

7 класс

7.1. (10 баллов)

Гонки

На замкнутой гоночной трассе длиной 1 км организованы соревнования. Три гоночных автомобиля участвуют в заезде. Синий автомобиль 10 минут двигался со скоростью 144 км/ч, а оставшееся время – со скоростью 180 км/ч. Зелёный автомобиль проехал 25 км со скоростью 144 км/ч, а оставшееся расстояние двигался со скоростью 180 км/ч. Красный автомобиль проезжает нечётные круги со скоростью 144 км/ч, а чётные – со скоростью 180 км/ч. Автомобили стартуют с одного места. Заезд длится 20 минут, автомобиль, проехавший наибольшее расстояние, объявляется первым, следующий за ним – вторым, и так далее. Автомобили движутся в одном направлении. Какое расстояние прошёл каждый из автомобилей? Какой автомобиль прошёл наименьшее расстояние?

Ответ: синий автомобиль прошёл 54 км, зелёный 53,75 км, красный 53,25 км (наименьшее расстояние).

Возможное решение:

$$1. \quad S_c = V_{c1} \cdot t_{c1} + V_{c2} \cdot (t_c - t_{c1})$$

$$S_c = 144 \cdot \frac{10}{60} + 180 \cdot \left(\frac{20}{60} - \frac{10}{60} \right) = 54 \text{ км.}$$

$$2. \quad t_{31} = \frac{S_{31}}{V_{31}} \quad t_{31} = \frac{25}{144} \text{ ч}$$

$$S_3 = S_{31} + V_{32} \cdot (t_3 - t_{31})$$

$$S_3 = 25 + 180 \cdot \left(\frac{20}{60} - \frac{25}{144} \right) = 53,75 \text{ км.}$$

$$3. \quad t_{1+2} = \frac{s}{V_1} + \frac{s}{V_2}$$

$$t_{1+2} = \frac{1}{144} + \frac{1}{180} = 0,0125 \text{ часа} = 0,75 \text{ минут}$$

$$N = \frac{t}{t_{1+2}} = \frac{20}{0,75} = 26,667 \text{ число оборотов длиной 2 км.}$$

$$t_1 = \frac{1}{144} \text{ часа} = \frac{60}{144} \text{ минут}$$

$$t_2 = \frac{1}{180} \text{ часа} = \frac{1}{3} \text{ минут}$$

$$t_N = 26 * 0,75 = 19,5 \text{ минут}$$

$$\Delta t = t - t_n = 20 - 19,5 = 0,5 \text{ минут} = \frac{0,5}{60} \text{ часа}$$

$$s_{N+1} = V_1 * t_1 + (\Delta t - t_1) * V_2 = 144 * \frac{1}{144} + \left(\frac{0,5}{60} - \frac{1}{144} \right) * 180 = 1,25 \text{ км}$$

$$S_k = S_N + s_{N+1} = 2 * 26 + 1,25 = 53,25 \text{ км}$$

Критерии оценивания:

За правильно рассчитанное расстояние, пройденное каждым автомобилем, начисляется 3 балла (всего 9 баллов). За правильно указанный автомобиль, прошедший наименьшее расстояние, начисляется 1 балл.

7.2. (10 баллов)

Энциклопедия

В первый день лицеист Глеб прочитал 60 страниц энциклопедии про животных. В книге очень много рисунков и таблиц, которые Глеб очень внимательно изучает, и поэтому в каждый следующий день он читает на 5 страниц меньше, чем в предыдущий. Сколько дней продлится чтение энциклопедии? Сколько страниц всего прочитает Глеб?

Ответ: чтение книги продлится 12 дней, Глеб прочитает 390 страниц.

Возможное решение:

$$t = \frac{c}{\Delta c} \quad t = \frac{60}{5} = 12 \text{ дней.}$$

$$N = (n + 5) * \frac{t}{2} = (60 + 5) * \frac{12}{2} = 390 \text{ страниц}$$

Критерии оценивания:

За правильно указанное количество дней начисляется 5 баллов, за правильно указанное количество страниц 5 баллов.

7.3. (10 баллов)

Дорожные плитки

Малыш катит игрушку на колесике со скоростью $v = 4$ км/ч по тротуару, вымощенной квадратными плитами в направлении, перпендикулярном стыкам между плитами. При этом примерно 20 раз в минуту слышится стук. Определите длину стороны дорожной плитки.

Ответ: 3,3 метра.

Возможное решение: За минуту малыш слышит примерно 20 «туков».

При этом за 1 минуту он проходит путь $s = \frac{4 \cdot 1000}{60} = \frac{200}{3}$ м, значит, длина ребра дорожной плитки равна: $L = \frac{s}{N} = \frac{200}{3 \cdot 20} = 3,3$ м.

Критерии оценивания:

1. Определено расстояние, пройденное малышом за минуту или время движения по одной плите – 4 балла.

2. Определена формула длины одной плитки – 4 балла.

3. Получено правильное численное значение длины – 2 балла.

7.4. (10 баллов)

Эксперимент

У ребят из научного кружка по физике есть весы, коробка с одинаковыми кубиками и коробка с одинаковыми шариками. На левой чаше весов – гиря неизвестной массы. В первом опыте ребята на правую чашу весов складывали кубики (по одному); заметили, что масса двух кубиков еще меньше массы гири, а масса трех кубиков уже больше массы гири. Во втором опыте юные экспериментаторы убрали кубики и стали класть на правую чашу весов шарики; заметили, что масса одного шарика меньше массы гири, а масса двух шариков – уже больше. Чему может быть равно отношение массы шарика к массе кубика? Отношение в ответе записывайте в виде обыкновенной дроби.

Ответ: отношение массы шарика к массе кубика может быть от 1 до 3.

Возможное решение:

Пусть $m_{\text{ш}}$ – масса шарика, $m_{\text{к}}$ – масса кубика, M – масса гири. Как вытекает из условия задачи, $2m_{\text{к}} < M < 3m_{\text{к}}$, $m_{\text{ш}} < M < 2m_{\text{ш}}$.

Эти соотношения можно также записать как $\frac{1}{3}M < m_{\text{к}} < \frac{1}{2}M$

$$\frac{1}{2}M < m_{\text{ш}} < M$$

Следовательно, $1 < \frac{m_{\text{ш}}}{m_{\text{к}}} < 3$

Критерии оценивания:

1. Указано только одно значение отношения, которое попадает в интервал в ответе – 2 балла.

2. Указан конечный промежуток, частично перекрывающийся с промежутком в ответе, или указаны несколько значений отношения в нужном интервале – 3 балла.

3. Указан конечный промежуток, расположенный полностью внутри промежутка в ответе, при этом ни одна из границ не совпадает с ответом – 4 балла.

4. Указан конечный промежуток, расположенный полностью внутри промежутка в ответе, при этом одна из границ совпадает с границей в ответе – 6 баллов.

5. Указанный в работе промежуток совпадает с промежутком в ответе – 10 баллов.