

Задача 1. Школьное задание

Школьнику Пете было дано задание сделать для класса полые кубики из листа толстой бумаги (ватмана). Он измерил лист ватмана и определил, что его размеры составили $A \times B = 841 \times 1189$ мм. Потом он его взвесил и вышло, что масса листа составила 210 гр. Петя разрезал лист на квадраты со стороной $C=10$ см. Сколько бумажных полых внутри кубиков со стороной C можно склеить из полученных квадратов? Если ставить кубики друг на друга и приставлять их к другим кубикам, то можно получить большие кубики со сторонами $2C$, $3C$ и т.д. Чему будет равна масса наибольшего кубика, который можно будет составить таким образом из имеющихся кубиков со стороной C ?

Решение

Всего из ватмана можно вырезать $8 \cdot 11 = 88$ квадратов размером 10 см \times 10 см.

Для того, чтобы склеить кубик нужно 6 квадратов, тогда из 88 квадратов можно склеить всего $[88/6] = 14$ кубиков.

Для создания большого кубика со стороной $2C$ нужно 8 кубиков – это возможно, а со стороной $3C$ уже 27 – на это кубиков не хватит!

Для создания 8 кубиков нужно $6 \cdot 8 = 48$ квадратов, общей площадью $48 \cdot 100 \cdot 100 = 480000$ мм²
Тогда масса этих кубиков $M = m \cdot 480000 / (841 \cdot 1189) = 210 \cdot 480000 / 999949 = 100,8$ г.

Критерии оценки

Найдено количество кубиков стороной C :

- | | |
|--|---------|
| 1) Найдено количество квадратов | 2 балла |
| 2) Рассчитано количество кубиков со стороной C | 2 балла |

Найдена масса кубика со стороной $2C$:

- | | |
|--|---------|
| 1) Определено количество кубиков со стороной C , необходимое для создания кубика со стороной $2C$ и $3C$. | 1 балл |
| 2) Определено, что наибольший кубик $2C$ | 1 балла |
| 3) Рассчитана площадь ватмана, необходимая для создания 8 кубиков | 2 балла |
| 3) Рассчитана масса этой части ватмана (масса куба $2C$) | 2 балла |

Задача 2. Равновесие будет или нет?

Система из однородной балки массы m , груза массы $2m$, блока, груза массы M и невесомых, нерастяжимых нитей, изображённая на рис.1, находится в равновесии.

- 1) Найдите массу груза M .
- 2) С какой скоростью начнёт подниматься груз массы m , если груз массы M начать опускать вниз со скоростью $u = 1$ м/с?

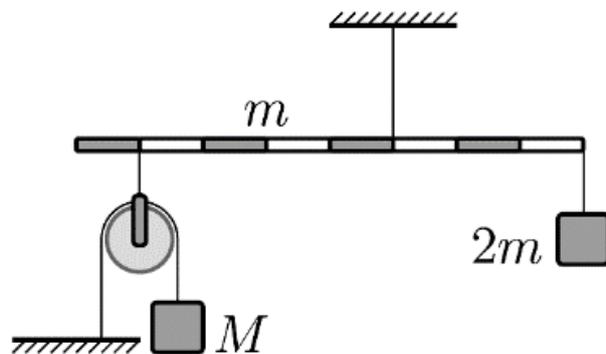
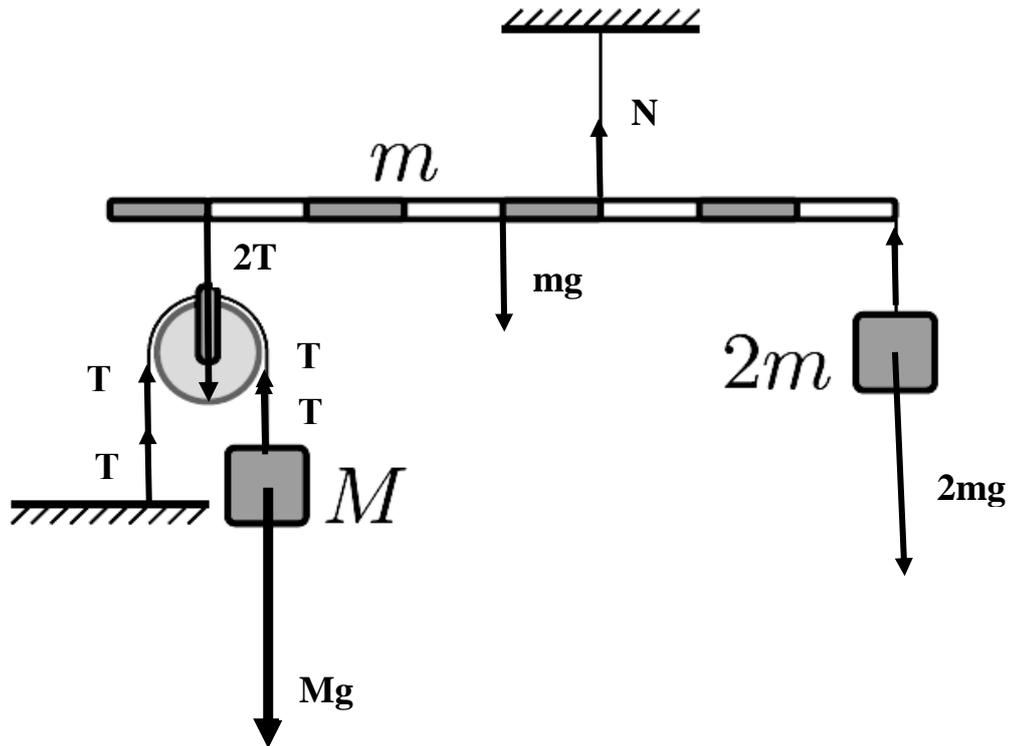


Рис.1

Решение

Расставим силы, действующие на систему на рисунке.



Если условие равновесия для моментов сил записано для точки подвеса, то указание силы N не обязательно, если использована другая точка, то указание N – обязательно.

1) Поскольку нить, перекинута через блок, нерастяжима и невесома, то её сила натяжения всюду равна T . Из условия равновесия для блока следует, что сила натяжения нити, соединяющей блок и балку, равна $2T$.

Условие равновесия для груза массы M :

$$Mg = T, \quad (1)$$

Откуда

$$2T = 2Mg. \quad (2)$$

Правило моментов для балки относительно точки подвеса:

$$2mg \cdot 3l = mg \cdot l + 2T \cdot 4l. \quad (3)$$

Решая совместно (2) и (3):

$$M = \frac{5m}{8}. \quad (4)$$

2) При опускании груза массы M на $u\Delta t$ вниз, блок сместится на величину $\Delta x_6 = \frac{u\Delta t}{2}$.

При небольшом повороте балки справедливо, что:

$$\frac{\Delta x_6}{\Delta x_{2m}} = \frac{4l}{3l}. \quad (5)$$

Откуда,

$$\Delta x_{2m} = \frac{3\Delta x_6}{4} = \frac{3u\Delta t}{8}. \quad (6)$$

А скорость поднятия груза $2m$:

$$\frac{\Delta x_{2m}}{\Delta t} = \frac{3u}{8} = 0.375 \text{ м/с}. \quad (7)$$

Критерии оценки

Расстановка сил (с учётом комментария)	1 балл
Определена сила натяжения левой нити	1 балл
Записано второй условие равновесия для балки	2 балла
Найдено M	1 балл
Найдена связь между перемещением груза массы M и перемещением блока	2 балла
Найдена связь между перемещением блока и груза массы $2m$	2 балла
Найдена скорость груза массы $2m$	1 балл

Задача 3.

Два пешехода одновременно пошли навстречу друг другу по дороге от остановки автобуса и посёлка соответственно. Расстояние между остановкой и посёлком $S = 2000$ м. Через $t_1 = 5$ мин расстояние между ними оказалось равно $L_1 = 800$ м.

- 1) Каким будет расстояние L_2 между ними через $t_2 = 10$ мин после начала движения?
- 2) Через какое время t они встретятся?

Решение

Рассмотрим первый случай, когда за время $t_1 = 5$ мин они ещё не встретились. В этом случае относительная скорость сближения:

$$v_1 + v_2 = \frac{S - L_1}{t_1} = 4 \text{ м/с} \quad (1)$$

Тогда через $t_2 = 10$ мин они окажутся на расстоянии:

$$(v_1 + v_2)t_2 - S = 2400 - 2000 = 400 \text{ м} \quad (2)$$

А встреча произойдёт через время:

$$t_2 = \frac{S}{(v_1 + v_2)} = 500 \text{ с} \quad (3)$$

Рассмотрим второй случай, когда за время $t_1 = 5$ мин пешеходы уже встретились и разошлись. В этом случае относительная скорость сближения:

$$v_1 + v_2 = \frac{S + L_1}{t_1} = \frac{28}{3} \text{ м/с} \quad (4)$$

Тогда через $t_2 = 10$ мин они окажутся на расстоянии:

$$\begin{aligned} (v_1 + v_2)t_2 - S &= 5600 - 2000 = 3600 \text{ м} \\ (v_1 + v_2)(t_2 - t_1) + L &= 2800 + 800 = 3600 \text{ м} \end{aligned} \quad (5)$$

А встреча произойдёт через время:

$$t_{\text{встр}} = \frac{S}{(v_1 + v_2)} = \frac{1500}{7} = 214 \text{ с} \quad (6)$$

Критерии оценки

Рассмотрен первый случай (когда за время $t_1 = 5$ мин они ещё не встретятся)

1. Найдена относительная скорость сближения 1 балл
2. Найдено расстояние через время $t_2 = 10$ мин 2 балла
3. Найдено время встречи 2 балла

Рассмотрен второй случай (за время $t_1 = 5$ мин они уже встретятся)

4. Найдена относительная скорость сближения 1 балл
5. Найдено расстояние через время $t_2 = 10$ мин 2 балла
6. Найдено время встречи 2 балла

Задача 4. Псевдоэксперимент

Экспериментатор Глюк провёл следующий эксперимент. В большой мерный стакан он набрал воды при температуре T_1 , а в небольшой старательно теплоизолированный сосуд поместил воду небольшой массы m_B и температуры T_2 . Затем он взял грузик массы $M=50$ гр. Сначала Глюк опустил грузик на долгое время в первый сосуд. Затем поместил груз во второй сосуд и дождался установления теплового равновесия. Глюк занёс в таблицу измеренную массу воды m_B во втором сосуде, температуру воды в первом сосуде T_1 , начальную температуру воды во втором сосуде T_2 и конечную температуру T воды и грузика после установления теплового равновесия. Определите по этим данным теплоёмкость груза. Какое измерение стоит отбросить как неточное? Теплоёмкость воды $c_B=4200$ Дж/кг $^{\circ}$ С.

m_B , г	T_1 , $^{\circ}$ С	T_2 , $^{\circ}$ С	T , $^{\circ}$ С
31.3	75.2	26.1	31.9
40.1	70.1	27.0	31.3
42.8	65.0	26.9	30.6
41.8	61.2	26.9	30.3
38.8	59.8	27.1	30.0
51.2	57.8	27.0	29.6

Решение

После помещения в сосуд с водой при температуре T_1 , грузик будет иметь его же температуру T_1 . Уравнение теплового баланса при помещении этого грузика в воду во втором сосуде: $m_B c_B (T - T_2) = M c (T_1 - T)$, откуда $c = m_B c_B (T - T_2) / M (T_1 - T)$, где T – установившаяся температура воды после погружения в неё тела, c – удельная теплоёмкость материала, из которого изготовлено тело. Рассчитаем теплоёмкость тела для каждого опыта.

m_B , г	T_1 , $^{\circ}$ С	T_2 , $^{\circ}$ С	T , $^{\circ}$ С	c , Дж/кг $^{\circ}$ С
31.3	75.2	26.1	31.9	352,2
40.1	70.1	27.0	31.3	373,3
42.8	65.0	26.9	30.6	386,7
41.8	61.2	26.9	30.3	386,4
38.8	59.8	27.1	30.0	317,2
51.2	57.8	27.0	29.6	396,5

Наиболее далёким от общей группы результатов является 317,17 Дж/кг $^{\circ}$ С. Стоит признать, что при выполнении этого измерения допущена существенная ошибка. Усреднение остальных результатов даст: $c = 379$ Дж/кг $^{\circ}$ С.

Критерии оценки

Записано уравнение теплового баланса	2 балла
Получено выражение для определения теплоёмкости образца	2 балла
Рассчитаны теплоёмкости для всех экспериментов	2 балла
Отброшен неточный результат	2 балла
Получено итоговое значение теплоёмкости путём усреднения результатов (баллы начисляются даже если не отброшено значение 317,2 – в этом случае итоговое значение будет 369 Дж/кг $^{\circ}$ С)	2 балла