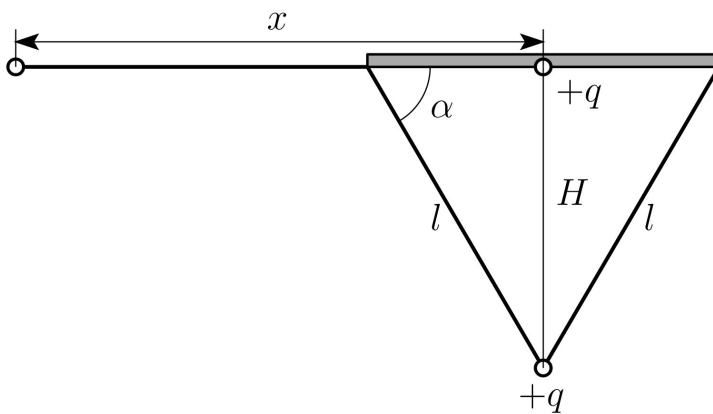


Задача 1. Шарик $+q$

Шарик массы $m = 1$ г подвешен к концам горизонтальной балки за две нерастяжимых нити равной длины $l = 0,1$ м, угол между нитями и балкой равен $\alpha = 60^\circ$. Шарик заряжают зарядом $+q$, а ровно над ним на той же балке закреплен такой шарик с зарядом $+q$. После того как одну из нитей перерезают, шарик движется так, что при максимальном отклонении от начального положения нить располагается горизонтально. Найти заряд шарика q и силу натяжения нити T до перерезания нити.

Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с², постоянная в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

Решение



Вначале найдем заряд q через закон сохранения энергии:

$$-mgH + \frac{kq^2}{H} = \frac{kq^2}{x},$$

где H — расстояние между шариками, оно же расстояние от первого шарика до балки, $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$, x — расстояние между шариками в положении крайнего отклонения.

$$H = l \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}l.$$

$$x = l + l \cos(60^\circ) = l + \frac{l}{2} = \frac{3}{2}l.$$

Подставим в закон сохранения энергии, получим:

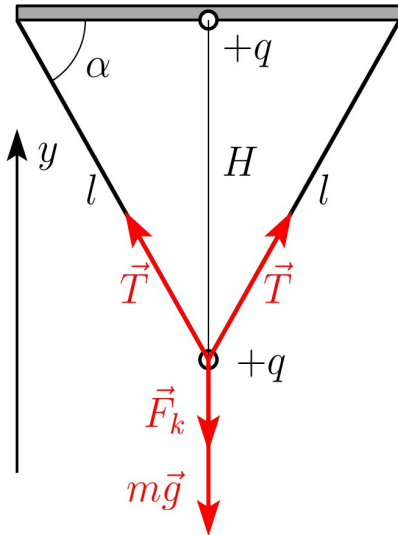
Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 11 класс

$$-mg \frac{\sqrt{3}}{2}l + \frac{kq^2}{\frac{\sqrt{3}l}{2}} = \frac{kq^2}{\frac{3l}{2}}.$$

После преобразований получаем:

$$q^2 = \frac{3\sqrt{3}mgl^2}{4k(\sqrt{3}-1)} = \frac{3(3+\sqrt{3})mgl^2}{8k}$$

$$q = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}mgl^2}{4k(\sqrt{3}-1)}} = \sqrt{\frac{3(3+\sqrt{3})mgl^2}{8k}} \approx 140 \text{ нКл.}$$



Теперь вычислим силу натяжения T нити до разрыва. Запишем условие равновесия шарика, направив ось Oy против силы тяжести:

$$Oy: -mg + 2T \sin(60^\circ) - \frac{kq^2}{H^2} = 0.$$

$$-mg + \sqrt{3}T - \frac{kq^2}{\left(\frac{\sqrt{3}l}{2}\right)^2} = -mg + \sqrt{3}T - \frac{4kq^2}{3l^2} = 0.$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(mg + \frac{4kq^2}{3l^2} \right).$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 11 класс

При подстановке найденного выражения для заряда получаем

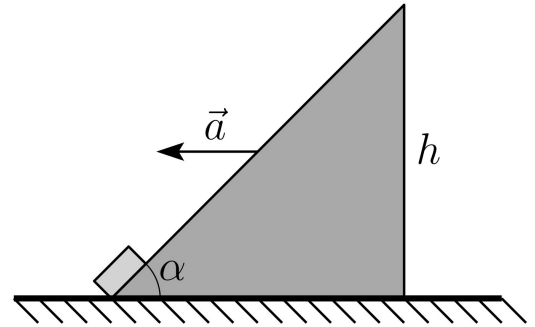
$$T = mg \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} \right) = \frac{mg}{2} \left(1 + \frac{5\sqrt{3}}{6} \right) \approx 0,019 \text{ Н.}$$

Критерии оценивания Задачи 1 (Шарик +q)

№	Критерий	Значение	Балл
1	Записан закон сохранения энергии.	$-mgH + \frac{kq^2}{H} = \frac{kq^2}{x}$.	2
2	Сделан рисунок и показаны действующие силы.		1
3	Получено выражение для заряда q .	$q = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}mgl^2}{4k(\sqrt{3}-1)}}$.	1
4	Получено численное значение заряда q .	$q = 140 \text{ нКл.}$	2
5	Записано условие равновесия шарика на двух нитях в проекции на ось Oy .	$-mg + 2T \sin(60^\circ) - \frac{kq^2}{H^2} = 0.$	1
6	Получено выражение для силы натяжения T .	$T = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(mg + \frac{4kq^2}{3l^2} \right)$ или $T = mg \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} \right),$ или $T = \frac{mg}{2} \left(1 + \frac{5\sqrt{3}}{6} \right).$	1
7	Получено численное значение силы натяжения T .	$T = 0,019 \text{ Н.}$	2

Задача 2. Доска

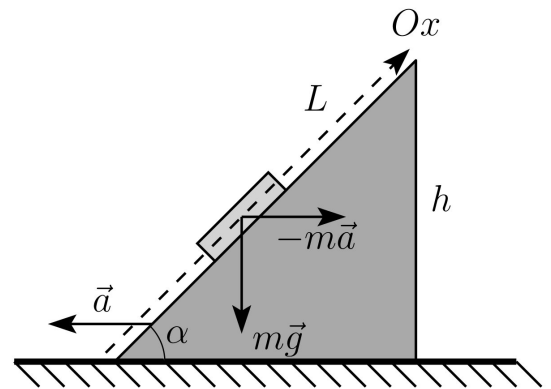
У основания гладкой наклонной плоскости высотой $h = 20$ см и с углом наклона к горизонту $\alpha = 45^\circ$ покоится шайба. В некоторый момент наклонная плоскость вместе с шайбой начинают двигаться с постоянным горизонтальным ускорением a . Определите минимальное значение ускорения a_1 , чтобы шайба начала подниматься по наклонной плоскости. Если ускорение плоскости будет $a_2 = 2a_1$, то какую скорость v будет иметь шайба в момент отрыва от наклонной плоскости? Скорость шайбы v определите относительно наклонной плоскости и относительно земли.



В момент времени $t = 0$ наклонная плоскость вместе с шайбой покоятся относительно неподвижной системы отсчета. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

Перейдём в неинерциальную систему отсчёта (НИСО), движущуюся вместе с наклонной плоскостью. В ней на шайбу будет действовать сила инерции $F_{\text{ин}} = ma$, направленная против направления движения плоскости в неподвижной системе отсчёта. При минимальном значении ускорения плоскости a_1 , необходимом для подъёма шайбы по доске, в НИСО шайба будет подниматься по доске с минимальным ускорением, т.е. равномерно. Введем ось Ox , направленную вдоль наклонной плоскости и запишем основное уравнение динамики



$$Ox: mg \sin(\alpha) = ma_1 \cos(\alpha) \rightarrow a_1 = g \operatorname{tg}(\alpha) = g = 10 \text{ м/с}^2. \quad (1)$$

Во втором случае, когда $a_2 = 2a_1 = 2g$, чтобы найти скорость $v_{\text{НИСО}}$ вылета шайбы с плоскости, удобно воспользоваться законом изменения полной

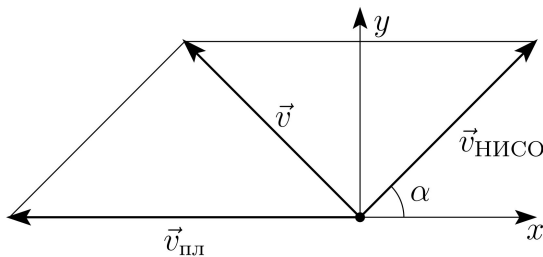
Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 11 класс

механической энергии шайбы: работа силы инерции равна изменению потенциальной и кинетической энергии шайбы. Найдём работы силы инерции

$$A_{\text{ин}} = ma_2 L \cos(\alpha) = ma_2 \frac{h}{\sin(\alpha)} \cos(\alpha) = ma_2 h = 2mgh, \quad (2)$$

$$A_{\text{ин}} = E_2 - E_1 = mgh + \frac{mv_{\text{НИСО}}^2}{2} = 2mgh \Rightarrow v_{\text{НИСО}} = \sqrt{2gh} = 2 \text{ м/с.}$$

Найденное значение $v_{\text{НИСО}}$ и является искомой скоростью шайбы в момент отрыва относительно наклонной плоскости. Для нахождения скорости шайбы относительно земли необходимо воспользоваться законом сложения скоростей: $\vec{v} = \vec{v}_{\text{НИСО}} + \vec{v}_{\text{пл}}$, где $\vec{v}_{\text{пл}}$ — скорость наклонной плоскости в момент отрыва. Для её нахождения необходимо найти время отрыва t_0 , тогда $v_{\text{пл}} = a_2 t_0 = 2gt_0$.



В НИСО шайба движется с постоянным ускорением a' , которое можно найти с помощью основного уравнения динамики:

$$ma' = ma_2 \cos(\alpha) - mg \sin(\alpha), \quad (3)$$

$$a' = a_2 \cos(\alpha) - g \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} g.$$

Тогда время $t_0 = \sqrt{\frac{2L}{a'}} = \sqrt{\frac{2h}{a' \sin(\alpha)}} = 2 \sqrt{\frac{h}{g}}$. Скорость плоскости в момент отрыва шайбы $v_{\text{пл}} = a_2 t_0 = 4\sqrt{gh}$. Тогда с учётом направления скорость шайбы в момент отрыва относительно земли

$$v = \sqrt{(v_{\text{НИСО}} \cos(\alpha) - v_{\text{пл}})^2 + (v_{\text{НИСО}} \sin(\alpha))^2},$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
 Свердловская область, Муниципальный этап, 11 класс

$$v = \sqrt{\left(\sqrt{2gh} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 4\sqrt{gh}\right)^2 + \left(\sqrt{2gh} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2},$$

и окончательно,

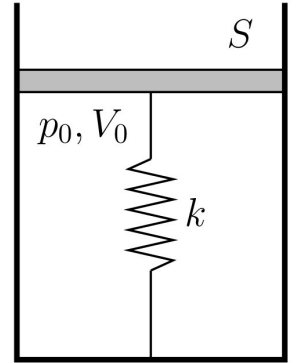
$$v = \sqrt{10gh} \approx 4,5 \text{ м/с.}$$

Критерии оценивания Задачи 2 (Доска)

№	Критерий	Значение	Балл
1	Идея перехода в НИСО.		1
2	Найдено ускорение плоскости, необходимое для подъёма шайбы.	$a_1 = g = 10 \text{ м/с}^2.$	2
3	Рассмотрен закон изменения полной механической энергии или записано основное уравнение динамики для движения.	Формулы (2) или (3).	1
4	Найдена скорость шайбы в момент отрыва в НИСО.	$v_{\text{НИСО}} = \sqrt{2gh} = 2 \text{ м/с.}$	2
5	Записан закон сложения скоростей.	$\vec{v} = \vec{v}_{\text{НИСО}} + \vec{v}_{\text{пл.}}$	1
6	Найдена скорость плоскости в момент отрыва.	$v_{\text{пл}} = 4\sqrt{gh}.$	1
7	Найдена скорость шайбы в момент отрыва относительно земли.	$v = \sqrt{10gh} \approx 4,5 \text{ м/с.}$	2

Задача 3. Сосуд

В сосуде под невесомым поршнем площади $S = 100 \text{ см}^2$ находится 1 моль идеального двухатомного газа. Поршень соединён с дном сосуда пружиной жёсткостью $k = 10 \frac{\text{Н}}{\text{см}}$. Изначально пружина не деформирована, начальный объём сосуда $V_0 = 10 \text{ л}$, начальное давление в сосуде равно атмосферному $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Газ в сосуде медленно нагревают, при этом поршень смещается вверх на $\Delta h = 10 \text{ см}$. Найти изменение температуры ΔT газа в сосуде, работу газа A и переданное ему количество теплоты Q . Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.



Решение

Запишем условие равновесия для поршня после нагревания сосуда ($p_a = p_0$ — атмосферное давление):

$$p = p_a + \frac{k\Delta h}{S} = p_0 + \frac{k\Delta h}{S}. \quad (1)$$

Далее запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для 1 моля газа в начальном и конечном состоянии:

$$\begin{aligned} p_0 V_0 &= RT_0, \\ pV &= RT. \end{aligned}$$

Вычтя из второго уравнения первое, получим

$$pV - p_0 V_0 = \left(p_0 + \frac{k\Delta h}{S} \right) (V_0 + \Delta h S) - p_0 V_0 = R\Delta T.$$

Отсюда найдём изменение температуры газа в результате нагревания

$$\Delta T = \frac{1}{R} \left(\frac{k\Delta h V_0}{S} + p_0 S \Delta h + k (\Delta h)^2 \right) \approx 25,3 \text{ К}. \quad (2)$$

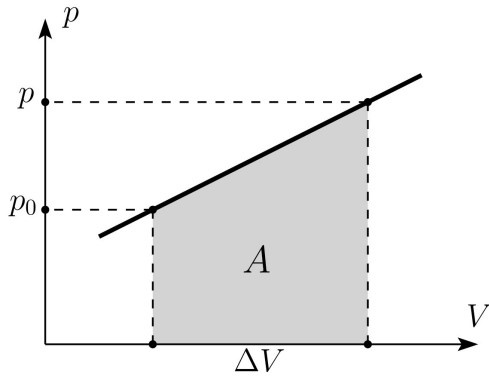
Вычисление работы газа можно сделать разными способами. Выясним характер зависимости давления газа от его объёма, воспользовавшись уравнением (1):

$$p(V) = p_0 + \frac{k\Delta h}{S} = p_0 + \frac{k\Delta h S}{S^2} = p_0 + \frac{k\Delta V}{S^2},$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 11 класс

$$p(V) = p_0 + \frac{k}{S^2}(V - V_0) = \frac{k}{S^2}V + \left(p_0 - \frac{kV_0}{S^2}\right) = aV + b,$$

где a и b — постоянные. Отсюда видно, что давление линейно зависит от объёма газа в сосуде.



Учитывая, что работа газа равна площади под графиком $p(V)$, найдём

$$A = \frac{p_0 + p}{2} \Delta V = \frac{p_0 + p_0 + \frac{k\Delta h}{S}}{2} S\Delta h = \left(p_0 + \frac{k\Delta h}{2S}\right) S\Delta h = 105 \text{ Дж.} \quad (3)$$

Тот же результат для работы газа можно получить гораздо проще, заметив, что газ совершает работу против силы атмосферного давления снаружи сосуда и против сил упругости пружины, а работа сил упругости может быть вычислена как убыль потенциальной энергии пружины $\frac{kx^2}{2}$:

$$A = A_{\text{атм}} + A_{\text{упр}} = p_a S\Delta h + \frac{k(\Delta h)^2}{2} = p_0 S\Delta h + \frac{k(\Delta h)^2}{2} = 105 \text{ Дж.}$$

Вычислим изменение внутренней энергии 1 моля идеального двухатомного газа:

$$\Delta U = \frac{5}{2} R\Delta T = \frac{5}{2} \left(\frac{k\Delta h V_0}{S} + p_0 S\Delta h + k(\Delta h)^2 \right) = 525 \text{ Дж.}$$

Применив первое начало термодинамики, определим количество теплоты, переданное газу:

$$Q = \Delta U + A = 630 \text{ Дж.} \quad (4)$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
 Свердловская область, Муниципальный этап, 11 класс

Критерии оценивания Задачи 3 (Сосуд)

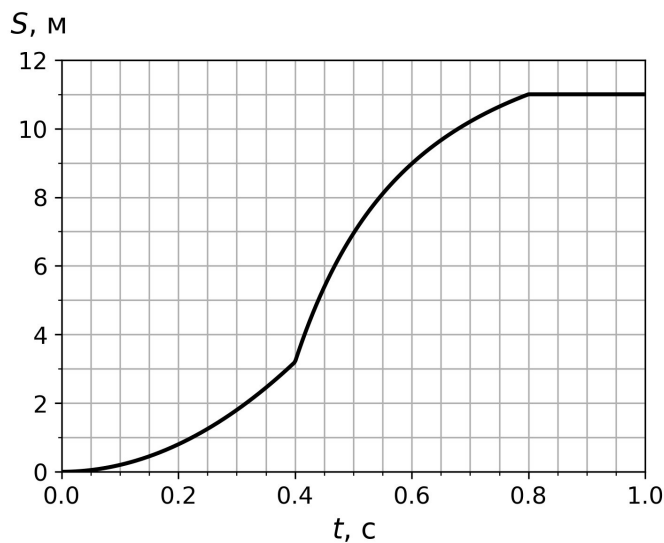
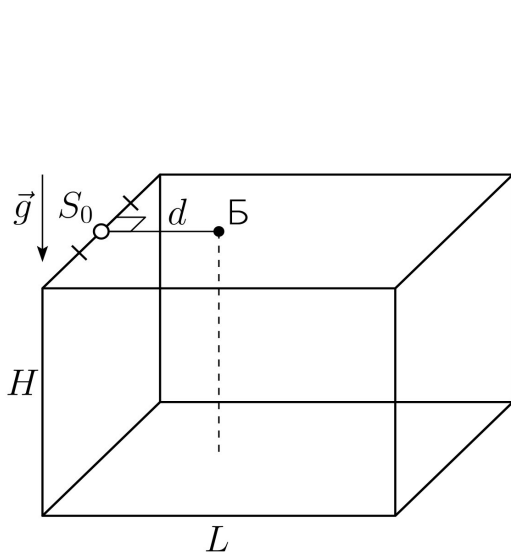
№	Критерий	Значение	Балл
1	Записано условие равновесия для поршня.	$p = p_0 + \frac{k\Delta h}{S}$.	1
2	Применено уравнение Менделеева-Клапейрона для состояния газа в сосуде.	$pV = RT$.	1
3	Найдено изменение температуры газа в сосуде с точностью не хуже $\pm 0,5$ К.	$\Delta T \approx 25,3$ К.	2
4	Идея нахождения работы газа: 1) показано, что давление газа линейно зависит от его объёма (сказано в тексте или показан график) и указано, что работу газа можно найти как площадь под графиком $p(V)$ или 2) показано, что работу газа можно найти с помощью работы силы давления воздуха снаружи сосуда и потенциальной энергии сжатой пружины.		2
5	Найдена работа газа с точностью не хуже ± 1 Дж.	$A = 105$ Дж.	2
6	Найдено изменение внутренней энергии газа с точностью не хуже ± 1 Дж (балл ставится, если явное значение ΔU не получено, но выражение для ΔU входит в формулу для Q и получено верное значение Q).	$\Delta U = 525$ Дж.	1
7	Найдено количество теплоты, полученное газом с точностью не хуже ± 1 Дж.	$Q = 630$ Дж.	1

Задача 4. Путь тени

В комнате высотой H и длиной L посередине ребра между потолком и стеной находится точечный источник света S_0 , как показано на рисунке. Из точки, находящейся на перпендикуляре к ребру на расстоянии d от источника, без начальной скорости начинает падать болт Б. На рисунке также приведён график пути, пройденного тенью болта от источника S_0 по стене и полу, в зависимости от времени t от начала падения болта.

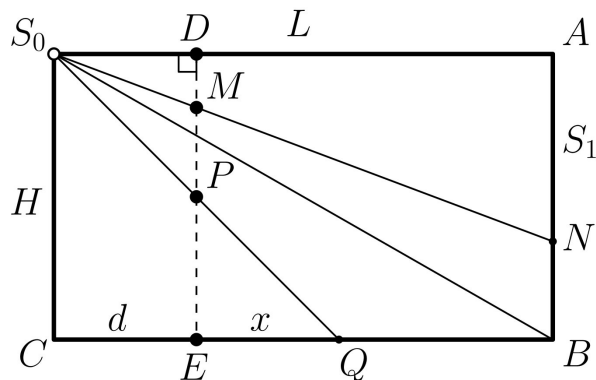
1. Выведите формулы для зависимости пройденного тенью пути от времени в случае, когда тень движется по стене ($S_1(t)$), и в случае, когда тень движется по полу ($S_2(t)$).
2. Найдите высоту H и длину L комнаты, расстояние d от источника света до исходного положения болта.

Ускорение свободного падения взять равным $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, размеры болта много меньше характерных размеров комнаты.



Решение

Проанализируем движение тени. На рисунке показано поперечное сечение комнаты. Пока болт не удался далеко от своего начального положения (болт находится в точке M), тень болта движется по стене AB (см. рисунок, на котором показано поперечное сечение комнаты). Путь болта S_1 в этом случае будет равен отрезку AN . Из подобия треугольников S_0DM и S_0AN получаем



$$\frac{AN}{DM} = \frac{S_0A}{S_0D} = \frac{L}{d'}$$

$$S_1(t) = AN = DM \frac{L}{d} = \frac{gt^2 L}{2d}. \quad (1)$$

После того как болт пересечёт диагональ комнаты S_0B , тень болта будет двигаться по полу (болт находится в точке P , тень — в точке Q). Обозначим расстояние от тени до точки падения болта как x . Тогда из подобных треугольников S_0CQ и PEQ получим

$$\frac{S_0C}{PE} = \frac{CQ}{EQ} \Rightarrow \frac{H}{H - \frac{gt^2}{2}} = \frac{d+x}{x} \Rightarrow x = d \left(\frac{2H}{gt^2} - 1 \right).$$

Путь тени в этом случае (с учётом пути H , пройденного по стене AB) равен

$$S_2(t) = H + QB = H + L - (d + x) = H + L - \frac{2Hd}{gt^2}. \quad (2)$$

Момент t_0 перехода тени со стены на пол соответствует прохождению тени пути, равного высоте комнаты, откуда можно найти t_0 :

$$H = \frac{gt_0^2 L}{2d} \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2Hd}{gL}}.$$

После падения болта на пол в момент времени $t_k = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ положения тени и болта совпадают, пройденный тенью путь перестаёт меняться и будет равен $S_3 = AB + BE = H + L - d$.

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 11 класс

Теперь найдём величины H, L, d . Начиная с момента $t_k = 0,8$ с пройденный тенью путь перестал меняться, этот момент соответствует падению болта на пол. Тогда

$$H = \frac{gt_k^2}{2} = 3,2 \text{ м.}$$

По графику максимальный пройденный путь тени составляет 11 м. Это означает

$$H + L - d = 11 \text{ м, } \Rightarrow L - d = 7,8 \text{ м.}$$

Согласно формулам (1) и (2), график меняет свою форму (на графике появляется точка излома) в момент времени $t_0 = \sqrt{\frac{2Hd}{gL}} = \sqrt{\frac{d}{L}} t_k$. По графику $t_0 = 0,4$ с. Тогда

$$\frac{d}{L} = \left(\frac{t_0}{t_k}\right)^2 = \left(\frac{0,4}{0,8}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

$$L = 4d, \quad L - d = 4d - d = 3d = 7,8 \text{ м} \Rightarrow d = 2,6 \text{ м, } L = 10,4 \text{ м.}$$

Критерии оценивания Задачи 4 (Путь тени)

№	Критерий	Значение	Балл
1	Найдена формула для пути тени на стене.	$S_1(t) = \frac{gt^2}{2} \frac{L}{d}$.	1
2	Найдена формула для пути тени на полу.	$S_2(t) = H + L - \frac{2Hd}{gt^2}$.	2
3	Идея о том, что на графике появляется точка излома, когда болт пересекает диагональ прямоугольника, или в момент времени $t_0 = \sqrt{\frac{2Hd}{gL}}$.		1
4	Найдена высота комнаты H .	$H = 3,2 \text{ м.}$	2
5	Найдена длина комнаты L .	$L = 10,4 \text{ м.}$	2
6	Найдено расстояние d от источника света до исходного положения болта.	$d = 2,6 \text{ м.}$	2

Задача 5. Батарея из батареек

У школьника Миши есть набор одинаковых батареек с неизвестным ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r , резистор сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$ и амперметр. Чтобы определить ЭДС и сопротивление одной батарейки, Миша стал собирать последовательную цепь из n батареек, резистора R и амперметра и измерять зависимость силы тока от числа батареек n . В результате у него получилась следующая таблица

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$I, \text{ мА}$	75	129	169	200	225	245	262	277	289

- 1) Запишите формулу для силы тока I через \mathcal{E} , R , r и n и перепишите её в виде $y = \mathcal{E} - r \cdot x$. Определите выражения для x и y в этой формуле.
- 2) Постройте график $y(x)$ на имеющемся листе с сеткой и определите значения ЭДС \mathcal{E} и внутреннего сопротивления r одной батарейки.
- 3) Найдите максимальное значение силы тока в цепи $I_{\text{макс}}$ при неограниченном увеличении числа батареек n .

Амперметр считайте идеальным.

Решение

По закону Ома для полной цепи, состоящей из n источников тока с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r , сила тока в ней равна

$$I = \frac{\mathcal{E}n}{R + rn}. \quad (1)$$

Преобразовывая формулу (1), получим

$$I(R + rn) = \mathcal{E}n,$$

$$\frac{IR}{n} + rI = \mathcal{E},$$

$$\frac{IR}{n} = \mathcal{E} - r \cdot I.$$

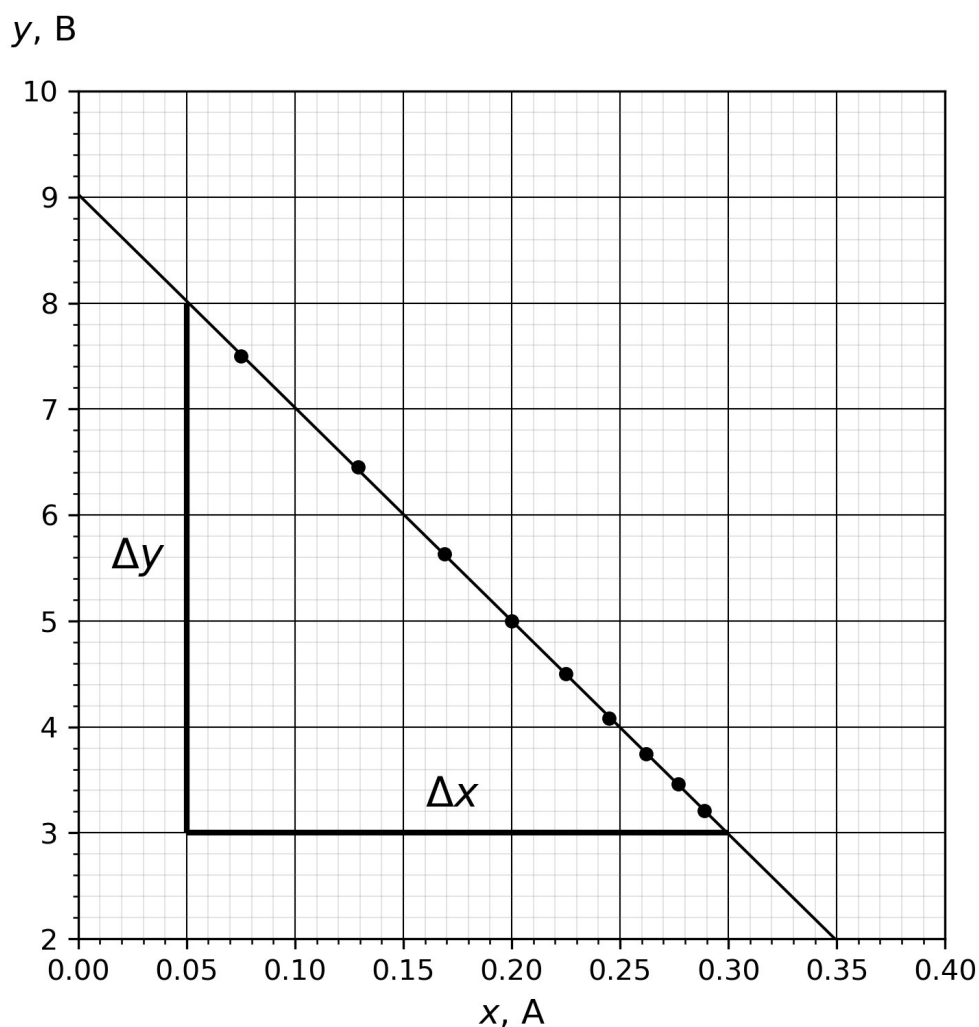
Последнюю формулу можно переписать в виде

$$y = \mathcal{E} - r \cdot x, \quad \text{где } x = I, y = \frac{IR}{n}. \quad (2)$$

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 11 класс

Графиком функции $y(x)$ является прямая линия, угловой коэффициент которой позволит определить внутреннее сопротивление r , а точка пересечения с осью Oy — ЭДС батарейки. Внесём значения x и y в таблицу.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x = I, \text{ A}$	0,078	0,138	0,186	0,225	0,257	0,284	0,307	0,327	0,345
$y, \text{ В}$	7,500	6,450	5,633	5,000	4,500	4,083	3,743	3,463	3,211



Из графика определяем

$$\mathcal{E} = 9 \text{ В}, \quad (3)$$

$$r = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| = \frac{8,0 - 3,0}{0,30 - 0,05} = 20 \text{ Ом}.$$

Для определения максимального тока вернёмся к формуле (1). Если n неограниченно возрастает, слагаемым R в знаменателе можно пренебречь по сравнению с rn , тогда

Всероссийская олимпиада школьников по физике 2023/24
Свердловская область, Муниципальный этап, 11 класс

$$I_{\text{макс}} = \frac{\mathcal{E}n}{R + rn} \approx \frac{\mathcal{E}n}{rn} = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{9 \text{ В}}{20 \text{ Ом}} = 0,45 \text{ А.} \quad (4)$$

Критерии оценивания Задачи 5 (Батарея из батареек)

№	Критерий	Значение	Балл
1	Используется закон Ома для полной цепи.	$I = \frac{\mathcal{E}n}{R + rn}$	1
2	Определены формулы для величин x, y в линейной зависимости $y = \mathcal{E} - r \cdot x$.	$x = I, y = \frac{IR}{n}$	3
3	Построен график функции $y(x)$, что включает в себя:		2 из них:
	подписаны оси,		0,5
	поставлены точки,		0,5
	выбран подходящий масштаб, чтобы график занимал не менее 80% места,		0,5
	проведена прямая.		0,5
4	Определена ЭДС \mathcal{E} с точностью не хуже $\pm 0,5 \text{ В}$.	$\mathcal{E} = 9 \text{ В}$.	1
5	Определено внутреннее сопротивление с точностью не хуже $\pm 1 \text{ Ом}$.	$r = 20 \text{ Ом}$.	1
6	Рассчитан максимальный ток в цепи с точностью не хуже $0,05 \text{ А}$.	$I_{\text{макс}} = 0,45 \text{ А}$.	2