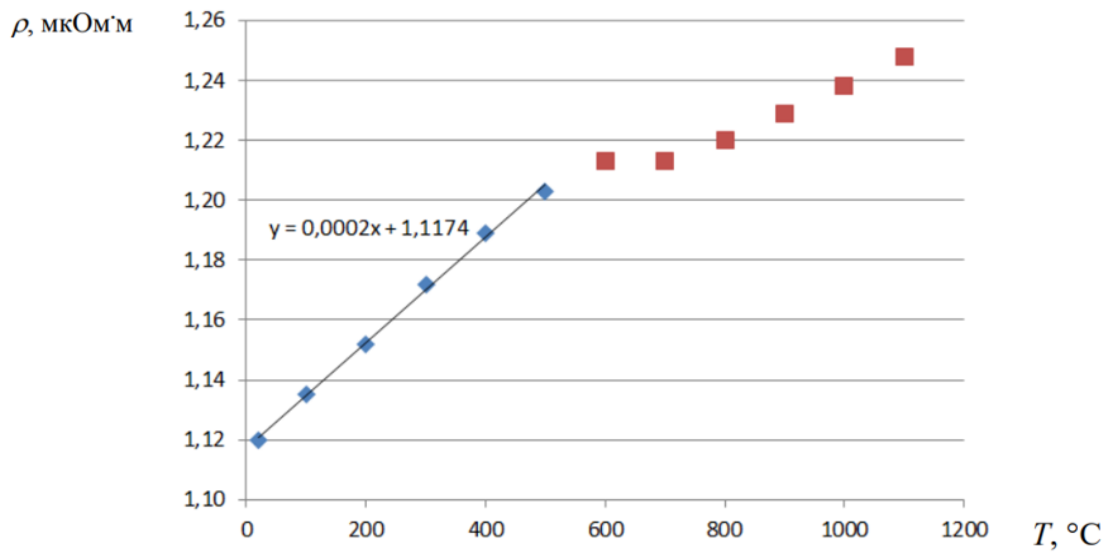
Учитель напомнил, что для металлов и их сплавов зависимость сопротивления от температуры определяется моделью, для которой верно следующее соотношение: $R = R_0(1 + \alpha\,(T - T_0)$, где α – температурный коэффициент сопротивления вещества, а также то, что соотношение тем точнее описывает зависимость удельного сопротивления проводника от температуры, чем точнее выполняется неравенство $\alpha\ \Delta T < 1$. Учащиеся определили значение температурного коэффициента сопротивления нихрома при комнатной температуре (20 °C). После этого для определения сопротивления куска нихромовой проволоки длиной (50,0±0,1) см провели измерения её диаметра микрометром, погрешность которого ±0,01 мм, для нескольких участков. Результаты представлены в таблице 2:

Таблица 2.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
d, мм	0,39	0,35	3,4	0,36	0,36	0,34	0,36	0,38	0,36	0,35	0,35

Определите, какие значения температурного коэффициента нихрома и сопротивления нихромовой проволоки получили учащиеся в своей работе, и оцените погрешность полученных результатов.

Возможное решение задания. Электрическое сопротивление проводника пропорционально удельному электрическому сопротивлению: $R = \frac{\rho l}{S}$. Тогда $\rho = \rho_0(1 + \alpha\ (T - T_0)$ или $\Delta\rho = \rho_0\alpha\Delta T$. Используя данные таблицы 1, построим график зависимости удельного сопротивления проволоки от температуры:



Тангенс угла наклона графика $tg\ \beta = \frac{\Delta\rho}{\Delta T}$. Из соотношения для удельного сопротивления температурный коэффициент $\alpha = \frac{tg\ \beta}{\rho_0}$. В начале графика выделяется линейный участок. Определим на нем температурный коэффициент: $\alpha = 1{,}57 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$. Определим величину сопротивления нихромовой проволоки. Так как $R = \frac{\rho l}{S}$, с учетом соотношения для площади круга получим $R = \frac{4\rho_0 l}{\pi d^2}$. При определении среднего значения диаметра отбрасываем результат измерений в опыте № 3, который явно относится к случайным ошибкам. Среднее значение диаметра проволоки составляет 0,36 мм. Отсюда $R = 5{,}50$ Ом.

Для оценки погрешности используем соотношение, $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$ где x_i – значение диаметра в измерении, X – среднее значение диаметра, n – число измерений. При расчете $S_d \approx 0{,}08$ мм, что меньше погрешности измерения в 0,01 мм. Найдем относительные погрешности измерения: для измерения длины $\varepsilon_l = \frac{S_l}{l} =$

0,0002, для измерения удельного сопротивления $\varepsilon_\rho = \frac{S_\rho}{\rho} \approx 0{,}001$; для измерения площади сечения $\varepsilon_S = 2\varepsilon_d = 2\frac{S_d}{d} \approx 0{,}056$. Как видно, погрешность измерения диаметра проволоки вносит максимальный вклад, две другие можно не учитывать, так как разница составляет более одного порядка. Тогда $\Delta R = R\varepsilon_R \approx 0{,}3$ Ом и отсюда R= (5,5±0,3) Ом.

Система оценивания задания:

Баллы	Критерии оценивания
1 балл	Построен график зависимости удельного сопротивления от температуры
1 балл	Записано теоретическое соотношение между удельным сопротивлением и температурой
2 балла	Определено соотношение для определения удельного сопротивления
1 балл	Найдено числовое значение удельного сопротивления нихрома
1 балл	Определено среднее значение диаметра проволоки
1 балл	Найдено верное числовое значение сопротивления проволоки
2 балла	Описан верный метод определения погрешности косвенного измерения
1 балл	Найдена относительная погрешность измерения сопротивления