

8 класс

8.1. Счастливая задача. Водитель маршрутки, выехав в 13:00 с автостанции, заметил, что табло пробега показывало 66613 км. На конечную остановку он прибыл в 13:55, когда табло показывало 66666 км. Какие значения может иметь средняя скорость маршрутки? Выразите максимальную и минимальную средние скорости в км/ч. Обратите внимание, что время определялось без учета секунд, а пробег – без учета долей километра.

Решение (Рубцов Д.Н.):

13:00 – это промежуток времени от 13:00:00 до 13:00:59, т.е. время на смартфоне определяется с точностью 60 с. Аналогично, с точностью до 1 км определяется пробег. Поэтому время пути – от 54 мин до 56 мин, длина пути – от 52 до 54 км.

Минимально возможная средняя скорость

$$v_{\text{мин}} = \frac{52 \text{ км}}{\frac{56}{60} \text{ ч}} = 55,7 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Максимально возможная средняя скорость

$$v_{\text{макс}} = \frac{54 \text{ км}}{\frac{54}{60} \text{ ч}} = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Время пути – от 54 мин до 56 мин	2 балла
2	Длина пути – от 52 до 54 км	2 балла
3	$v_{\text{ср}} = \frac{L_{\text{весь}}}{t_{\text{всё}}}$	2 балла
4	$v_{\text{мин}} = 55,7 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	2 балла
5	$v_{\text{макс}} = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	2 балла

8.2. Скоро зима! Во время сильных снегопадов коммунальщики решили подогреть кузова грузовых автомобилей, чтобы собранный ими снег превращался в воду. При уборке одной из городских улиц было полностью заполнено водой 9 автомобилей. При этом в одном из новостных релизов было написано, что с этой улицы было вывезено $V = 1000$ кубометров снега. Определите пористость снега ε , т.е. отношение объема, занятого воздухом, к общему объему снежного пласта. Объем кузова $V_0 = 10 \text{ м}^3$, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Решение (Рубцов Д.Н.):

По определению, объем пустот и объем снега относятся как

$$V_{\text{пустот}} = \varepsilon V_{\text{снега}}$$

Очевидно, что снег – это кристаллики льда и воздушные пустоты

$$V_{\text{льда}} = V_{\text{снега}} - V_{\text{пустот}} = (1 - \varepsilon)V_{\text{снега}}$$

Из закона сохранения масс

$$\rho_{\text{в}} V_{\text{воды}} = \rho_{\text{л}} V_{\text{льда}}$$

Откуда

$$V_{\text{воды}} = \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} (1 - \varepsilon) V_{\text{снега}}$$

Или в авторских обозначениях

$$9V_0 = \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} (1 - \varepsilon) V$$

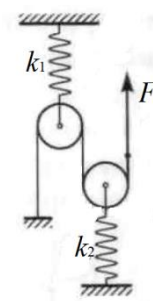
Окончательно

$$\varepsilon = 1 - \frac{9V_0 \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}} V} = 0,9$$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	$V_{\text{льда}} = V_{\text{снега}} - V_{\text{пустот}}$	1 балл
2	$\rho_{\text{в}} V_{\text{воды}} = \rho_{\text{л}} V_{\text{льда}}$	2 балла
3	$V_{\text{льда}} = (1 - \varepsilon) V_{\text{снега}}$	2 балла
4	$\varepsilon = 1 - \frac{9V_0 \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}} V} = 0,9$ (3 балла – формула, 2 балла – число)	5 баллов

8.3. Эффективная жесткость. Изначально нить, перекинутая через блок, не натянута. Назовем эффективным коэффициентом жесткости системы отношение силы F , приложенной к свободному концу нити, к смещению x этого конца под действием этой силы: $k_{\text{эфф}} = \frac{F}{x}$. Выразите эффективную жесткость системы $k_{\text{эфф}}$ через известные жесткости k_1 и k_2 . Блоки и пружины невесомы, трения нет.



Решение (фольклор):

Решение 1: Из расстановки сил на блоки ясно, что пружины натянуты с силой $2F$.

Следовательно, удлинения пружин $\Delta x_1 = \frac{2F}{k_1}$, $\Delta x_2 = \frac{2F}{k_2}$.

Смещение конца нити $x = 2\Delta x_1 + 2\Delta x_2$.

Таким образом $k_{\text{эфф}} = \frac{F}{x} = \frac{k_1 k_2}{4(k_1 + k_2)}$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Пружины натянуты с силой $2F$	2 балла
2	Удлинения пружин $\Delta x_1 = \frac{2F}{k_1}$, $\Delta x_2 = \frac{2F}{k_2}$.	2 балла
3	Смещение конца нити $x = 2\Delta x_1 + 2\Delta x_2$	4 балла
4	$k_{\text{эфф}} = \frac{k_1 k_2}{4(k_1 + k_2)}$	2 балла

Решение 2: Из расстановки сил на блоки ясно, что пружины натянуты с силой $2F$.

$$\text{Энергия деформированной пружины } W = \frac{kx^2}{2} = \frac{F^2}{2k}$$

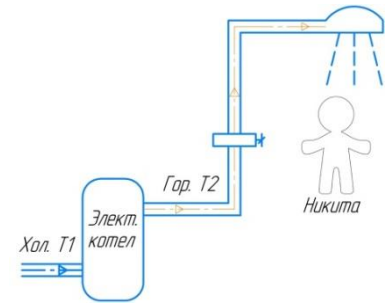
$$\text{Закон сохранения энергии } \frac{F^2}{2k_{\text{эфф}}} = \frac{(2F)^2}{2k_1} + \frac{(2F)^2}{2k_2}$$

$$\text{Откуда сразу следует ответ } k_{\text{эфф}} = \frac{F}{x} = \frac{k_1 k_2}{4(k_1 + k_2)}$$

Критерии оценивания (10 баллов)

1	Пружины натянуты с силой $2F$	2 балла
2	$\frac{F^2}{2k_{\text{эфф}}} = \frac{(2F)^2}{2k_1} + \frac{(2F)^2}{2k_2}$ или аналогичное	6 баллов
4	$k_{\text{эфф}} = \frac{k_1 k_2}{4(k_1 + k_2)}$	2 балла

8.4. Тепленькая пошла! Экспериментатор Никита решил пойти в душ и заинтересовался мощностью N электрического котла, который стоит у него в подвале. Для этого он исследовал зависимость температуры воды T_2 на выходе из электрического котла от потока W воды через него (т.е. объема жидкости ΔV , протекающего за время Δt : $W = \Delta V / \Delta t$). Также он измерил температуру холодной воды T_1 , поступающей в котел. Постройте график зависимости потока от разности температур горячей и холодной воды в таких координатах, чтобы он оказался линейным. Используя построенный график, определите мощность N . Плотность воды $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$. Тепловых потерь нет.

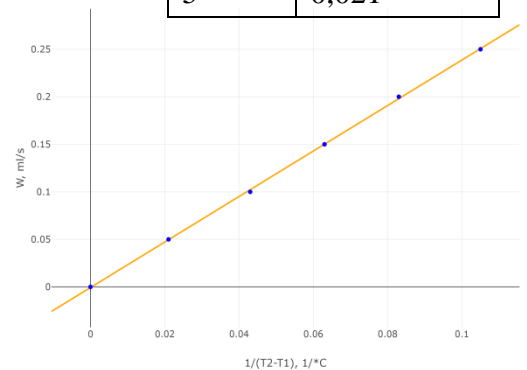


Номер опыта	$T_1, ^\circ\text{C}$	$T_2, ^\circ\text{C}$	$W, \text{мл/с}$
1	10	19.5	0.25
2		22.0	0.20
3		26.0	0.15
4		33.5	0.10
5		57.5	0.05

Номер опыта	$\frac{1}{T_2 - T_1}, ^\circ\text{C}^{-1}$
1	0,105
2	0,083
3	0,063
4	0,043
5	0,021

Решение (Бутрим Б.Г.):

За время Δt в котел попадает $\Delta m = \rho \Delta V = \rho W \Delta t$ воды при температуре T_1 . Благодаря полученному от нагревателя теплу $\Delta Q = N \Delta t$ эта порция воды нагревается до температуры T_2 : $\Delta Q = c \Delta m (T_2 - T_1)$. Тогда $W = \frac{N}{c\rho} \cdot \frac{1}{T_2 - T_1}$ и график зависимости $W \left(\frac{1}{T_2 - T_1} \right)$ должен быть прямой пропорциональностью с угловым коэффициентом $\frac{N}{c\rho}$. Полученный угловой коэффициент $\frac{N}{c\rho} \approx 2,39 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{с}}$. Ответ $N \approx 10$ кВт.



Критерии оценивания (10 баллов)

1	$\Delta m = \rho W \Delta t$	1 балл
2	$\Delta Q = N \Delta t$	1 балл
3	$\Delta Q = c \Delta m (T_2 - T_1)$	1 балл
4	$W = \frac{N}{c\rho} \cdot \frac{1}{T_2 - T_1}$	1 балл
5	Выбрана линеаризация $W(\frac{1}{T_2 - T_1})$ или $(1/W)(T_2 - T_1)$	1 балл
6	Пересчет $\frac{1}{T_2 - T_1}$ в таблице или аналог.	1 балл
7	Построен линеаризованный график (подписаны оси 0,5 балла, разумная оцифровка осей 0,5 балла, нанесены точки 0,5 балла, проведена прямая 0,5 балла)	2 балла
8	угловой коэффициент $\approx 2,39 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3 \cdot \text{°C}}{\text{с}}$	1 балл
9	Ответ $N \approx 10$ кВт	1 балл