

Всероссийская олимпиада школьников II

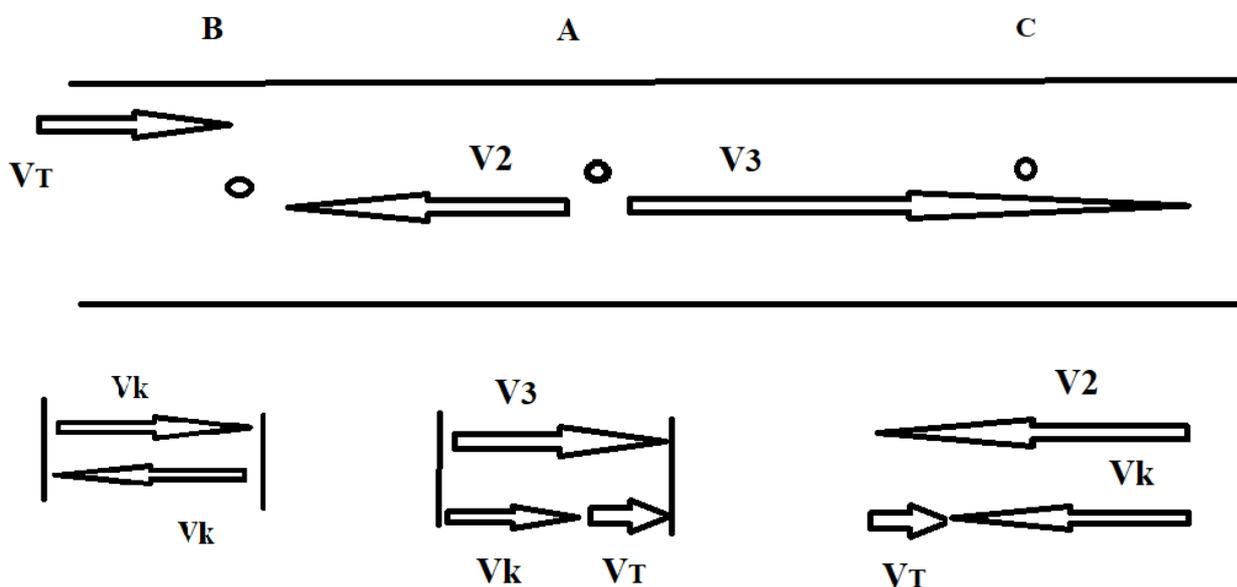
(муниципальный) этап Физика 7 класс

Общее время выполнения работы – 1 час 30 минут.

Задача 1

Катер движется против течения реки, плот – по течению реки и они встречаются. Через $t_1=10$ мин после этого катер причалил, простоял $t_2=30$ минут, развернулся, поплыл по течению реки и за $t_3=20$ мин догнал плот в $l=5$ км от места их первой встречи. Определите скорость катера относительно воды, считая ее постоянной и скорость плота, считая ее одинаковой со скоростью течения реки.

Решение



Обозначим скорость движения плота (или течения реки) за V_T , собственную скорость катера (относительно реки) V_k

Определим вначале скорость плота (течения)

За время $t = t_1 + t_2 + t_3$ плот со скоростью течения реки преодолел расстояние l (AC). Скорость движения плота $V_T = l / t = 5$ км/ч

Катер преодолел расстояние AB за время t_1 со скоростью $V_2 = V_k - V_T$, расстояние BC за время t_3 со скоростью $V_3 = V_k + V_T$. Таким образом

$$l = AC = BC - AB = t_3 * (V_k + V_T) - t_1 * (V_k - V_T) = V_k * (t_3 - t_1) + V_T * (t_3 + t_1)$$

$$V_k = (l - V_T * (t_3 + t_1)) / (t_3 - t_1) = 15 \text{ км/ч}$$

Критерии оценки

Рисунок – 2

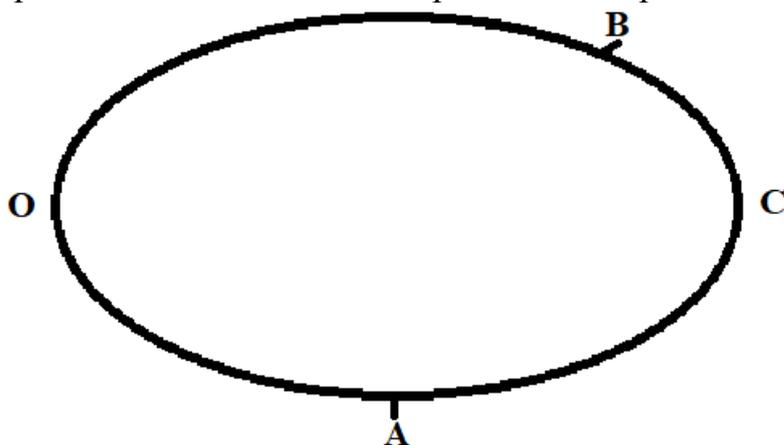
Скорость плота – 3

Скорость катера – 5

Мах – 10 баллов.

Задача 2

Два спортсмена стартуют одновременно в противоположных направлениях с одной линии замкнутой беговой дорожки стадиона. К моменту встречи первый пробегает $x_1=130$ м, а второй $x_2=270$ м. Далее старт на 2 круга. Более медленный спортсмен стартует раньше. Когда спортсмен заканчивает первый круг, стартует второй спортсмен. Считая, что скорости спортсменов постоянны определить спортсмена победителя и расстояние, на которое он опередил проигравшего спортсмена. Можно ли из представленных данных определить скорости спортсменов?



Решение:

По дуге ACB = x_1 движется первый спортсмен, по дуге AOB = x_2 движется второй спортсмен. Длина круга $X = x_1 + x_2$. Время движения не дано, следовательно, скорости спортсменов определить не удастся.

Примем время от общего старта до встречи t , тогда скорость первого спортсмена $v_1 = x_1/t$, скорость второго спортсмена $v_2 = x_2/t$.

Время от старта первого спортсмена на 2 круга составляет $t_1 = 2 \cdot X / v_1 = 2 \cdot X \cdot t / x_1$, второго с учетом времени ожидания X / v_1 $t_2 = X \cdot t / x_1 + 2 \cdot X \cdot t / x_2$.

Определим, что больше t_1 или t_2 для чего поделим t_1 на t_2

$t_1/t_2 = (2 \cdot X \cdot t / x_1) / (X \cdot t / x_1 + 2 \cdot X \cdot t / x_2) = 2 / x_1 / (1/x_1 + 2/x_2) = 1,02$, т.е. $t_1 > t_2$ и второй спортсмен финиширует раньше.

Время отставания $t_1 - t_2 = X \cdot t \cdot (2/x_1 - 1/x_1 - 2/x_2) = X \cdot t \cdot (1/x_1 - 2/x_2) = X \cdot t \cdot (x_2 - 2x_1) / (x_1 \cdot x_2)$

Которое первый спортсмен пробегает со скоростью $v_1 = x_1/t$ тогда он отстал на расстояние $x_3 = v_1 \cdot (t_1 - t_2) = x_1/t \cdot X \cdot t \cdot (x_2 - 2x_1) / (x_1 \cdot x_2) = (x_2 + x_1) \cdot (x_2 - 2x_1) / x_2 = 400 \cdot 10 / 270 = 14,8$ м

Критерии оценки

Вывод, что скорости спортсменов определить не удастся – 2

Определен победитель - 4

Определено отставание – 4

Мах 10

Задача 3.

Человек движется по работающему эскалатору. Двигаясь со скоростью v относительно эскалатора он насчитал на эскалаторе $x_1 = 10$ ступенек, второй раз, двигаясь со скоростью $2v$ относительно эскалатора он насчитал на эскалаторе $x_2 = 12$ ступенек. Как направлены скорости движения эскалатора и человека, сколько ступенек на эскалаторе?

Количество ступенек на эскалаторе обозначим X .

Решение:

Предположим, что скорости человека и эскалатора (v_3) с размерности ступеньки в секунду направлены в одну сторону, тогда время движения в первом случае $t_1 = X/(v + v_3)$, а $x_1 = t_1 * v = X*v/(v + v_3)$.

Тогда время движения во втором случае $t_2 = X/(2v + v_3)$, а $x_2 = t_2 * 2v = 2X*v/(2v + v_3)$.

$x_1 / x_2 = (2v + v_3) / (2v + 2v_3) < 1$, что соответствует условию задачи.

Предположим, что скорости человека и эскалатора направлены навстречу друг другу, тогда время движения в первом случае $t_1 = X/(v - v_3)$, а $x_1 = t_1 * v = X*v/(v - v_3)$. Тогда время движения во втором случае $t_2 = X/(2v - v_3)$, а $x_2 = t_2 * 2v = 2X*v/(2v - v_3)$.

$x_1 / x_2 = (2v - v_3) / (2v - 2v_3) > 1$, что противоречит условию задачи.

Получаем систему из 2 уравнений

$$x_1 = X*v/(v + v_3)$$

$$x_2 = 2X*v/(2v + v_3)$$

Выражаем из первого уравнения неизвестную скорость эскалатора $v_3 = v(X - x_1)/x_1$

Подставляем во второе $x_2 = 2X*v/(2v + v(X - x_1)/x_1)$, сокращаем v

$$x_2 = 2X/(2 + (X - x_1)/x_1) = 2x_1X/(X + x_1)$$

Выражаем X

$$x_2X + x_1x_2 = 2x_1X \quad X = x_1x_2/(2x_1 - x_2) = 15 \text{ ступенек}$$

Критерии оценки

Определены направления скорости движения эскалатора и человека – 4

Определено количество ступенек -6

Мах 10

Задача 4.

Измеренная масса бочки с моторным маслом $m_1 = 160$ кг. Масса этой бочки с дизельным топливом $m_2 = 180$ кг. Какова масса пустой бочки, каков объем бочки? Плотности моторного масла $\rho_1 = 700$ кг/м³, дизельного топлива $\rho_2 = 800$ кг/м³.

Решение:

Массу пустой бочки обозначим m_3 , объем - V .

Масса бочки с моторным маслом $m_1 = m_3 + \rho_1 * V$.

Масса бочки с дизельным топливом $m_2 = m_3 + \rho_2 * V$.

Вычитая уравнения, получаем выражение

для объема бочки $V = (m_2 - m_1) / (\rho_2 - \rho_1) = 0,2 \text{ м}^3$ (или 200 л).

Массу пустой бочки можно определить, как из массы бочки с моторным маслом $m_3 = m_1 - \rho_1 * V = 20 \text{ кг}$,

так и из массы бочки с дизельным топливом $m_3 = m_2 - \rho_2 * V = 20 \text{ кг}$.

Критерии оценки

Получена система уравнений для массы бочки с моторным маслом и дизельным топливом – 4

Определен объем бочки - 3

Определена масса бочки – 3

Мах 10