Шифр

$\sum$

11-Т1. Вспоминая 90-е

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	Записано, что поскольку поверхность по которой скользят доски – гладкая, то скорость центра масс трёх досок остается постоянной $v_{\text{цм}} = \text{const}$	0.5		
2	Найдена скорость центра масс трёх досок $v_{\text{цм}} = 2v_0/3$, где v_0 – скорость движения досок a и b до удара	0.5		
3	Найдены начальное и конечное положения центра масс досок: на расстоянии $L/3$ сначала левее, а в конце правее точки сцепления досок	2 знач по 0.5		
4	Найдена начальная скорость доски a, относительно сцепившихся досок: $v_{\text{отн}} = v_0/2$	0.5		
5	Записано выражение для итогового перемещения доски a: $$\Delta x_b = 2L/3 + \Delta x_{\text{цм}} = 2(L + v_0\tau)/3,$$ где τ – время относительного движения досок, начиная от момента столкновения	1.0		
6	Записан второй закон Ньютона для доски a (1) и для сцепившихся досок (2): $$ma_1 = -F, 2ma_2 = F,$$ где F – сила трения между досками	2 уравн по 0.5		
7	Записано выражение для силы трения в зависимости от перекрытия досок: $$F = \mu N = \mu mgx/L,$$ где $x = x_1 - x_2$ – относительное смещение доски a и сцепившихся досок, начиная от момента столкновения	1.0		

8	Получено уравнение гармонических колебаний вида: $$\ddot{x} = -\frac{2\mu g x}{3L}$$	1.0		
9	Записано выражение для частоты колебаний $\omega = \sqrt{\dfrac{2\mu g}{3L}}$	1.0		
10	Получено решение уравнения в виде $x = A\sin\omega t$	1.0		
11	Записана связь между амплитудой колебаний и максимальной скоростью (начальной относительной скоростью) $v_0/2 = \omega A$	1.0		
12	Приведено или используется далее выражение для амплитуды колебаний $A = L$	0.5		
13	Из равенства $x(\tau) = A\sin\omega\tau = 0$ или рассуждений о частях периода колебаний найдено время движения до остановки: $$\tau = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi A}{v_0}$$	1.0		
14	Записан верный ответ на вопрос задачи $$\Delta x = \frac{2(\pi+1)L}{3}$$	1.0		

Шифр

$\sum$

11-Т2. Нагревание насосом

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Записано уравнение состояния газа в сосуде до начала процессов с насосом: $$p_0V = \nu_0RT_0.$$	1.0		
1.2	Записано уравнение состояния газа в сосуде по окончании всех процессов с насосом: $$p_1V = (\nu_0 + \Delta\nu)RT_1.$$	1.0		
1.3	Для отношения начальной и конечной температур T_1/T_0 получено: $$\frac{T_1}{T_0} = \frac{p_1}{p_0}\frac{\nu_0}{\nu_0 + \Delta\nu}.$$	1.0		
1.4	Указано, что в рассматриваемых процессах насос совершает механическую работу.	1.0		
1.5	Указано, что работа $\delta A_н$, совершённая насосом в процессе закачивания в сосуд порции воздуха, равна произведению давления искомой порции воздуха $p_в$ на занимаемый ей объём $dV_в$: $$\delta A_н = p_в dV_в.$$	1.0		
1.6	Использовано уравнение Менделеева–Клапейрона и определена механическая работа $\delta A_н$, совершённая насосом в процессе закачивания в сосуд порции воздуха в количестве вещества $d\nu$: $$\delta A_н = RT_0 d\nu.$$	1.0		

1.7	Определена полная механическая работа, совершённая насосом: $$A_{\text{н}} = \Delta\nu RT_0.$$	1.0		
1.8	Записано первое начало термодинамики для системы, состоящей из изначального находившегося в сосуде газа и закаченного в него: $$A_{\text{н}} + U_0 + U_1 = U_{\text{к}}.$$	1.0		
1.9	Первое начало термодинамики приведено к виду, эквивалентному следующему: $$\Delta\nu RT_0 + \frac{5\nu_0 RT_0}{2} + \frac{5\Delta\nu RT_0}{2} = \frac{5(\nu_0 + \Delta\nu)RT_1}{2}.$$	2.0		
1.10	Определено отношение количеств вещества воздуха в сосуде после завершения процессов с насосом и до их начала: $$\frac{\nu_{\text{к}}}{\nu_0} = \frac{2}{7} + \frac{5p_1}{7p_0}.$$	1.0		
2.1	Определена температура воздуха в сосуде T_1 по окончании процессов с насосом: $$T_1 = \frac{T_0}{\dfrac{2p_0}{7p_1} + \dfrac{5}{7}}.$$	1.0		

Шифр

$\sum$

11-Т3. Равновесие в полях

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Определена сила натяжения нити в точке крепления груза: $$T_0 = mg.$$	1.0		
1.2	Записано условие равновесия системы (или система уравнений, эквивалентная векторному уравнению): $$\vec{T} + m\vec{g} + \lambda L\vec{E} = 0,$$ где $\vec{T}$ – сила, действующая на нить в точке её крепления.	1.0		
1.3	Из условия равновесия системы получены выражения для проекций напряжённости электростатического поля на оси x и y (по 1.0 балла за каждую): $$E_y = \frac{mg}{\lambda L} \qquad E_x = \frac{T}{\lambda L}.$$	2 точки по 1.0		
1.4	**Метод 1.** Для связи сил натяжения нити T и T_0 предложено воспользоваться методом виртуальных перемещений.	0.5		
1.5	**Метод 1.** Определена работа сил, приложенных к концам нити, на виртуальном перемещении длиной dl: $$\delta A = (T - T_0)dl.$$	0.5		
1.6	**Метод 1.** Указано, что работа сил, приложенных к концам нити, равна изменению потенциальной энергии нити в электростатическом поле: $$\delta A = dW_p.$$	0.5		

1.7	**Метод 1.** Указано, что изменение потенциальной энергии нити в электростатическом поле равно изменению потенциальной энергии участка длиной dl, переместившегося из точки крепления груза в точку крепления нити,	1.0		
1.8	**Метод 1.** Записано выражение: $$dW_p = \lambda dl(\varphi - \varphi_0).$$	0.5		
1.9	**Метод 1.** Для изменения потенциала $\Delta\varphi$ записано выражение: $$\Delta\varphi = -E_x(x - x_0) - E_y(y - y_0).$$	1.0		
1.10	**Метод 1.** Определено изменение потенциала $\Delta\varphi$: $$\Delta\varphi = E_x S - E_y H.$$	1.0		
1.11	**Метод 1.** Получено уравнение, связывающее силу натяжения с напряжённостью электростатического поля: $$T - mg = \lambda(E_x S - E_y H).$$	1.0		
1.12°	**Метод 2.** Записано условие равновесия участка нити длиной dl: $$d\vec{T} + \lambda dl\vec{E} = 0.$$	0.5		
1.13°	**Метод 2.** Условие равновесия нити спроецировано на ось, направленную по касательной к нити: $$dT + \lambda E_{\parallel} dl = 0.$$	1.0		

1.14°	**Метод 2.** Для $E_{\parallel}$ получено: $$E_{\parallel} = E_y \cos\varphi - E_x \sin\varphi.$$	1.0		
1.15°	**Метод 2.** Получено следующее соотношение: $$dT + \lambda E_y dl \cos\varphi - \lambda E_x dl \sin\varphi = 0.$$	0.5		
1.16°	**Метод 2.** Указано, что $dl\cos\varphi = dy$ и $dl\sin\varphi = -dx$.	1.0		
1.17°	**Метод 2.** После суммирования получено следующее соотношение: $$T - T_0 = -\lambda E_x(x - x_0) - \lambda E_y(y - y_0).$$	1.0		
1.18°	**Метод 2.** Получено выражение, связывающее силу натяжения с напряжённостью электростатического поля: $$T - mg = \lambda(E_x S - E_y H).$$	1.0		
1.19	Определена проекция E_x напряжённости электростатического поля: $$E_x = \frac{mg}{\lambda L}\frac{L-H}{L-S}.$$	1.0		
1.20	Получен ответ для напряжённости E электростатического поля: $$E = \frac{mg}{\lambda L}\sqrt{1 + \left(\frac{L-H}{L-S}\right)^2}.$$	1.0		

Шифр

$\sum$

11-T4. Полный улёт

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Указано, что модуль скорости частицы не изменяется и поэтому можно искать величину начальной скорости	0.5		
1.2	Указано, что начальную скорость можно определить по наклону касательной к графику в начальной точке	0.8		
1.3	Получено значение скорости в интервале 6,8 - 7,2 км/с	0.3		
1.4	Попадание в интервал значений скорости 6,5 - 7,5 км/с	0.2		
1.5	Попадание в интервал значений скорости 6,0 - 8,0 км/с	0.2		
2.1	Указано (используется в решении), что частица движется вдоль поля с постоянной скоростью	0.2		
2.2	Указано (используется в решении), что в плоскости, перпендикулярной полю, частица движется по окружности	0.4		
2.3	Записана формула для периода (угловой скорости) вращения по этой окружности	0.4		
2.4	Получена правильная формула для зависимости $r(t)$, представленной на графике	1.0		
2.5	Указано, что касательная к графику, идущая из начала координат с наименьшим угловым коэффициентом, является прямой $r = v_{\|\|}t$	0.5		
2.6	Обосновано, что касательная к графику, идущая из начала координат с наименьшим угловым коэффициентом, является прямой $r = v_{\|\|}t$	1.5		
2.7	Найдено значение $v_{\|\|}$ в диапазоне 1,8 - 2,0 км/с	1.0		
2.8	Получено значение угла в одном из диапазонов 70° - 80° или 100° - 110°	1.0		
3.1	Указано, что точки нижней касательной к графику должны соответствовать моментам времени, кратным периоду вращения	0.5		
3.2	Найден период вращения в интервале 11,2 - 11,4 мкс	0.3		

3.3	Попадание в интервал 11,0 - 11,6 мкс	0.2		
3.4	Найдена величина индукции магнитного поля в интервале 34 - 36 мТл	0.5		
4.1	Найдено расстояние между проекциями точек A и B на направление магнитного поля в интервале 4,6 - 4,9 см	0.5		
4.2	Получена любая правильная формула для расчета расстояния между проекциями точек A и B на плоскость, перпендикулярную полю	1.0		
4.3	Найдено расстояние между проекциями точек A и B на плоскость, перпендикулярную полю, в интервале 1,3 - 1,5 см	0.4		
4.4	Найдено L_{AB} в интервале 4,8 - 5,2 см	0.3		
4.5	Попадание в интервал 4,5 - 5,5 см	0.3		

Шифр

$\sum$

11-Т5. Троеточие

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Доказано, что линза может быть только собирающей.	2.0		
2.1	Установлено какие изображения (мнимые или действительные) создаёт размещение источника для каждой из трёх точек – A,B,C.	2.0		
2.2	Доказано, что возможны два положения центра линзы на прямой MN – как слева так и справа от точки B.	2.0		
3.1	Верно записана формула тонкой линзы для размещения источника в точке A.	1.0		
3.2	Верно записана формула тонкой линзы для размещения источника в точке B.	1.0		
3.3	Определено расстояние между оптическим центром линзы и точкой B.	2.0		
4.1	Определён угол между главной оптической осью линзы и прямой MN.	2.0		

11 класс

Задача №11-Т1. Вспоминая 90-е

Пусть v_0 - скорость досок a и b до соударения с доской c, а m - масса каждой из досок. Поскольку трения между досками a и b нет, а доски b и c при ударе скрепляются - сразу после удара скорость доски a равна v_0, а скорость досок b и c равна $v_0/2$ из закона сохранения импульса.

Введём ось x по направлению скорости v_0. Поскольку горизонтальная поверхность гладкая - центр масс системы движется с постоянной скоростью, равной $v_{\text{цм}} = 2v_0/3$. В момент удара центр масс системы опережает центр доски a на величину $L/3$, а к моменту, когда доска a целиком оказалась на доске c, центр масс системы отстаёт от центра доски на ту же величину $L/3$. Тогда для перемещения доски a получим:

$$\Delta x = \Delta x_{\text{цм}} + \frac{2L}{3} = \frac{2(v_0\tau + L)}{3}$$

где τ - время движения доски a относительно досок b и c. Далее объединим доски b и c в одно тело массой $2m$ и будем характеризовать его индексом 2. Доску a будем характеризовать индексом 1. Пусть $\vec{F}$ - сила трения, действующая на первое тело со стороны второго, а x - их относительное перемещение после удара. Отметим, что трение происходит только в области перекрытия досок a и c. Величина силы трения скольжения прямо пропорциональна силе нормальной реакции шероховатой части поверхности опоры, и поэтому $F_x = -\mu mgx/L$. Запишем второй закон Ньютона для каждого из тел:

$$m\vec{a}_1 = \vec{F} \qquad 2m\vec{a}_2 = -\vec{F}$$

откуда:

$$\vec{a}_1 - \vec{a}_2 = \vec{a}_{\text{отн}} = \frac{\vec{F}}{m} + \frac{\vec{F}}{2m} = \frac{3\vec{F}}{2m}$$

Тогда получим уравнение движения для переменной x:

$$\ddot{x} = -\frac{3\mu gx}{2L}$$

Это уравнение гармонических колебаний с циклической частотой $\omega = \sqrt{3\mu g/2L}$. Его общее решение:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

Определим A и φ_0 из начальных условий:

$$\begin{cases} x(0) = A\sin\varphi_0 = 0 \\ \dot{x}(0) = \dfrac{v_0}{2} = \omega A\cos\varphi_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 0 \\ A = \dfrac{v_0}{2\omega} \end{cases}$$

Величина A имеет смысл амплитуды колебаний, которая также равна L, поскольку относительное движение досок прекращается, когда доска a целиком оказывается на доске c. Таким образом, имеем связь:

$$\frac{v_0}{2\omega} = L$$

Время движения τ является четвертью периода гармонических колебаний с циклической частотой ω_0, откуда:

$$\tau = \frac{\pi}{2\omega}$$

Тогда для перемещения центра масс имеем:

$$\Delta x_{\text{цм}} = \frac{2v_0\tau}{3} = \frac{2\pi L}{3}$$

и окончательно находим:

$$\Delta x = \Delta x_{\text{цм}} + \frac{2L}{3} = \frac{2(\pi+1)L}{3}$$

Задача №11-Т2. Нагревание насосом

Пусть V – объём сосуда, ν_0 – начальное количества вещества в сосуде, а $\Delta\nu$ – количество вещества, переместившееся в сосуд из атмосферы. Запишем уравнения состояния газа в сосуде до и после закачивания:

$$p_0V = \nu_0RT_0 \qquad p_1V = (\nu_0 + \Delta\nu)RT_1.$$

Пусть давление воздуха внутри насоса равняется $p_{\text{в}}$, а $dV_{\text{в}}$ – объём, занимаемый порцией воздуха в количестве вещества $d\nu$ внутри насоса. При закачивании указанной порции воздуха в сосуд насос совершает механическую работу $\delta A_{\text{н}}$, равную:

$$\delta A_{\text{н}} = p_{\text{в}}dV_{\text{в}}.$$

Но из уравнения Менделеева–Клапейрона $p_{\text{в}}dV_{\text{в}} = RT_0d\nu$, поэтому:

$$\delta A_{\text{н}} = RT_0d\nu.$$

Таким образом, полная механическая работа насоса $A_{\text{н}}$ составляет:

$$A_{\text{н}} = \Delta\nu RT_0.$$

Запишем первое начало термодинамики для системы, состоящей из изначального находившегося в сосуде газа и закаченного в него насосом:

$$A_{\text{н}} + U_0 + U_1 = U_{\text{к}}.$$

Здесь $U_0 = \nu_0 C_V T_0$ – начальная внутренняя энергия воздуха, изначально находившегося в сосуде, $U_1 = \Delta\nu C_V T_0$ – сумма внутренних энергий закачиваемого воздуха на этапе закачивания в сосуд, а $U_к = (\nu_0 + \Delta\nu) C_V T_1$ – конечная внутренняя энергия рассматриваемой системы. Молярная теплоёмкость воздуха при постоянном объёме равна $C_V = 5R/2$. Отсюда:

$$\Delta\nu R T_0 + \frac{5\nu_0 R T_0}{2} + \frac{5\Delta\nu R T_0}{2} = \frac{5(\nu_0 + \Delta\nu) R T_1}{2}.$$

Таким образом:

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{5\nu_0 + 7\Delta\nu}{5(\nu_0 + \Delta\nu)} = \frac{p_1}{p_0}\frac{\nu_0}{(\nu_0 + \Delta\nu)} \Rightarrow \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{5}{7}\left(\frac{p_1}{p_0} - 1\right).$$

Для отношения количеств вещества воздуха в сосуде после завершения процессов с насосом и до их начала имеем:

$$\frac{\nu_к}{\nu_0} = 1 + \frac{\Delta\nu}{\nu_0},$$

откуда:

$$\frac{\nu_к}{\nu_0} = \frac{2}{7} + \frac{5p_1}{7p_0}.$$

Для отношения температур T_1/T_0 имеем:

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{p_1}{p_0}\frac{\nu_0}{\nu_к}.$$

Таким образом:

$$T_1 = \frac{T_0}{\dfrac{2p_0}{7p_1} + \dfrac{5}{7}}.$$

Задача №11-Т3. Равновесие в полях

Пусть $\vec{T}$ – сила, действующая на нить в точке её крепления, равная по модулю силе натяжения нити в данной точке. Тогда, поскольку система расположена в равновесии:

$$\vec{T} + m\vec{g} + \lambda L \vec{E} = 0.$$

Введём систему координат xy, где ось x направлена вправо, а ось y – вертикально вверх. Тогда из условия равновесия:

$$E_y = \frac{mg}{\lambda L} \qquad E_x = \frac{T}{\lambda L}.$$

Свяжем силы натяжения нити $T_0 = mg$ в точке крепления груза и T в точке крепления нити. Приведём два способа получения данной связи.

Первый способ:

Воспользуемся методом виртуальных перемещений. Мысленно поместим нить в гладкую трубку, повторяющую форму нити. Это не изменит силу натяжения, потому что нить с трубкой не взаимодействует. Сдвинем нить вдоль трубки на величину dl в направлении от точки крепления груза к точке крепления нити. Тогда изменение формы нити эквивалентно перемещению участка нити длиной dl из точки крепления груза в точку крепления нити, поскольку форма остальной части нити не изменится. Поскольку сила натяжения невесомой нити направлена вдоль нити, работа сил, приложенных к концам нити, на указанном виртуальном перемещении равна:

$$\delta A = Tdl - T_0 dl = Tdl - mgdl.$$

Совершаемая силами натяжения работа равна изменению потенциальной энергии нити в электростатическом поле:

$$\delta A = dW_p.$$

Поскольку перемещение нити эквивалентно перемещению её участка длиной dl из точки крепления груза в точку крепления нити – изменение потенциальной энергии нити в электростатическом поле равно изменению потенциальной энергии соответствующего участка нити:

$$dW_p = \lambda dl(\varphi - \varphi_0) = \lambda dl \Delta\varphi,$$

где φ и φ_0 – потенциалы электростатического поля в точках крепления нити и груза соответственно. Для изменения потенциала $\Delta\varphi$ имеем:

$$\Delta\varphi = -E_x(x - x_0) - E_y(y - y_0).$$

Поскольку $x - x_0 = -S$, а $y - y_0 = H$, для изменения потенциала $\Delta\varphi$ находим:

$$\Delta\varphi = E_x S - E_y H.$$

Таким образом:

$$T - mg = \lambda(E_x S - E_y H).$$

Второй способ:

Рассмотрим бесконечно малый элемент нити длиной dl. Условие его равновесия записывается следующим образом:

$$\left(\vec{T}+d\vec{T}\right)-\vec{T}+\vec{E}\lambda dl=0.$$

Проецируя на направление касательной к нити, получим:

$$dT+\lambda E_{\|}dl=0.$$

Пусть касательная к нити образует угол φ с вертикалью. Тогда для $E_{\|}$ имеем:

$$E_{\|}=E\cos\varphi-E\sin\varphi,$$

откуда:

$$dT+E_y\lambda dl\cos\varphi-E_x\lambda dl\sin\varphi=0.$$

Но при этом $dl\cos\varphi=dy$, а $dl\sin\varphi=-dx$, откуда:

$$dT+E_y\lambda dy+E_x\lambda dx=0.$$

Суммируя, получим:

$$T-T_0=T-mg=-E_y\lambda(y-y_0)-E_x\lambda(x-x_0).$$

Поскольку $y-y_0=H$, а $x-x_0=-S$, получим:

$$T-mg=\lambda(E_xS-E_yH).$$

Но поскольку $T=\lambda LE_x$:

$$\lambda LE_x-mg=\lambda(SE_x-HE_y)=\lambda SE_x-\lambda H\cdot\frac{mg}{\lambda L}\Rightarrow E_x=\frac{mg}{\lambda L}\frac{L-H}{L-S}.$$

Для напряжённости электростатического поля имеем:

$$E=\sqrt{E_x^2+E_y^2},$$

откуда:

$$E=\frac{mg}{\lambda L}\sqrt{1+\left(\frac{L-H}{L-S}\right)^2}.$$

Задача №11-Т4. Полный улёт

Постоянное магнитное поле не совершает работы над заряженной частицей, и поэтому, если пренебречь излучением, модуль скорости частицы не изменяется. Поэтому величина скорости частицы равна величине скорости при $t = 0$.

Отметим, что при конечных ускорениях всегда существует такой "малый"интервал времени после начала движения, на котором скорость удаления частицы от начального положения примерно равна начальной скорости, то есть можно считать, что $r \approx vt$. Поэтому для нахождения скорости частицы проведём касательную к графику функции в начале координат (верхняя прямая на графике). Величина скорости при этом численно равна тангенсу угла наклона этой прямой:

$$v = \frac{9{,}8\ \text{см}}{14\ \text{мкс}} \approx 7\ \text{км/с}.$$

Направим ось z вдоль вектора индукции магнитного поля, выбирая для простоты начало координат так, чтобы $z = 0$ при $t = 0$. Обозначим $v_{||}$ проекцию вектора скорости частицы на ось z, а $v_\perp$ — величину перпендикулярной этой оси составляющей. Так как сила Лоренца, действующая на частицу, не имеет составляющей вдоль оси z,

$$z(t) = v_{||}t.$$

В сечении, перпендикулярном оси z, движение частицы происходит по окружности с постоянной скоростью $v_\perp$. Радиус этой окружности равен

$$R = \frac{mv_\perp}{qB},$$

где B — модуль вектора магнитной индукции, а время одного оборота

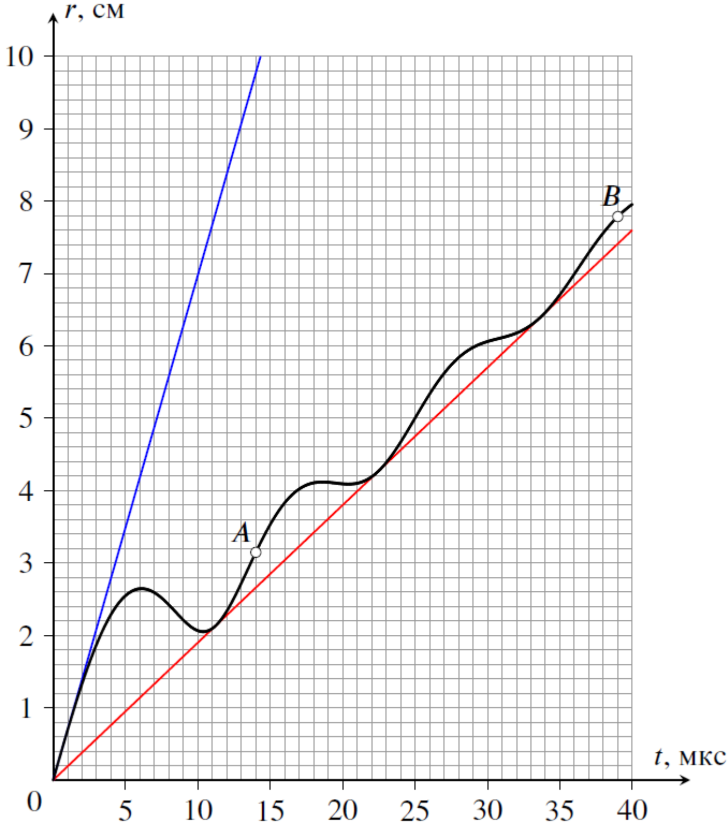
$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Таким образом, траектория частицы представляет собой винтовую линию с шагом $h = v_{||}T$ и радиусом $R = v_\perp T/(2\pi)$. Выбирая оставшиеся оси координат максимально удобным способом, можно записать, что

$$x(t) = R\cos(2\pi t/T), \qquad y(t) = R\sin(2\pi t/T),$$

откуда, учитывая, что в момент $t = 0$ частица находилась в точке с координатами $x = R$, $y = z = 0$, получим формулу зависимости модуля её перемещения от времени:

$$r(t) = \sqrt{(x(t) - R)^2 + y(t)^2 + z(t)^2} = \sqrt{v_{||}^2 t^2 + 4R^2 \sin^2(\pi t/T)}.$$



Возьмём теперь выражение для $r(t)$ и поделим его на t:

$$\frac{r(t)}{t} = \sqrt{v_{||}^2 + 4R^2 \cdot \left(\frac{\sin(\pi t/T)}{t}\right)^2}.$$

Второе слагаемое в подкоренном выражении при любом t не может быть меньше нуля, следовательно $r(t)/t \geqslant v_{||}$. Это значит, что прямая, идущая в координатах r-t из начала, имеющая общие точки с приведённым в условии графиком и обладающая наименьшим угловым коэффициентом, является прямой $r = |v_{||}|t$. Соответственно, для того чтобы определить $v_{||}$, проведём касательную из начала координат к нижней части графика (нижняя прямая на рисунке). Точки касания соответствуют ситуации, когда частица находится на прямой, проходящей через начальную точку и параллельной линиям магнитного поля. Тангенс наклона такой прямой численно равен $|v_{||}|$:

$$|v_{||}| = \frac{7{,}6 \text{ см}}{40 \text{ мкс}} = 1{,}9 \text{ км/с}.$$

Отсюда находим, что

$$\cos\alpha = \frac{v_{||}}{v} = \pm\frac{1{,}9}{7} \approx \pm 0{,}271 \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 74^\circ \quad \text{или} \quad \alpha \approx 106^\circ.$$

Точки касания нижней прямой располагаются через равные промежутки времени, равные времени T прохода частицей одного витка винтовой линии. Для увеличения точности возьмем крайнюю (третью) точку касания и определим значение T:

$$T = 34 \text{ мкс}/3 \approx 11{,}3 \text{ мкс}.$$

Отсюда получим, что

$$B = \frac{2\pi m}{qT} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-26} \text{ кг}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 11{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ с}} \approx 35 \text{ мТл}.$$

Между положениями A и B прошло время, равное

$$t_{AB} = 39 \text{ мкс} - 14 \text{ мкс} = 25 \text{ мкс}.$$

За это время частица сместилась вдоль линий магнитного поля на расстояние

$$\Delta z = |v_{||}| t_{AB} = 4{,}75 \text{ см}.$$

В проекции на перпендикулярную магнитному полю плоскость частица движется по окружности с радиусом

$$R = (v_\perp T)/2\pi = T/2\pi \cdot \sqrt{v^2 - v_{||}^2} \approx 1{,}21 \text{ см}.$$

Её смещение в этой плоскости равно

$$\Delta l = 2R\sin(\pi t_{AB}/T) \approx 1{,}50 \text{ см}.$$

Отсюда получим значение расстояния AB:

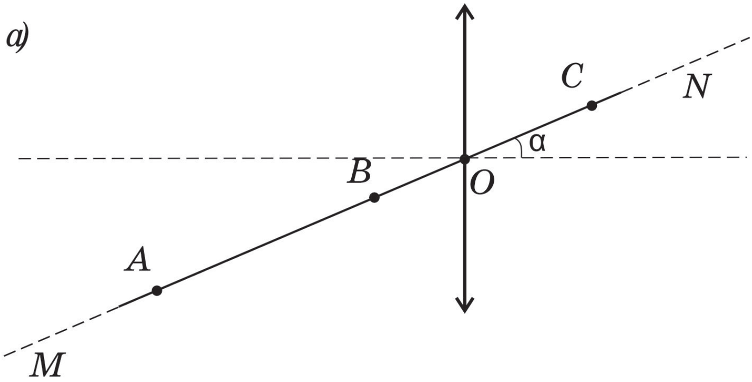
$$L_{AB} = \sqrt{\Delta l^2 + \Delta z^2} \approx 5{,}0 \text{ см}.$$

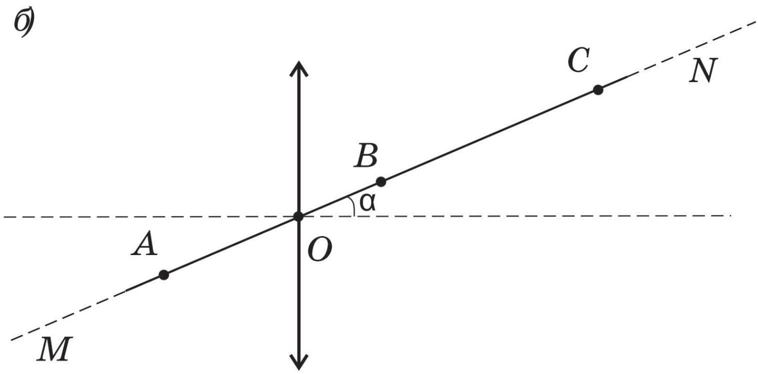
Задача №11-Т5. Троеточие

Если линза рассеивающая, то, независимо от положения источника, его изображение будет мнимым, расположенным между источником и оптическим центром линзы. После перемещения источника в точку, где ранее было расположено его изображение, новое изображение окажется снова между источником и оптическим центром линзы. Получится бесконечная цепочка изображений. Таким образом, три точки с указанным свойством в случае рассеивающей линзы существовать не могут.

Линза может быть только собирающей.

Мнимое изображение в собирающей линзе всегда расположено дальше от линзы, чем источник, поэтому не может быть, что точки A, B и C являются мнимыми изображениями друг друга. Но, в соответствии с принципом обратимости хода световых лучей, при помещении источника в точку действительного изображения, его новое изображение совпадает с предыдущим положением источника. Поэтому описанным в условии свойством три точки могут обладать только в том случае, если две из них являются действительными изображениями друг друга, а при помещении источника в третью он дает мнимое изображение в одной из точек этой пары. Пусть, например, собирающая линза расположена так, что точка A находится за её фокальной плоскостью. Тогда изображение A будет действительным и будет расположено по другую сторону от плоскости линзы. При перемещении источника в точку этого изображения, новое изображение вернется в точку A. Оставшееся, третье положение источника, должно давать мнимое изображение в одной из первых двух точек. Значит, оно должно располагаться между этой точкой (своим изображением) и оптическим центром линзы O ближе фокальной плоскости линзы. В этом случае линза могла быть расположена двумя способами (см. рисунок): а) оптический центр линзы находится между точками B и C, причём источник в точке B даёт мнимое изображение в точке A; б) оптический центр линзы находится между точками A и B, причём источник в точке B даёт мнимое изображение в точке C.





Таким образом, оптический центр линзы мог располагаться как справа так и слева от точки B.

Если же источник сначала расположить между фокальной плоскостью и плоскостью линзы, то изображение будет получаться мнимым. При помещении источника в точку изображения новое изображение должно получиться действительным (по другую сторону плоскости линзы). И при перемещении источника в оставшуюся, третью точку, изображение окажется на месте, где источник располагался ранее. Этот вариант идентичен представленному ранее и отдельного рассмотрения не требует.

Рассмотрим только способ а) размещения линзы, так как способ б) аналогичен. Источник, расположенный в точке B на расстоянии меньшем фокусного, даёт мнимое изображение в точке A. При помещении источника в точку A возникает действительное изображение в точке C, при помещении источника в точку

C – действительное изображение в точке A. Обозначим расстояние между оптическим центром линзы и источником, угол между главной оптической осью линзы и прямой и фокусное расстояние линзы за за d, α и F соответственно. Запишем формулу тонкой линзы для варианта расположения источника в точке B:

$$\frac{1}{d\cos\alpha} - \frac{1}{(l+d)\cos\alpha} = \frac{1}{F}.$$

Запишем формулу тонкой линзы для варианта расположения источника в точке A:

$$\frac{1}{(l+d)\cos\alpha} + \frac{1}{(l-d)\cos\alpha} = \frac{1}{F}.$$

Решая систему, находим d и α.

Расстояние между оптическим центром линзы и точкой B равно $d = \frac{l}{3}$.

Решение системы уравнений дает: $\cos\alpha = \frac{9F}{4l}$, откуда $\alpha = \arccos\frac{9F}{4l}$. Поскольку в условии сказано, что угол α является малым, то допустимо на любом этапе вычислений использовать приближённое равенство $\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$. Тогда приходим к формуле $\alpha \approx \sqrt{\frac{4l-9F}{2l}}$. Отметим, что малость угла означает, что с точностью до поправок порядка α^2 параметры системы связаны соотношением $l \approx \frac{9}{4}F$.

Угол между главной оптической осью линзы и прямой MN равен $\alpha = \arccos\frac{9F}{4l}$ или $\alpha \approx \sqrt{\frac{4l-9F}{2l}}$.