11 класс

Задача 11.1. Шарик подвешен на нерастяжимой нити длиной l в поле силы тяжести с ускорением свободного падения g. С какой скоростью v надо потянуть точку подвеса в горизонтальном направлении, чтобы шарик совершил полный оборот в вертикальной плоскости?

Задача 11.2. Неидеальный газ, находившийся изначально в некотором исходном состоянии, адиабатически расширился, совершив при этом работу. Далее этот газ изохорно перевели в состояние с первоначальной температурой, а затем изотермическим процессом перевели в исходное состояние. Найдите работу $A_{\text{ад}}$, совершенную газом при адиабатическом расширении, если в изохорном процессе к нему было подведено количество теплоты Q, в изотермическом процессе газом была совершена работа A. Внутренняя энергия U и давление p неидеального газа заданы следующими выражениями: $U = \rho(T)V$ и $p = \dfrac{1}{3}\rho(T)$, где $\rho(T)$ является функцией только температуры, V - объём газа.

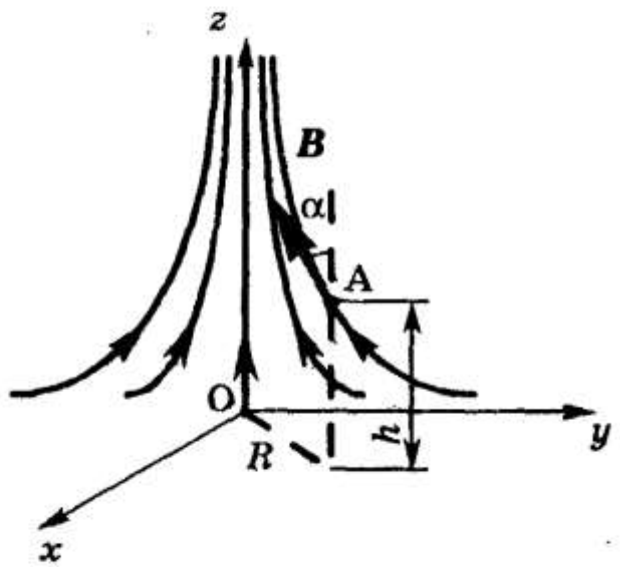
Задача 11.3. При подключении к батарейке резистора R через неё течёт ток I. При подключении к этой же батарейке резистора R, соединённого последовательно с неизвестным резистором, через неё течёт ток $3I/4$. Если же резистор R соединить с тем же неизвестным резистором параллельно и подключить к этой же батарейке, то через неё будет течь ток $6I/5$. Найдите сопротивление неизвестного резистора.

Задача 11.4. 1) Заряженный конденсатор ёмкости C замыкают на резистор, имеющий переменное сопротивление. Найти зависимость сопротивления резистора от времени, если ток через него остается постоянным до полной разрядки конденсатора. Начальное сопротивление резистора равно R_0.

2) Заряженный конденсатор переменной емкости замыкают на резистор, имеющий сопротивление R. Найти зависимость ёмкости от времени, если ток в цепи остается постоянным до полной разрядки конденсатора. Начальная ёмкость равна C_0.

Задача 11.5. Магнитное поле (см. рис.) симметрично относительно оси z, причём проекция вектора магнитной индукции $\vec{B}$ на ось z составляет $B_z(z) = B_0\left(1 + \dfrac{z}{h_0}\right)$.

Определите угол α между вектором $\vec{B}$ и осью z в точке А, лежащей на расстоянии R от оси z и на расстоянии h от плоскости xOy.



КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

11 класс

Задача 11.1

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Перейдем от лабораторной (неподвижной) системы отсчёта к системе отсчета, жёстко связанной с точкой подвеса. В этой системе точка подвеса неподвижна, а шарику сообщается начальная горизонтальная скорость υ, в результате чего он приходит во вращательное движение в вертикальной плоскости. При таком вращательном движении сила натяжения нити в любой точке траектории должна быть отлична от нуля, за исключением, может быть, верхней точки траектории, где она может обращаться в ноль.

В верхней точке на шарик действует сила тяжести mg и сила натяжения нити *T*, обе направленные вниз. Они создают центростремительное ускорение υ_1^2/l, где υ_1 — скорость шарика в верхней точке. По второму закону Ньютона

$$m\frac{\upsilon_1^2}{l} = mg + T \qquad (1)$$

Отсюда
$$T = m\left(\frac{\upsilon_1^2}{l} - g\right) \qquad (2)$$

Можно утверждать, что тело совершит полный оборот, если в верхней точке траектории $T \geq 0$, т. е. если $\upsilon_1^2 \geq gl$ (3)

Скорость υ_1 зависит от начальной скорости υ. Согласно закону охранения энергии

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} + 2mgl = \frac{m\upsilon^2}{2} \qquad (4)$$

Из (2) и (1) находим: $\upsilon^2 \geq 5gl$ (5)

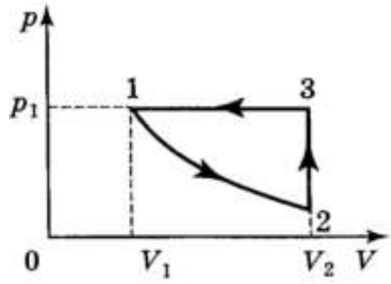
Итак, чтобы шарик совершил полный оборот, ему, или его точке подвеса, надо сообщить горизонтальную скорость удовлетворяющую условию $\upsilon \geq \sqrt{5gl}$. (6)

Примерные критерии оценивания	Баллы
Предложен переход к системе отсчета, связанной с точкой подвеса	2
Записан второй закон Ньютона (1)	2
Получено выражение для *T* (2)	1
Записан закон сохранения энергии (4)	2
Получен окончательный результат (6)	3

Задача 11.2

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)



Изобразим процесс в координатах $p-V$. На этом рисунке «$1\to2$» – адиабата, «$2\to3$» – изохора. Отметим что изотерма «$3\to1$» совпадает для данного уравнения состояния газа с изобарой, поскольку $p=\rho(T)/3=\text{const}$, если $T=\text{const}$.

Так как процесс замкнут, то изменение внутренней энергии за цикл рано нулю:

$$\Delta U_{12}+\Delta U_{23}+\Delta U_{31}=0 \qquad (1)$$

На изохоре работа A_{23}=0 и, следовательно, $\Delta U_{23}=Q_{23}=Q$ (2)

На изотерме, используя условия задачи, имеем:

$$\Delta U_{31}=U_1-U_3=\rho(T_1)(V_1-V_2)=-3(V_2-V_1)p_1=3A_{31}=3A \qquad (3)$$

Заметим, что при изотермическом сжатии газ совершает отрицательную работу: $A<0$.

На адиабате $Q_{12}=0$, следовательно, с учётом (1) и (2), получаем

$$A_{\text{ад}}=A_{12}=-\Delta U_{12}=\Delta U_{23}+\Delta U_{31}=Q+3A \qquad (4)$$

Примерные критерии оценивания	Баллы
Построен график процесса в координатах $p-V$	2
Записано соотношение (1)	1
Получено выражение (2)	2
Получено выражение (3)	3
Получен окончательный результат (4)	2

Задача 11.3

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Обозначим через ε – ЭДС батарейки, через r – её внутреннее сопротивление, а через R_x ~ искомое сопротивление неизвестного резистора. Запишем для каждого из трёх описанных в условии задачи случаев закон Ома для полной цепи:

$$\varepsilon=I(r+R) \qquad (1)$$

$$\varepsilon=\frac{3}{4}I\left(r+R+R_x\right) \qquad (2)$$

$$\varepsilon=\frac{6}{5}I\left(r+\frac{RR_x}{R+R_x}\right) \qquad (3)$$

Исключив ε, I и r, данную систему уравнений можно свести к квадратному уравнению относительно R_x: $R_x^2+RR_x-2R^2=0$ (4)

Решая его, находим, что $R_x=R$ (5)

Отметим, что данную задачу нельзя решать в предположении, что у источника отсутствует внутреннее сопротивление. Действительно, при этом получается система из трёх уравнений с двумя неизвестными, которая не имеет решений.

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записан закон Ома для первого случая(1)	1
Записан закон Ома для второго случая(2)	1
Записан закон Ома для третьего случая(3)	2
Получено квадратное уравнение (4)	4
Получен ответ задачи (5)	2

Задача 11.4

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

1) В соответствие с законом Ома в любой момент времени имеем

$$I=\frac{U(t)}{R(t)}=\text{const} \qquad (1)$$

Здесь $U(t)=\dfrac{q(t)}{C}$ (2)

Поскольку $I=\dfrac{dq(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad q(t)=q_0-I\cdot t$, (3)

где q_0 – начальное значение заряда конденсатора. Из (1) – (3) имеем

$$I=\frac{q(t)}{CR(t)}=\frac{q_0-I\cdot t}{CR(t)} \qquad (4)$$

В начальный момент времени из (4) $I=\dfrac{q_0}{CR_0}$ (5)

Приравнивая (4) и (5), окончательно получаем $R(t)=R_0-\dfrac{1}{C}t$ (6)

2) В соответствие с законом Ома в любой момент времени имеем

$$I=\frac{U(t)}{R}=\text{const} \qquad (7)$$

Здесь $U(t)=\dfrac{q(t)}{C(t)}$ (8)

Из (7) и (8) с учётом (3) имеем $IR=\dfrac{q_0-I\cdot t}{C(t)}$, (9)

а в начальный момент времени $IR=\dfrac{q_0}{C_0}$ (10)

Приравнивая (9) и (10), окончательно получаем $C(t)=C_0-\dfrac{1}{R}t$ (11)

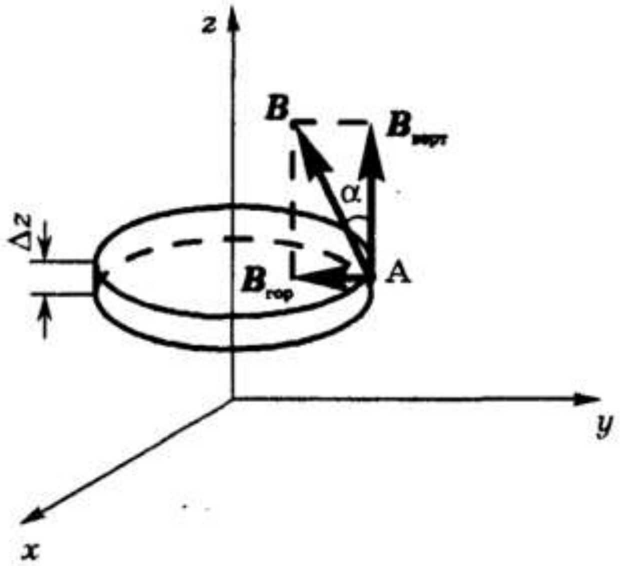
Примерные критерии оценивания	Баллы
Записаны выражения (1) и (2)	1
Получено выражения для заряда как функции времени (3)	2
Записаны: уравнение (4) и выражение (5)	1
Получен окончательный результат (6)	2
Записаны выражения (7) и (8)	1
Записаны: уравнение (9) и выражение (10)	1
Получен окончательный результат (11)	2

Задача 11.5

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Воспользуемся тем, что магнитное поле является вихревым, т.е. все линии магнитной индукции замкнуты. Следовательно, магнитный поток Φ через любую замкнутую поверхность равен нулю (количество входящих в поверхность и выходящих из нее наружу линий магнитной индукции одинаково). Рассмотрим проходящую через точку А замкнутую поверхность, имеющую форму цилиндра высотой Δz (см. рис.). Представим вектор магнитной индукции в точках на боковой поверхности цилиндра в виде суммы вертикальной и горизонтальной составляющих:



$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{верт}} + \vec{B}_{\text{гор}} \quad (1)$$

В данном случае $B_{\text{верт}} = B_z$.

Тогда $$\Phi = B_z(z+\Delta z)\cdot \pi R^2 - B_z(z)\cdot \pi R^2 - 2\pi R\cdot \Delta z \cdot B_{\text{гор}} \quad (2)$$

Поскольку $\Phi = 0$, из (2) получаем $$B_{\text{гор}} = \frac{R}{2\Delta z}\left(B_z(z+\Delta z) - B_z(z)\right) \quad (3)$$

Учитывая, что величина $$\frac{B_z(z+\Delta z)-B_z(z)}{\Delta z} \xrightarrow{\Delta z \to 0} \frac{dB_z(z)}{dz} \quad (4)$$

– представляет собой при малых Δz производную B_z по z, используя условия задачи, вычисляем $$\frac{dB_z(z)}{dz} = \frac{B_0}{h_0}, \quad (5)$$

и, с учётом (4) и (5), из (3) находим $$B_{\text{гор}} = \frac{RB_0}{2h_0}. \quad (6)$$

Следовательно (см. рис.), с учётом (6) и зависимости $B_z(z)$ из условий задачи, получаем

$$tg\alpha = \frac{B_{\text{гор}}}{B_{\text{верт}}} = \frac{B_{\text{гор}}}{B_z(h)} = \frac{R}{2(h_0+h)}. \quad (7)$$

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записано выражение для магнитного потока (2)	2
Выражена $B_{\text{гор}}$ (3)	1
Получено выражение для производной (4), (5)	3
Вычислена $B_{\text{гор}}$ (6)	2
Получен окончательный результат (7)	2