

ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ и КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

1. Спидометр

На приборную панель современного автомобиля выводится информация о скорости (правый циферблат) в км/ч, оборотах двигателя (левый циферблат), пробеге автомобиля (пройденный путь с начала эксплуатации) и запасе хода. Запасом хода называется возможное расстояние, которое сможет пройти автомобиль, двигаясь с той же скоростью, что и сейчас, при том остатке топлива,



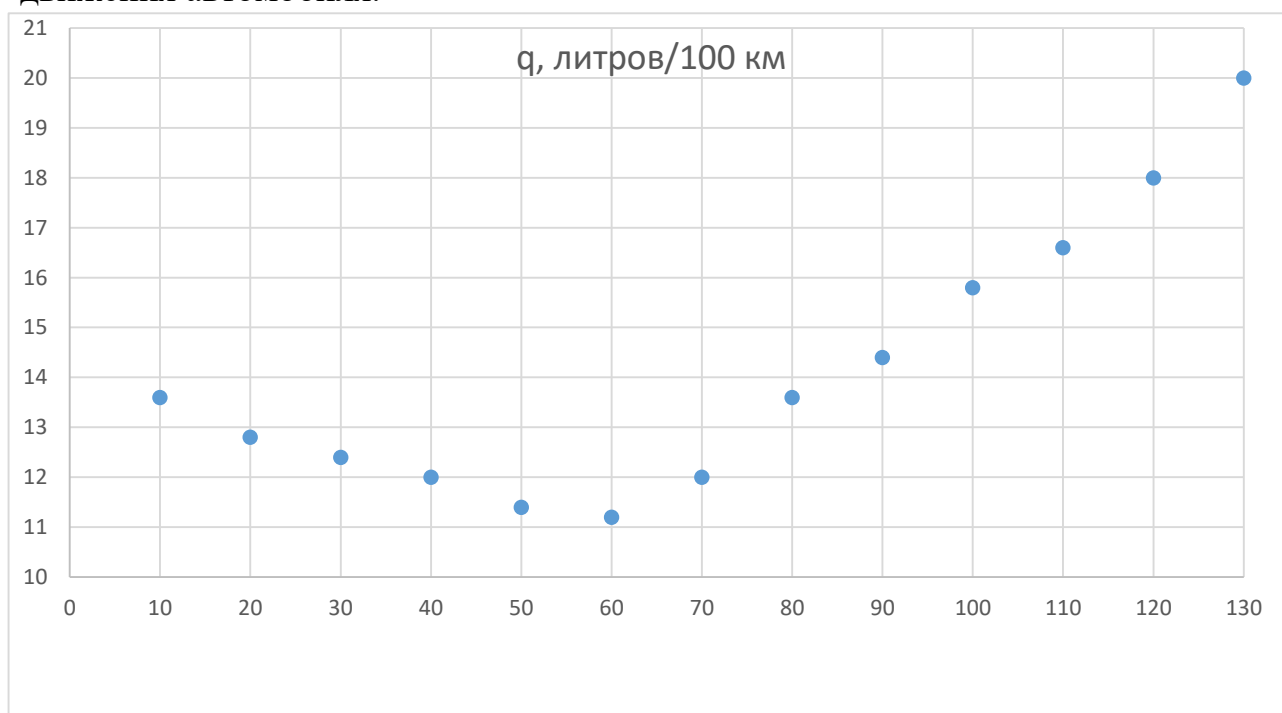
которое имеется сейчас в баке.

Используя данные приборов, определите:

- скорость движения автомобиля;
- среднюю скорость движения автомобиля с момента начала

эксплуатации. Известно, что с конвейера автомобиль сошел ровно 120 суток назад. Ответ выразить в см/мин.

- сколько литров бензина находится в баке автомобиля. Для ответа на этот вопрос используйте график, показывающий, как расход топлива зависит от скорости движения автомобиля.



Примечание: расходом топлива называют количество литров, затрачиваемое на прохождение пути 100 км

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

По фотографии определяем, что скорость автомобиля равна 40 км/ч.

По фотографии определяем, что за 120 суток путь автомобиля оказался равным 12240 км. Средняя скорость движения автомобиля равна

$$V_{\text{ср}} = \frac{12240 \text{ км}}{120 \cdot 24 \text{ ч}} = 4,25 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \frac{12240 \cdot 100000 \text{ см}}{120 \cdot 24 \cdot 60 \text{ мин}} = 7083 \frac{\text{см}}{\text{мин}}$$

По приведенному графику находим, что при скорости 40 км/ч расход топлива составляет 12 литров/100 км. По данным приборов при движении с той же скоростью топлива должно хватить на 326 км, поэтому запас топлива в баке автомобиля равен

$$W = \frac{326}{100} \cdot 12 = 39 \text{ (л)}.$$

Критерии проверки

| N | Содержание критерия | Балл |
|------|--|---|
| 1.1 | Определена скорость движения автомобиля 40 км/ч | 1 |
| 1.2. | Определение средней скорости движения автомобиля <i>4,25 км/ч</i> <i>7083 см/мин</i> | До 4 баллов <i>2 балла</i> <i>2 балла</i> |
| 1.3. | Определение запаса топлива <i>по графику определен расход</i> <i>определен запас топлива</i> | До 5 баллов <i>2 балла</i> <i>3 балла</i> |

2. На кондитерской фабрике

Для приготовления сахарного сиропа сахар обычно разводят в холодной воде, затем нагревают и выпаривают воду до нужной концентрации сахара. На фабрике для приготовления сиропа в $m = 1$ кг воды растворили $2m = 2$ кг сахара. Определить плотность получившегося раствора. Приготовленный раствор нагрели, часть воды при этом испарилась и получился раствор с 90% концентрацией сахара по массе. Какая масса воды испарилась?

Примечание: концентрацией раствора по массе называют отношение массы сахара к полной массе раствора.

Плотность воды равна $\rho_1 = 1000$ кг/м³, плотность сахарозы $\rho_2 = 1567$ кг/м³.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Определим плотность раствора, полученного после растворения сахара в холодной воде

$$\rho = \frac{3m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{2m}{\rho_2}} = \frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_2 + 2\rho_1};$$
$$\rho = \frac{3 \cdot 1000 \cdot 1567}{1567 + 2 \cdot 1000} = 1327 \text{ кг/м}^3.$$

В сиропе, полученном после выпаривания нужного количества воды $2m = 2$ кг сахара должны составлять 0,9 от всей массы раствора, поэтому масса сиропа M равна

$$M = \frac{2m}{0,9} = 2,222m = 2,222 \text{ кг.}$$

Следовательно, нужно выпарить $1,000 - 0,222 = 0,778$ кг воды.

Критерии проверки

| N | Содержание критерия | Балл |
|------|---|--|
| 2.1 | Определение плотности раствора сахара в холодной воде <i>Записана формула для средней плотности</i> <i>Определены объёмы воды и сахара</i> <i>Определена плотность</i> | До 5 баллов <i>1 балл</i> <i>2 балла</i> <i>2 балла</i> |
| 2.2. | Определение массы воды, которую следует испарить <i>Определена полная масса сиропа с 90% концентрацией сахара</i> <i>Определена масса испарившейся воды</i> | До 5 баллов <i>3 балла</i> <i>2 балла</i> |

3. Погоняем

На трекке замкнутой формы проводятся соревнования радиоуправляемых машинок. В ходе первого этапа соревнований синяя машинка совершала полный круг за время $t_1 = 150$ с, а красная машинка обгоняла её каждые $\tau_1 = 600$ с. Во сколько раз скорость красной машины превышает скорость синей?

На втором этапе соревнований у синей машинки поменяли двигатель, в результате чего ее скорость увеличилась в k раз, и теперь она стала обгонять красную каждые $\tau_2 = 300$ с. Определить k .

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Обозначим длину круга трека L , скорости машинок в ходе первого этапа V_1 (синяя) и V_2 (красная). Синяя машинка свершает полный круг за время $t_1 = 150$ с, поэтому

$$L = V_1 \cdot t_1. \quad (1)$$

Красная машинка обгоняет синюю каждые $\tau_1 = 600$ с, поэтому

$$L = (V_2 - V_1) \cdot \tau_1. \quad (2)$$

Из записанных выражений получим

$$V_1 \cdot t_1 = (V_2 - V_1) \cdot \tau_1.$$

Проделив преобразования, найдём отношение скоростей машинок в ходе первого этапа соревнований

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{t_1 + \tau_1}{\tau_1};$$
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{150 + 600}{600} = 1,25.$$

Скорость синей машины на втором этапе равна kV_1 . По условию задачи она обгоняет красную каждые $\tau_2 = 300$ с, поэтому можно записать

$$L = (kV_1 - V_2) \cdot \tau_2. \quad (3)$$

Тогда

$$V_1 \cdot t_1 = (kV_1 - V_2) \cdot \tau_2.$$

Из записанного выражения определим k

$$k = \frac{t_1}{\tau_2} + \frac{V_2}{V_1};$$
$$k = \frac{150}{300} + 1,25 = 1,75.$$

Критерии оценивания:

| | | |
|-----|--|--|
| 3.1 | Определение отношения скоростей машинок в первом этапе соревнований <i>Записано выражение (1)</i> <i>Записано выражение (2)</i> <i>Проделаны преобразования, определено отношение скоростей</i> | До 6 баллов <i>1 балл</i> <i>3 балла</i> <i>2 балла</i> |
| 3.2 | Определение k для второго этапа соревнований <i>Записано выражение (3)</i> <i>Проделаны математические преобразования, найдено k</i> | До 4 баллов <i>2 балла</i> <i>2 балла</i> |

4. Заливаем кубики

В цилиндрический сосуд с прозрачными стенками наливается вода так, что объём, попадающий в сосуд за 1 секунду, постоянен. В сосуде находятся два кубика, находящихся друг на друге, причем нижний стоит на дне. Высота цилиндра $h = 105$ мм. На рисунке представлен график зависимости уровня воды



в сосуде от времени.

Определите:

- длину ребра нижнего кубика a_1 ;
- длину ребра верхнего кубика a_2 ;
- площадь поперечного сечения сосуда S_0 ;
- объём воды v , поступающей в сосуд за 1 секунду.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Проанализируем график. На нём есть три линейных участка с разными зависимостями уровня жидкости в сосуде от времени:

- на первом участке длительностью $\Delta t_1 = 16$ с за 16 с уровень жидкости увеличился на $\Delta h_1 = 4$ см;
- на втором участке за $\Delta t_2 = 21 - 16 = 5$ (с) с уровень жидкости увеличился на $\Delta h_2 = 9 - 4 = 5$ (см);
- на третьем участке за $\Delta t_3 = 35 - 21 = 14$ (с) с уровень жидкости увеличился на $\Delta h_3 = 10,5 - 9 = 1,5$ (см).

Пусть на какой-то высоте площадь поперечного сечения цилиндра равна S , если за Δt уровень воды увеличился на Δh , то

$$S \cdot \Delta h = v \cdot \Delta t,$$
$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{v}{S}.$$

Из последнего выражения видим, что скорость изменения уровня воды в сосуде тем меньше, чем больше площадь поперечного сечения заполняемой части сосуда.

Теперь можем определить ребра кубиков. У нижнего кубика (первый участок) длина ребра равна

$$a_1 = 4 \text{ см.}$$

Кроме того, для первого участка

$$(S_0 - a_1^2) \cdot \Delta h_2 = v \cdot \Delta t_1 \quad (1).$$

У верхнего кубика (второй участок) длина ребра равна

$$a_2 = 5 \text{ см.}$$

Для второго участка

$$(S_0 - a_2^2) \cdot \Delta h_2 = v \cdot \Delta t_2 \quad (2).$$

Меньше всего скорость заполнения на третьей части графика, следовательно, в той части кубиков уже нет, поэтому

$$S_0 \cdot \Delta h_3 = v \cdot \Delta t_3 \quad (3).$$

Из записанных выражений определяем площадь поперечного сечения сосуда S_0

$$S_0 = \frac{a_1^2}{1 - \frac{\Delta t_1}{\Delta t_3} \cdot \frac{\Delta h_3}{\Delta h_1}}; \quad S_0 = \frac{4 \cdot 4}{1 - \frac{16}{14} \cdot \frac{1,5}{4}} = 28 \text{ см}^2.$$

либо

$$S_0 = \frac{a_2^2}{1 - \frac{\Delta t_2}{\Delta t_3} \cdot \frac{\Delta h_3}{\Delta h_2}}; \quad S_0 = \frac{5 \cdot 5}{1 - \frac{5}{14} \cdot \frac{1,5}{5}} = 28 \text{ см}^2.$$

Зная площадь поперечного сечения, определяем объем воды, поступающей в сосуд за 1 секунду

$$v = \frac{S_0 \cdot \Delta h_3}{\Delta t_3}; \quad v = \frac{28 \cdot 1,5}{14} = 3 \text{ см}^3/\text{с.}$$

Критерии оценивания:

| | | |
|-----|--|--|
| 4.1 | Работа с графиком Выделены три участка, Сделан вывод о том, что разные площади поперечного сечения Определены ребра кубиков | До 3 баллов 1 балл 1 балл 1 балл |
| 4.2 | Определение площади поперечного сечения и объема воды, поступающей в сосуд за 1 секунду записаны выражения (1), (2) и (3) либо то же в числах (по 1 баллу за каждое) проделаны математические преобразования, найдена S_0 ответ (значение) для S_0 проделаны преобразования, найдена v ответ (значение) для v | До 7 баллов 3 балла 1 балл 1 балл 1 балл 1 балл |