

Материалы для членов жюри (ключи, критерии оценивания)

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальное количество баллов – 40

Задача 1 (10 баллов). Семиклассники побывали на экскурсии в Царскосельском лицее и возвращались в Санкт-Петербург на автобусе, который ехал со скоростью $v_1 = 60$ км/ч. Пошёл дождь, и водитель снизил скорость до $v_2 = 50$ км/ч. Когда дождь прекратился, до города оставалось ещё проехать путь $l = 20$ км. Автобус поехал со скоростью $v_3 = 65$ км/ч и подъехал к школе в Санкт-Петербурге в точно запланированное время. Сколько минут шёл дождь? Определить среднюю скорость автобуса, если в пути не делалось остановок.

Решение.

Общее расстояние от г. Пушкин, где находится лицей, до г. Санкт-Петербург равно сумме трёх расстояний, которые проехал автобус:

до дождя $v_1 \cdot t_1$,

во время дождя $v_2 \cdot t_2$,

и после дождя l ,

т. е. оно равно:

$$S = v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + l \text{ (км)}.$$

Плановое время прибытия, соответственно, равно:

$$t = S/v_1.$$

Фактическое время:

$$t = t_1 + t_2 + l/v_3.$$

По условию эти времена равны:

$$(v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + l) / v_1 = t_1 + t_2 + l/v_3. \quad (*)$$

Средняя скорость, равная, по определению,

$$S/t = v_1 = 60 \text{ км/ч},$$

это можно было записать и сразу как условие прибытия автобуса *вовремя*.

Решая уравнение (*), можно найти время, в течение которого шёл дождь:

$$t_2 = (l/v_3) \cdot (v_3 - v_1) / (v_1 - v_2),$$

подставляя численные значения:

$$t_2 = (20/65) \cdot (65 - 60) / (60 - 50) = 2/13 \text{ (ч)} = 13 \text{ мин.}$$

ОТВЕТ: дождь шёл примерно 13 минут; средняя скорость равна первоначальной скорости $v_1 = 60 \text{ км/ч}$.

Критерии оценивания:

- 1) Записано выражение для общего расстояния, состоящего из трёх расстояний, которые проехал автобус – 2 балла;
- 2) Записано выражение для планового времени прибытия автобуса – 1 балл;
- 3) Записано выражение для фактического времени прибытия автобуса – 1 балл;
- 4) Записано условие равенства планового и фактического времени прибытия автобуса – 2 балла;
- 5) Определена средняя скорость – 1 балл;
- 6) Найдено время, в течение которого шёл дождь – 3 балла.

Задача 2 (10 баллов). Древнегреческий ученый Архимед из сицилийского города Сиракузы установил, что тело будет плавать на поверхности жидкости, если его средняя плотность $\rho_{\text{ср}}$ (отношение массы тела m к его объёму V) меньше, чем у этой жидкости. Определите, утонет ли в воде полый алюминиевый кубик со стороной $a = 10$ см и толщиной стенок $b = 1$ см? (для этого найдите его среднюю плотность). Плотность алюминия $\rho_a = 2700$ кг/м³, а воды $\rho_v = 1000$ кг/м³.

Решение.

Объём, занимаемый кубиком, можно найти как:

$$V = a \cdot a \cdot a = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001 \text{ м}^3$$

Объём материала, из которого изготовлен кубик, можно определить как количество стенок, умноженное на толщину каждой стенки и её площадь:

$$V_1 = 6 \cdot b \cdot a \cdot a = 6 \cdot 0,01 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,0006 \text{ м}^3$$

Масса кубика: $m = \rho_a \cdot V_1 = 2700 \cdot 0,0006 = 1,62 \text{ кг}$

Средняя плотность кубика:

$$\rho_{\text{ср}} = m / V = 1,62 / 0,001 = 1620 \text{ кг/м}^3$$

Сравнивая среднюю плотность кубика $\rho_{\text{ср}} = 1620$ кг/м³ и плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³, можно сделать вывод, что кубик утонет.

Критерии оценивания:

- 1) Найден объём, занимаемый кубиком – 1 балл;
- 2) Найден объём материала, из которого изготовлен кубик – 3 балла;
- 3) Определена масса кубика – 2 балла;
- 4) Определена средняя плотность кубика – 3 балла.
- 5) Сделан вывод, что кубик утонет – 1 балл.

Задача 3 (10 баллов). Перед запуском на стартовой площадке двигатель ракеты заправляют двухкомпонентным топливом – заливают окислитель и горючее. Причём, если в топливный бак загружать только окислитель, то он заполнится за 45 минут, а если горючее, то заполнение произойдёт за 30 минут. Какое время (в минутах) потребуется для одновременной заправки бака ракеты сразу двумя компонентами топлива?

Решение.

Скорость заполнения бака окислителем: $v/45$.

Скорость заполнения бака горючим: $v/30$.

Если объём топливного бака равен V , то при заправке окислителем и горючим одновременно скорость наполнения бака составляет:

$$v/45 + v/30$$

В данном случае размерность скорости заполнения – (единица объёма)/мин.

Время заполнения бака составит:

$$t = \frac{v}{(v/45 + v/30)}$$

$$t = 18 \text{ мин.}$$

Критерии оценивания:

- 1) Определена скорость заполнения бака окислителем – 2 балла;
- 2) Определена скорость заполнения бака горючим – 2 балла;
- 3) Определена скорость заправки двигателя двумя компонентами одновременно – 2 балла;
- 4) Правильно рассчитано время заполнения бака – 4 балла.

Задача 4 (10 баллов). Школьник Паша после уроков отправился к маме на работу в научный центр. Его мама в это время проводила сложный эксперимент и, чтобы Паша приобщался к научной деятельности, дала ему важное задание: сделать расчеты по уже полученным данным скоростей молекул двух газов при различных температурах.

Кислород							
$t, ^\circ\text{C}$	- 75	- 50	- 25	0	25	50	75
$v_1, \text{м/с}$	380	400	439	432	480	505	517
$v_2, \text{м/с}$	410	383	390	421	455	450	500
$v_3, \text{м/с}$	422	469	441	471	473	476	481
$v_4, \text{м/с}$	368	431	428	409	431	459	523
$v_5, \text{м/с}$	437	394	405	488	480	495	473
$v_6, \text{м/с}$	353	440	396	458	513	512	504
$v_7, \text{м/с}$	390	371	490	511	505	524	540
$v_8, \text{м/с}$	344	457	484	462	529	550	559
$v_9, \text{м/с}$	400	409	475	499	447	488	536
$v_{10}, \text{м/с}$	446	446	452	449	487	541	567

Криптон							
$t, ^\circ\text{C}$	- 75	- 50	- 25	0	25	50	75
$v_1, \text{м/с}$	240	205	271	269	255	299	325
$v_2, \text{м/с}$	200	223	239	264	290	334	272
$v_3, \text{м/с}$	228	260	226	238	263	327	304
$v_4, \text{м/с}$	215	256	258	284	276	321	286
$v_5, \text{м/с}$	201	297	270	306	301	267	318
$v_6, \text{м/с}$	290	264	324	253	345	274	346
$v_7, \text{м/с}$	250	238	311	301	299	353	325
$v_8, \text{м/с}$	262	315	279	317	324	346	378
$v_9, \text{м/с}$	289	260	292	286	310	293	332
$v_{10}, \text{м/с}$	275	282	280	332	337	286	364

По экспериментальным данным требуется вычислить средние арифметические скорости молекул газов для каждой температуры, построить графики зависимости скорости молекул от температуры для каждого из газов, а также сравнить эти графики (написать чем они похожи, а чем отличаются).

Решение.

1. Находим средние арифметические скорости для молекул кислорода:

$$\text{при } t = -75^\circ\text{C} \quad v_{\text{cp}} = \frac{380 + 410 + 422 + 368 + 437 + 353 + 390 + 344 + 400 + 446}{10} = 395 \text{ м/с}$$

аналогично

$$\text{при } t = -50^\circ\text{C} \quad v_{\text{cp}} = 420 \text{ м/с}$$

$$\text{при } t = -25^\circ\text{C} \quad v_{\text{cp}} = 440 \text{ м/с}$$

$$\text{при } t = 0^\circ\text{C} \quad v_{\text{cp}} = 460 \text{ м/с}$$

при $t = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ $v_{\text{ср}} = 480\text{ м/с}$

при $t = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$ $v_{\text{ср}} = 500\text{ м/с}$

при $t = 75\text{ }^{\circ}\text{C}$ $v_{\text{ср}} = 520\text{ м/с}$

2. Находим средние арифметические скорости для молекул криптона:

при $t = -75\text{ }^{\circ}\text{C}$ $v_{\text{ср}} = 245\text{ м/с}$

при $t = -50\text{ }^{\circ}\text{C}$ $v_{\text{ср}} = 260\text{ м/с}$

при $t = -25\text{ }^{\circ}\text{C}$ $v_{\text{ср}} = 275\text{ м/с}$

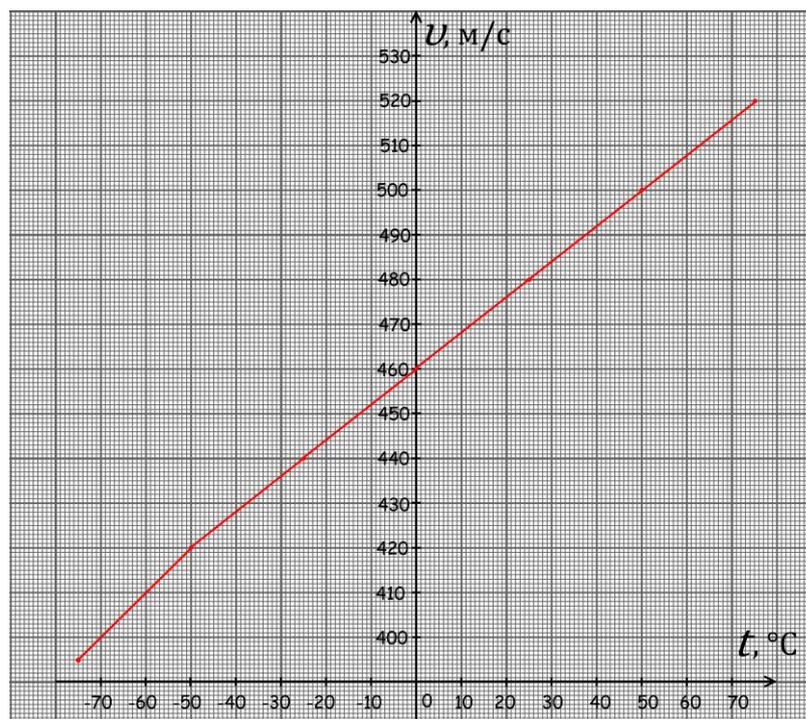
при $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ $v_{\text{ср}} = 285\text{ м/с}$

при $t = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ $v_{\text{ср}} = 300\text{ м/с}$

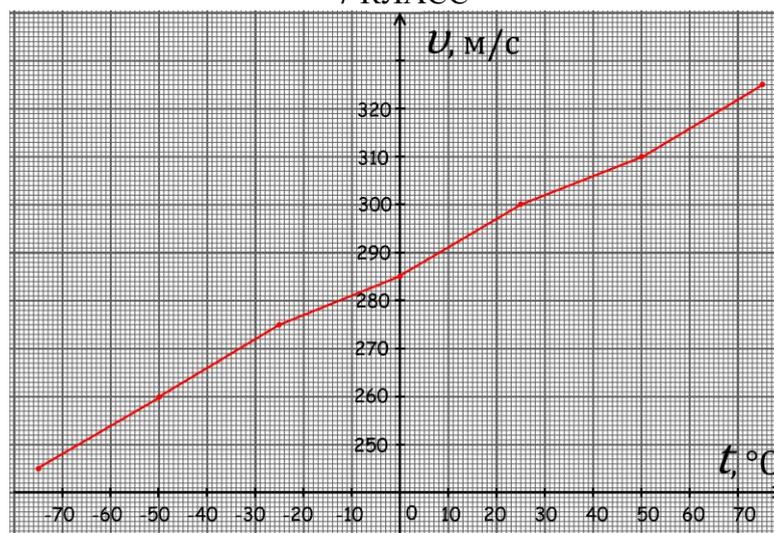
при $t = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$ $v_{\text{ср}} = 310\text{ м/с}$

при $t = 75\text{ }^{\circ}\text{C}$ $v_{\text{ср}} = 325\text{ м/с}$

3. Построен график зависимости средней арифметической скорости молекул кислорода от температуры



4. Построен график зависимости средней арифметической скорости молекул криптона от температуры



5. Сравнив графики можем сделать вывод: скорость молекул в обоих случаях растёт с увеличением температуры; причём скорость молекул кислорода возрастает быстрее, чем молекул криптона.

Критерии оценивания:

- 1) Найдены средние арифметические скорости для молекул кислорода – 2 балла;
- 2) Найдены средние арифметические скорости для молекул криптона – 2 балла;
- 3) Построен график зависимости скорости молекул кислорода от температуры – 2 балла;
- 4) Построен график зависимости скорости молекул криптона от температуры – 2 балла;
- 5) Приведено сравнение графиков – 2 балла.