

## 1. «Модель Большеохтинского моста»

В Санкт-Петербурге существует множество мостов. Один из самых примечательных – Большеохтинский мост. Масса одного стального пролёта этого моста равна 3666 тонн, а высота около 30 м. Какой массой будет обладать точная железная модель одного пролёта этого моста высотой 30 см? Плотность стали  $7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ , плотность алюминия  $2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$



### **Возможное решение:**

- 1) Поскольку модель пролёта будет точная, это значит, что каждый элемент пролёта уменьшится в одинаковое количество раз по сравнению с оригиналом, т.е. в  $\frac{30\text{м}}{30\text{см}} = 100$  раз.
- 2) Поскольку каждый линейный размер модели в 100 раз меньше аналогичного линейного размера оригинала, объём модели  $V_m$  будет в  $100^3$  раз меньше, чем объём  $V_M$  оригинала.
- 3) Если масса оригинального пролёта  $M = 3666$  т, а  $m$  – масса модели, то  $m = \rho_{Al} * V_m = \rho_{Al} * \frac{V_M}{10^6} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{St}} * \frac{M}{10^6} = 1,3$  кг.

### **Система оценивания задачи:**

- 1) Указано, что у подобных фигур линейные размеры уменьшаются одинаково в 100 раз – **3 балла**
- 2) Написана формула расчета плотности тела – **2 балла**
- 3) Найдено отношение объёма модели к объёму оригинала – **2 балла**
- 4) Найдена масса модели – **3 балла**

### **Максимальный балл за полное решение – 10 баллов**

### **Возможное решение:**

- 1) Бензобак заполнится за  $t_1 = \frac{k_2}{\frac{V}{2}} = 12,5$  мин.
- 2) За время  $t_1$  цистерна заполнится на  $V_1 = k_1 * t_1 = 300$  л.
- 3) Остаток времени -  $t_2 = 15 \text{ ч} - 13 \text{ ч } 24,5 \text{ мин} = 95,5$  мин цистерна будет заполняться со скоростью  $k = k_1 + k_2 = 44 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$ . За это время в неё войдёт  $V = k * t_2 = 4202$  л.
- 4) Суммарный объём цистерны равен  $29 * 159 \text{ л} = 4611$  л.
- 5) Общий объём бензина в цистерне равен 4502 л, что меньше объёма цистерны, следовательно, цистерна не успеет полностью заполниться до выхода водителя на рейс.

**Система оценивания задачи:**

- 1) Найдено время  $t_1$  заполнения бензобака – **2 балла**
- 2) Найдено объём бензина через  $t_1$  – **2 балла**
- 3) Найдена скорость заполнения цистерны после подключения второго шланга – **1 балл**
- 4) Найдено объём бензина  $V$ , который будет залит за время  $t_2$  – **3 балла**
- 5) Найдено общий объём цистерны в литрах – **1 балл**
- 6) Дан правильный ответ – **1 балл**

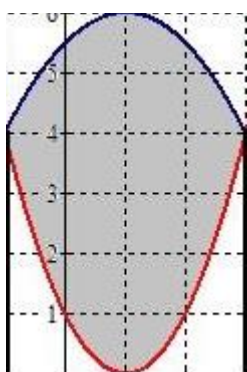
**Максимальный балл за полное решение – 10 баллов**

2. «Успеет?»»

Водитель приехал с пустой цистерной и наполовину заполненным бензобаком на заправочную станцию в 13:12, а выезд на рейс у него в 15:00. Успеет ли полностью заполниться цистерна до выхода водителя на рейс, если объём цистерны равен 29 баррелям. 1 баррель равен 159 л. Цистерна заполняется со скоростью  $k_1 = 24 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$ , а бензобак – со скоростью  $k_2 = 20 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$ , объём бензобака равен  $V = 500$  л. После заполнения бензобака к заполнению цистерны может подключиться второй шланг.

3. «Пытливый ученик»

Семиклассник Фёдор на уроке геометрии успел выполнить все задания учителя досрочно и решил порисовать разные линии на клетчатом листе. Совсем недавно он изучил строение вещества и решил после урока посчитать: какая масса графита была истрачена на то, чтобы закрасить картинку на клетчатой бумаге так, как показано на рисунке. Помогите Емельяну с расчётами, если известно, что плотность графита  $\rho = 2 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ , ширина клетки  $d_0 = 0,5$  см, а толщина линии, получаемой механическим карандашом, равна  $d = 0,2$  мм. Толщину контура рисунка считать такой же, как на остальной закрашенной части. Хватит ли Фёдору карандашного грифеля массой 0,05 г, чтобы докрасить оставшиеся на картинке области?



**Возможное решение:**

- 1) Площадь одной клетки равна  $S_0 = d_0^2 = 0,25 \text{ см}^2$
- 2) Площадь зарисованной области по методу палетки равна  $S = \left(N_1 S_0 + \frac{N_2}{2} S_0\right) = 3,75 \text{ см}^2$ , где  $N_1 = 8$  - число полностью зарисованных клеточек,  $N_2 = 14$  – число частично зарисованных клеточек.

$$m = \rho * V = \rho * S * d = \rho * \left(N_1 S_0 + \frac{N_2}{2} S_0\right) * d = 0,15 \text{ г}$$

- 3) Для закрашивания остатка необходимо по аналогичным расчётам 0,045 г грифеля, а значит, Фёдору хватит карандаша для закрашивания всего рисунка.

**Система оценивания задачи:**

- 1) Найдена площадь одной клетки – **1 балл**
- 2) Найдена площадь зарисованной области – **3 балла**
- 3) Найдена масса истраченного графита – **3 балла**
- 4) Найдена масса, необходимая для закрашивания остатка – **2 балла**
- 5) Дан верный ответ – **1 балл**

**Максимальный балл за полное решение – 10 баллов**

4. «Ласточка»

Поезд «Ласточка» проехал пассажирскую платформу длиной  $l = 350$  м за 8 с. Когда поезд только подъезжал к платформе, ветром у охранника снесло кепку, и он за ней побежал в ту же сторону, в которую едет и «Ласточка», со скоростью  $28,8 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ , заметив, что поезд проехал мимо него за 2,5 с. За какое время проехал платформу машинист поезда? Вычислите скорость поезда и его длину.

**Возможное решение:**

- 1) «Ласточка», проехав платформу, прошла путь, равный сумме длины платформы  $l$  и самого поезда  $L$ . Следовательно, время  $t_1 = 35 \text{ с} = \frac{l+L}{v_1}$ , где  $v_1$  – искомая скорость поезда.
- 2) Когда поезд проезжал мимо охранника, относительно него поезд прошёл путь, равный длине поезда со скоростью  $v_2 = v_1 - u$ , где  $u = 28,8 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Следовательно,  $L = v_2 * t_2$ , где  $t_2 = 2,5 \text{ с}$ .
- 3) Искомое время  $t$ , за которое поезд проехал платформу, можно найти так:  $t = \frac{l}{v_1}$ .
- 4) Решая систему уравнений, получим, что  $v_1 = \frac{l - v_2 * t_2}{t_1 - t_2} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .
- 5) Тогда  $L = 130 \text{ м}$ ,  $t = 5,8 \text{ с}$ .

**Система оценивания задачи:**

- 1) Показано, что путь за  $t_1$  равен  $l + L$  – **2 балла**
- 2) Найдена скорость поезда относительно охранника – **2 балла**
- 3) Найдена скорость поезда – **2 балла**
- 4) Найдена длина поезда – **2 балла**
- 5) Найдено время, за которое проехал платформу машинист – **2 балла**

**Максимальный балл за полное решение – 10 баллов**