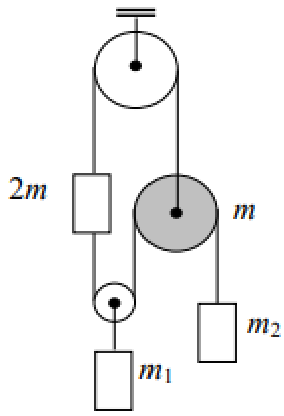
Задача 1. Система состоит из нескольких грузов, подвешенных на невесомых нитях, перекинутых через невесомые и один массивный (выделен серым цветом) блоки. Масса $m = 1{,}0$ кг. Определите, при каких значениях масс m_1 и m_2система будет находиться в равновесии. Трения в осях блоков нет.



Возможное решение

Обозначим силу натяжения верхней нити за T1, а нижней за T2. Тогда условия равенства нулю суммы вертикальных сил, действующих на элементы системы, примут вид:

1) для груза m_2: $m_2g = T2$

2) для блока m: $mg = T_1 - 2T_2$

3) для груза m_1: $m_1g = 2T_2$

4) для груза $2m$: $2mg = T_1 - T_2$

Решая систему уравнений, получим: $m_1 = 2m = 2$ кг, $m_2 = m = 1$ кг.

Критерии оценивания

1. Условие равновесия груза m_2	2 балла
2. Условие равновесия блока m	2 балла
3. Условие равновесия груза m_1	2 балла
4. Условие равновесия груза $2m$	2 балла
5. Решение системы уравнений и получение численного ответа	2 балла

Задача 2. В горизонтальном цилиндре находятся два одинаковых подвижных поршня с пружинами, отличающимися по жёсткости в 2 раза. Когда между поршнями газа нет, пружины не деформированы (Рис. 1). В пространство между поршнями закачивают идеальный газ. Через некоторое время расстояние между поршнями стало равным $l_0 = 6$ см (Рис. 2). Определите, на сколько сместится каждый поршень, если температуру газа медленно увеличить в 2 раза. Трения в системе нет. Атмосферным давлением на Луне пренебречь.

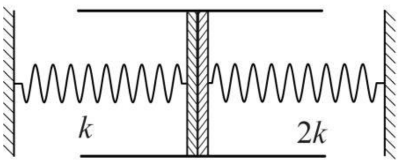


Рис. 1

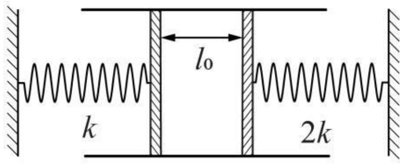


Рис. 2

Возможное решение.

В состоянии механического равновесия сила давления газа на поршень равна силе упругости пружины (для каждого поршня). Значит деформация более жёсткой пружины всегда в 2 раза меньше деформации менее жёсткой.

$$\Delta x_k = 2\Delta x_{2k}$$

В состоянии на рис. 2. суммарная деформация пружин равна $l_0 = 6$ см.
Параметры газа (P_0, V_0, T_0) для этого состояния описываются уравнениями:

$$\begin{cases} P_0 S = 2\Delta x \\ V_0 = S l_0 \\ P_0 V_0 = \nu R T_0 \end{cases} \quad (1)$$

где k - жёсткость слабой пружины, Δx - деформация пружины $2k$, S - площадь поршней, ν - количество газа. Так как полная деформация пружин $\Delta x + 2\Delta x = l_0$, $\Delta x = \frac{l_0}{3}$.

После увеличения температуры в 2 раза параметры газа (P, V, T) будут описыватьсяуравнениями:

$$\begin{cases} PS = 2k\left(\frac{l_0}{3} + \frac{\Delta l}{3}\right) \\ V = S(l_0 + \Delta l) \\ PV = 2\nu RT \end{cases} \quad (2)$$

где Δl - изменение расстояния между поршнями.

Подставим выражения да давлений и объёмов вуравнение для Δl:

$$PV = P_0 V_0$$

и получим квадратное

$$\frac{2}{3}\Delta l^2 + \frac{4}{3} l_0 \Delta l - \frac{2}{3} {l_0}^2 \qquad (3)$$

Его решением являются 2 корня $\Delta l = l_0\left(-1 \pm \sqrt{2}\right)$ из которых нас интересует только положительный. С учётом того, что Δl - это суммарное смещение поршней, а сами смещения связаны соотношением $\Delta x_k = 2\Delta x_{2k}$, получим

$$\Delta x_k = \frac{2l_0(\sqrt{2}-1)}{3} \approx 1{,}66 \text{ см}$$

$$\Delta x_{2k} = \frac{l_0(\sqrt{2}-1)}{3} \approx 0{,}83 \text{ см}$$

Критерии оценивания.

1) Получена связь удлинений пружин	1 балл
2) Записаны уравнения системы [1]	3 балла
по 1 баллу за каждое уравнение.	
3) Записаны уравнения системы [2]	3 балла
по 1 баллу за каждое уравнение.	
4) Получено уравнение [3]	1 балл
5) Найдена Δl (численно или формульно)	1 балл
6) Найдены смещения пружин (численно)	1 балл
по 0,5 баллов за каждое смещение.	

Примечания к критериям.

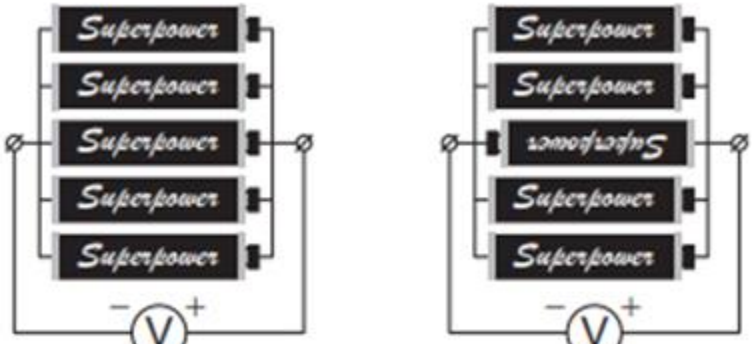
1) Правильно решённая неавторским методом задача оценивается в 10 баллов.

2) Распределение баллов при альтернативном решении должно быть таким:

a)	Получение системы уравнений достаточных для решения задачи	7 баллов
b)	Аналитическое решение системы	2 балла
c)	Численный ответ	1 балл

Задача 3. Параллельное соединение.

Блок из пяти одинаковых батареек, соединённых **параллельно** (рис.3а), даёт на выводах напряжение U_0. Какое напряжение будет давать тот же блок, в котором у одной батарейки перепутана полярность (рис.3б)? Напряжение на выводах блока из батареек в обоих случаях измеряется идеальным вольтметром. Считать, что ЭДС батарейки не меняется со временем. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

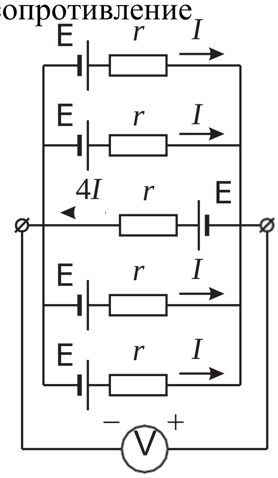


а) б)

Рис. 3

Ответ: $3U_0/5$.

Решение: Пусть ЭДС одной батарейки равна $\mathcal{E}$, а её внутреннее сопротивление — r. В первом случае токи через батарейки не текут, поэтому напряжение на каждой батарейке равно ЭДС, $U_0 = \mathcal{E}$. Рассмотрим теперь второй случай. Нарисуем схему (рис.) и изобразим на ней токи, текущие через батарейки. В силу симметрии, все токи, текущие через батарейки с правильной полярностью, равны I. Так как ток через идеальный вольтметр не течёт, то через батарейку с обратной полярностью течёт ток $4I$. Запишем 2ое правило Кирхгофа для любого контура, содержащего батарейки и с правильной, и с обратной полярностями:



$$2E = Ir + 4Ir \quad \rightarrow \quad Ir = \frac{2\mathcal{E}}{5}$$

Отсюда получаем, что напряжение на выводах батарейного блока во втором случае равно

$$U = \mathcal{E} - Ir = \frac{3\mathcal{E}}{5} = \frac{3U_0}{5}$$

Примечание: Тот же ответ получится, если использовать формулу $U = -(\mathcal{E} - 4Ir)$, где минус появляется из-затого, что полярность средней батарейки противоположна полярности вольтметра.

Критерии:

1) Найдена ЭДС одной батарейки 2 балла

2) Записана связь между токами во втором случае 2 балла

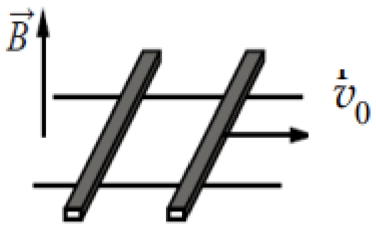
3) Записана связь между $\mathcal{E}$ и силой тока через батарейку (например, второе правило Кирхгофа) 3 балла

4) Найдено напряжение на выводах во втором случае 3 балла

Указание проверяющим: Обратите внимание на то, что соединение батареек в решении должно быть именно **параллельным**. Решение, в котором рассматривается только **последовательное** соединение источников, должно оцениваться в ноль баллов, независимо от полученного ответа.

Задача 4. По горизонтально расположенным гладким рельсам с пренебрежимо малым сопротивлением могут скользить два одинаковых стержня массой m и сопротивлением единицы длины ρ каждый. Расстояние между рельсами L. Рельсы со стержнями находятся в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией B. В начальный момент времени первому из покоящихся стержню сообщают скорость v_0 вдоль рельс. Какое количество теплоты выделится в стержнях за время движения? Какой заряд пройдет за это время по стержням?

Считать, что оба стержня движутся параллельно друг другу и расположены всегда перпендикулярно рельсам. Самоиндукцией контура пренебречь.



Возможное решение

1. ЭДС индукции, возникающая в контуре при движении стержней:

$$\mathcal{E}_i = (v_1 - v_2)LB \quad (1)$$

Ток в контуре $I = \frac{\mathcal{E}_i}{2\rho L} = \frac{(v_1 - v_2)LB}{2\rho L}$ (2)

2. Второй закон Ньютона для стержней

1: $ma_1 = -F_A = -IBL$ (3)

2: $ma_2 = F_A = IBL$

Значит первый стержень тормозится, а второй ускоряется.

Когда скорости стержней выровняются, ток, согласно (2) прекратится, силы Ампера обратятся в нуль. Далее стержни двигаются равномерно с одинаковыми скоростями.ЭДС в контуре не возникает. Ток отсутствует.

3. Если сложить уравнения (3),то

$$m(a_1 + a_2) = \Delta(mv_1 + mv_2)/\Delta t = 0$$

Значит, полный импульс системы сохраняется.По закону сохранения импульса

$$mv_0 = 2mv_{\text{кон}}$$
$$v_{\text{кон}} = \frac{v_0}{2}$$

Количество теплоты, выделившееся в проводниках

$$Q = \Delta E_{\text{кин}} = \frac{mv_0^2}{2} - 2\frac{mv_{\text{кон}}^2}{2} = \frac{mv_0^2}{4}$$

4. Второй закон Ньютона для второго стержня

$$ma_2 = m\frac{\Delta v_2}{\Delta t} = F_A = IBL = \frac{\Delta q}{\Delta t}BL$$

Т.к. это соотношение выполняется для любых промежутков времени, суммируя

Получим

$$q = \frac{m\Delta v_2}{BL} = \frac{m(v_{2\text{кон}} - 0)}{BL} = \frac{mv_0}{2BL}$$

Критерии оценивания

1. Пункт 1. – **1 балл**.
2. Пункт 2 – **2 балла**.
3. Получено выражение для установившейся скорости – **2 балла**.
4. Получено выражение для выделившейся теплоты – **2 балла**.
5. Найдена величина протекшего заряда – **3 балла**

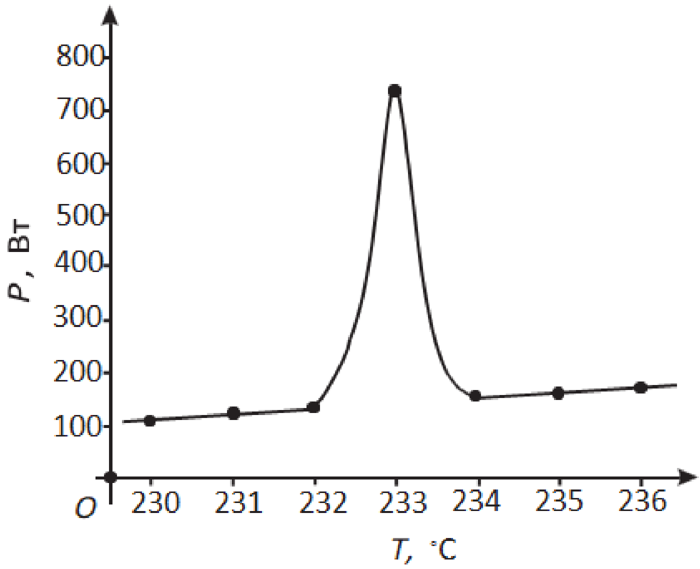
Задача 5. Электронагреватель обеспечивает постоянную скорость нагрева образца $\frac{\Delta T}{\Delta t} = 1\frac{{}^\circ\text{C}}{c}$.Исследовалось нагревание образца массой m = 10 г. В эксперименте измерялась мощность P , потребляемая нагревателем, как функция температуры T . Результаты измерений представлены в таблице:

T, ◦C	230	231	232	233	234	235	236
P , Вт	111	123	130	737	155	159	171

В течение эксперимента образец расплавился. Найти для него удельную теплоту плавления и температуру плавления.

Решение:

Представим результаты эксперимента в виде графика.



Из рисунка видно, что мощность нагревателя резко увеличивается вблизи точки $T = T_1 = 233$ °C. Это можно объяснить тем, что в интервале температур от 232 °C до 234 °C происходит плавление образца. Таким образом, температура плавления приблизительно равна $T_1 = 233$ °C. Для вычисления удельной теплоты плавления применим закон изменения энергии за единичный промежуток времени вблизи температуры T вдали от T_1:

$$P = Q_1 + k(T - T_0),$$

где Q_1 — количество теплоты, которая в единицу времени идёт на нагревание установки с образцом, второе слагаемое — количество теплоты, отдаваемое в окружающую среду, температура которой T_0, а k — некоторая постоянная.

Мощность нагревателя при плавлении, как следует из эксперимента, дополнительно возрастает на величину $\Delta P = 596$ Вт. Это происходит в течение времени Δt нагревания от 232 °C до 233 °C. За это время «избыточное количество теплоты, отдаваемое нагревателем, расходуется на плавление образца, то есть:

$$\Delta P \Delta t = \lambda m, \text{ откуда } \lambda = \frac{\Delta P \Delta T}{\frac{\Delta T}{\Delta t} m}$$

Полагая $\Delta T = 1$ °C, находим $\lambda = 60 \ \frac{кДж}{кг}$

Критерии оценивания

1. Построен график и подписаны оси – 2 балла
2. Найдено, в каком интервале температур происходит плавление – 2 балла
3. Записан закон изменения энергии за единичный промежуток времени – 2 балла
4. Записан закон для плавления образца и числено найден удельная теплота плавления – 4 балла