8 класс

8.1. (*10 баллов*)

Шарики

В коробку с жесткими стенками, имеющий форму куба объемом 1 м^3 и массой 300 кг, насыпали металлические шары диаметром 20 мм плотностью 7800 кг/м^3.

Затем коробку потрясли и добавили в него столько шаров, что больше уже не получается засунуть ни одного шара (то есть получилась максимально плотная упаковка шаров в коробке). Суммарная масса шаров и коробки получилась равной 6072 кг.

Далее в эту же коробку с шарами досыпали еще мелких шариков диаметром 1 мм, сделанных из того же материала, и снова «утрясли» коробку до максимально возможного заполнения, досыпая при необходимости мелкие шарики. Оцените, какой после этого стала суммарная масса коробки с шарами и с шариками.

Ответ: 7572 кг.

Возможное решение: Масса насыпанных в коробку крупных шаров равна $m = M - m_k = 6072 - 300 =$5772 кг, а занимаемый ими объем равен $V_1 = \frac{m}{\rho} = \frac{5772}{7800} = 0{,}74$ м^3. Следовательно, после заполнения коробки крупными шарами металл занимает только 740 литров из 1000. Оставшаяся часть объема коробки (260 литров) заполнена воздухом. Так как диаметр маленького шарика в 20 раз меньше диаметра большого шара, то можно считать, что маленькие шарики засыпаются в пустую коробку объемом 260 литров. После засыпания в коробку мелких шариков, аналогично предыдущему случаю, 74 % от 260 литров окажутся заполненными металлом. То есть суммарная масса коробки с шарами и с шариками будет равна:

$$M_{\text{общ}} = M + 0{,}74 \cdot 0{,}26 \cdot \rho = 6072 + 0{,}74 \cdot 0{,}26 \cdot 7800 \approx 7572 \text{ кг}.$$

Критерии оценивания

1. Найдена масса насыпанных в коробку крупных шаров – 2 балла.

2. Найден объем, занимаемый металлом (740 л) или воздухом (260 л) – 3 балла.

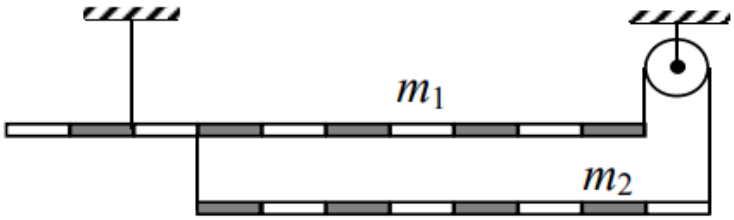
3. После досыпания в коробку мелких шариков они займут 74% от объема оставшегося в коробке воздуха – 3 балла.

4. Получен правильный ответ – 2 балла.

8.2. (*10 баллов*)

Балки

Система, состоящая из двух однородных стержней разной плотности, находится в равновесии. Масса верхнего стержня m_1 = 1,4 кг. Трение пренебрежимо мало. Определите, при какой массе m_2 нижнего стержня возможно такое равновесие.



Ответ: 1,2 кг.

Возможное решение:

Так как нижний стержень подвешен за концы, находится в равновесии и его центр тяжести располагается посередине, то силы реакции нитей, действующие на него, одинаковы и равны по модулю $\frac{m_2 \cdot g}{2}$. Запишем уравнение моментов для верхнего стержня относительно точки крепления левой (верхней) нити:

$$\frac{m_2 \cdot g}{2} \cdot 1 + m_1 g \cdot 3 - \frac{m_2 \cdot g}{2} \cdot 8 = 0 \ \rightarrow \ m_2 = \frac{6}{7} m_1 = 1{,}2 \text{ кг.}$$

Критерии оценивания:

1. Указано, что силы реакции нитей, действующие на нижний стержень, равны – 3 балла.

2. Указаны значения модулей этих сил реакций ($\frac{m_2 \cdot g}{2}$) – 2 балла.

3. Записано уравнение моментов – 4 балла.

4. Найдена масса m_2 = 1,2 кг – 1 балл.

8.3. (*10 баллов*)

Игрушечный дом

В детском саду малыши решили построить игрушечный дом из деревянных кубиков. В основание они заложили плотно друг к другу 10 больших кубиков со стороной a = 10 см. На строительство самого дома ушло дополнительно 6 больших, 20 средних (со стороной a/2) и 100 маленьких (со стороной a/4) кубиков. Определите давление, которое оказывает дом на пол в игровой комнате, в предположении, что нагрузка распределяется равномерно по основанию. Плотность дерева ρ = 500 кг/м^3. Ускорение свободного падения принять равным g = 10 м/с^2.

Ответ: 1003 Па ≈ 1 кПа.

Возможное решение: Площадь основания дома $S = 10*a^2 = 0{,}10$ м^2. Масса большого кубика $m_1 = \rho*a^3 = 500$ г. Масса среднего кубика меньше в 8 раз и равна $m_2 = 62{,}5$ г, масса маленького кубика $m_3 = 7{,}8125$ г. Масса всего дома $m = 16m_1 + 20m_2 + 100m_3 = 10{,}03$ кг. Давление на поверхность пола равно $P = \frac{mg}{S} = 1003$ Па ≈ 1 кПа.

Критерии оценивания:

1. Найдена площадь основания дома – 2 балла.
2. Найдена масса каждого кубика – 3 балла.
3. Найдена масса всего дома – 2 балла.
4. Записано выражение для давления – 2 балла.
5. Получено численное значение давления – 1 балл.

8.4. (*10 баллов*)

Кубики льда

В калориметр, содержащий $M = 1$ кг воды неизвестной начальной температуры, друг за другом бросают одинаковые кубики льда, каждый массой $m = 100$ г с температурой 0 ºС, дожидаясь каждый раз установления теплового равновесия. Первый и второй кубики растаяли полностью, третий – частично. Четвертый кубик плавиться так и не стал. В каком интервале могла находиться начальная температура воды? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 335$ кДж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2$ кДж/(кг·ºС).

Ответ: начальная температура воды t_0 лежит в интервале от ≈ 16 ºС до ≈ 24 ºС.

Возможно решение: Поскольку четвертый кубик плавиться не стал, к моменту опускания этого кубика уже установилась температура 0 ºС. Поэтому количества теплоты $c*M*t_0$, выделяющегося при охлаждении воды от неизвестной начальной температуры t_0 до 0 ºС, хватает на полное плавление двух кубиков льда и частичное плавление третьего: оно превосходит $2*\lambda*m$, но меньше $3*\lambda*m$:

$2\lambda m < cMt_0 < 3\lambda m$.

$$t_{01} = \frac{2*\lambda*m}{c*M} = \frac{2*335000*0{,}1}{4200*1} = 16\ °C$$

$$t_{02} = \frac{3*\lambda*m}{c*M} = \frac{3*335000*0{,}1}{4200*1} = 24\ °C$$

Поэтому начальная температура воды t_0 лежит в интервале от

16 ºС < t_0 < 24 ºС.

Критерии оценивания:

1. Указано только одно значение, которое попадает в интервал в ответе – 2 балла.

2. Указан конечный промежуток, частично перекрывающийся с промежутком в ответе, или указаны несколько значений температуры в нужном интервале – 3 балла.

3. Указан конечный промежуток, расположенный полностью внутри промежутка в ответе, при этом ни одна из границ не совпадает с ответом – 4 балла.

4. Указан конечный промежуток, расположенный полностью внутри промежутка в ответе, при этом одна из границ совпадает с границей в ответе – 6 баллов.

5. Указанный в работе промежуток совпадает с промежутком в ответе – 10 баллов.