

ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО ФИЗИКЕ 2022 – 2023 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
11 КЛАСС

Задача 1

Локомотив массой m начинает двигаться со станции так, что его скорость меняется по закону $V = \alpha\sqrt{S}$, где α – постоянная, S – пройденный путь. Найти суммарную работу всех сил, действующих на локомотив, за первые t секунд после начала движения.

Решение

Суммарная работа всех сил можно найти по выражению

$$A = \int_1^2 \vec{F}_{\text{рез}} \cdot d\vec{S} = \int_1^2 m\vec{a}d\vec{S},$$

вектора ускорения a и малого перемещения dS сонаправленными, так локомотив движется по прямой, и увеличивая свою скорость. Полученная выражения для работы

$$A = \int_1^2 ma \cdot dS.$$

Для определения ускорения воспользуемся определением ускорения

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d(\alpha\sqrt{S})}{dt} = \alpha \frac{d(\sqrt{S})}{dt} = \alpha \frac{1}{2\sqrt{S}} \frac{dS}{dt},$$

где производную пройденного пути от времени можно заменить скоростью $V = \frac{dS}{dt}$. Получим

ускорение локомотива

$$a = \alpha \frac{1}{2\sqrt{S}} V = \alpha \frac{1}{2\sqrt{S}} \alpha\sqrt{S} = \frac{\alpha^2}{2}.$$

Полученное значение ускорения получилось постоянная, а следовательно работа будет равна

$$A = \int_1^2 ma \cdot dS = maS = m \frac{\alpha^2}{2} S,$$

где $S = \frac{at^2}{2} = \frac{\alpha^2 t^2}{4}$ – путь пройденный локомотивом в первые t секунд после начало движения.

Полученное значения суммарной работы всех сил действующих на локомотив получилось

$$A = m \frac{\alpha^2}{2} S = \frac{m\alpha^4 t^2}{8}.$$

Ответ: $A = \frac{m\alpha^4 t^2}{8}$.

Критерии оценивания

Определено, что ускорение постоянное	2
Найдено ускорение локомотива	3
Найдена суммарная работа всех сил	4
Найден ответ	1

Задача 2

Смесь двух одноатомных газов X и Y находится в объеме. Давление смеси p_0 , абсолютная температура T_0 . При повышении температуры смеси в ней происходит химическая реакция $nX + mY \rightarrow X_n Y_m$ с образованием газообразного соединения $X_n Y_m$. При температуре $T_1 = 3T_0$ все молекулы газов X и Y прореагировали. Давление получившегося газа при этой температуре равно

$p_1 = \frac{3}{4} p_0$. Определите возможные химические формулы соединения $X_n Y_m$ (т.е. значения индексов n и m). Все газы считайте идеальными.

Решение

Пусть в ходе реакции образовалось ν количества вещества соединения X_nY_m . Тогда до реакции было $n\nu$ вещества X и $m\nu - Y$, полное количество вещества в объеме до реакции $(n+m)\nu$. Запишем уравнение состояния идеального газа для первоначального состояния и для конечного

$$\begin{cases} p_0V = (n+m)\nu RT_0 \\ \frac{3}{4}p_0V = \nu R3T_0 \end{cases}$$

Решая полученную систему, найдем, что $n+m=4$. В результате реакции могут образоваться несколько возможных результатов

$$n=1 \quad m=3 \quad X_1Y_3$$

$$n=2 \quad m=2 \quad X_2Y_2$$

$$n=3 \quad m=1 \quad X_3Y_1$$

Ответ: $n=1 \quad m=3 \quad X_1Y_3$, $n=2 \quad m=2 \quad X_2Y_2$, $n=3 \quad m=1 \quad X_3Y_1$.

Критерии оценивания

Найдено соотношения количество вещества до и после реакции	2
Записаны уравнения состояния для двух состояний	4
Найдено условие для суммы индексов	2
Найдены возможные случаи	1
Найден ответ	1

Задача 3

Нелинейный элемент, напряжение на котором пропорционально квадрату текущего через него тока, подключают к идеальной батарейке напряжением U последовательно с вольтметром. Показания вольтметра при этом оказываются равными $U/2$. Затем параллельно нелинейному элементу подключают еще один такой же вольтметр. Определите показания вольтметров в новой схеме.

Решение

Пусть ВАХ (вольтамперная характеристика) нелинейного элемента имеет вид

$$U = \alpha I^2,$$

где α – неизвестный коэффициент. В первой схеме подключения падение напряжения на вольтметре равно $U/2$, значит, на нелинейном элементе равно

$$U - \frac{U}{2} = \frac{U}{2}.$$

Тогда через него течет ток $I = \sqrt{\frac{U}{2\alpha}}$.

Такой же ток течет через вольтметр, поэтому его сопротивление равно $R_v = \frac{U}{2I} = \sqrt{\frac{\alpha U}{2}}$.

Пусть во второй схеме подключения показания «старого» вольтметра равны V_1 , а «нового» V_2 . Тогда

$$V_1 + V_2 = U.$$

На нелинейном элементе напряжение равно V_2 , поэтому через него течет ток $I = \sqrt{\frac{V_2}{\alpha}}$. Токи через

вольтметры равны $I_1 = \frac{V_1}{R_v}$ и $I_2 = \frac{V_2}{R_v}$. Запишем условие на токи, втекающие в узел, получим

$$I_1 = I + I_2, \text{ то есть}$$

$$\frac{V_1}{R_v} = \frac{V_2}{R_v} + \sqrt{\frac{V_2}{\alpha}}.$$

Отметим, что V_1 должно быть больше V_2 , чтобы полученное выражение было корректным.

Подставляя в это выражение $R_v = \sqrt{\frac{\alpha U}{2}}$ и $V_1 = U - V_2$, получаем квадратное уравнение

относительно неизвестной V_2 :

$$8V_2^2 - 9UV_2 + 2U^2 = 0.$$

Один из корней $V_2 = \frac{9 - \sqrt{17}}{16}U \approx 0,3U$. И тогда $V_1 = U - V_2 = \frac{7 + \sqrt{17}}{16}U \approx 0,7U$.

Второй корень $V_2 = \frac{9 + \sqrt{17}}{16}U$ не подходит, так как тогда $V_1 = U - V_2 = \frac{7 - \sqrt{17}}{16}U < V_2$.

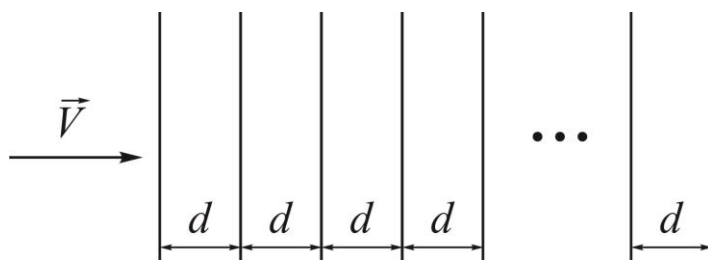
Ответ: $V_2 \approx 0,3U$ и $V_1 = U - V_2 \approx 0,7U$.

Критерии оценивания

Рассмотрен первый случай	2
Рассмотрен второй случай	2
Найдено V_2	3
Найден посторонний корень V_2	1
Найдены V_1 и V_2	1
Найден ответ	1

Задача 4

Векторы магнитной индукции магнитного поля перпендикулярны плоскости рисунка и равны по величине B , но в соседних областях противоположно направлены. Имеется всего $2n$ слоев, толщина слоя d . Перпендикулярно границе раздела слоёв влетает частица со скоростью V , имеющая массу m и заряд q . При каких скоростях V частица сможет пролететь через все слои? На сколько сместится траектория частицы в этом случае после прохождения магнитного поля?



Решение

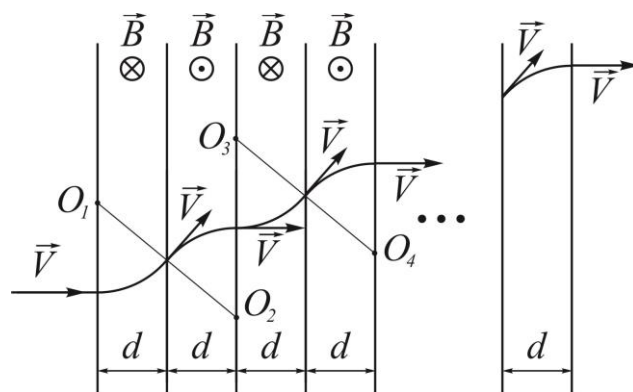
В постоянном магнитном поле, частица со скоростью направленной перпендикулярно магнитному полю, движется по дуге окружности радиусом r , которое можно найти из второго закона Ньютона и выражения для силы Лоренца

$$m \frac{V^2}{r} = qBV$$

$$r = \frac{mV}{qB}$$

В соседних слоях центр кривизны окружности

будут расположены по разные стороны от траектории, поэтому, если частица проходит сквозь первый слой, во втором слое ее траектория будет симметрична траектории в первом слое относительно точки перехода траектории из первого слоя во второй. Поскольку слои имеют одинаковую толщину, частица перейдет из второго слоя в третий, причем угол между границей раздела этих слоев и траекторией будет равен углу между траекторией и входной границей первого слоя, то есть частица войдет в третий слой перпендикулярно его границе. Рассуждения аналогично, получаем, что частица пройдет и следующую пару слоев, а значит, и все слои. Для этого его толщина должна быть меньше радиуса окружности, по дугам которой движется частица, $d < r$, откуда получим, что $V > \frac{qBd}{m}$. Если это условие выполнено, смещение по



вертикали частицы за пролет одного слоя можно найти по точке пересечения дуги окружности радиуса r , для которой первоначальная траектория является касательной, и границы раздела

первого и второго слоя. Угловой размер этой дуги α можно найти, как $\sin \alpha = \frac{d}{r}$ тогда смещение по вертикали для одного слоя будет равно

$$h = r - r \cos \alpha = r(1 - \cos \alpha) = r\left(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}\right) = r\left(1 - \sqrt{1 - \frac{d^2}{r^2}}\right) = r - \sqrt{r^2 - d^2},$$

а полное смещение после пролета всех слоев будет равно

$$H = 2nh = 2n\left(r - \sqrt{r^2 - d^2}\right) = 2n\left(\frac{mV}{qB} - \sqrt{\left(\frac{mV}{qB}\right)^2 - d^2}\right).$$

Ответ: $H = 2n\left(\frac{mV}{qB} - \sqrt{\left(\frac{mV}{qB}\right)^2 - d^2}\right).$

Критерии оценивания

Найдено условие на скорость	3
Найден радиус кривизны траектории	2
Найден угловой размер дуги	1
Найдено смещение	3
Найден ответ	1

Задача 5

Для увеличения изображения между экраном и проектором в кинотеатре установили большую собирающую линзу. Плоскость линзы параллельна плоскости экрана, а проектор находится на главной оптической оси на расстоянии $1,1F$ от линзы, где F – фокусное расстояние линзы. В самый напряженный момент фильма линзу решили украсть негодяи. Для этого злоумышленники начали передвигать ее с постоянной скоростью V перпендикулярно главной оптической оси. С какой скоростью U необходимо передвигаться зрителям (перпендикулярно главной оптической оси линзы), чтобы досмотреть фильм?

Решение

Используя формулу тонкой линзы, найдем расстояние от экрана до линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

где $d = 1,1F$. Откуда найдем расстояние от линзы до изображения

$$f = 11F.$$

Перейдем в систему отсчета движущейся линзы. В этой системе отсчета проектор будет двигаться со скоростью V , тогда его изображение будет двигаться со скоростью

$$V_{\text{изобр}} = V \frac{f}{d} = 10V.$$

В лабораторной системе отсчета скорость изображения будет равна

$$V_{\text{изобр. лаб}} = V_{\text{изобр}} + V = 11V.$$

Значит, людям следует перемещаться с такой же скоростью $U = V_{\text{изобр. лаб}} = 11V$.

Ответ: $U = 11V$.

Критерии оценивания

Найдено расстояние от линзы до изображения	2
Найдена скорость изображения	3
Найдена скорость зрителей	4
Найден ответ	1