Материалы для членов жюри

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальное количество баллов – 40

Задача 1 (10 баллов). Школьник Петя на каникулах отдыхал у бабушки на море. Однажды утром, взяв с собой надувной матрас, он пошел купаться. Спустил матрас на воду, а затем сам лег на него. Внезапно Петя почувствовал толчок. Матрас налетел на торчащий из воды камень, и мальчик услышал свист выходящего из матраса воздуха.

Ответьте на следующие вопросы:

1) На какую глубину погрузилось дно матраса в воду, когда Петя спустил его на воду?

2) Чему стала равна глубина погружения матраса, когда школьник лег на матрас?

3) Определите, сколько (какая масса в граммах) воздуха выйдет, прежде чем матрас погрузится полностью в воду. Изменением площади матраса в процессе сдувания пренебречь.

Масса мальчика Пети 45 кг, масса матраса 650 г.

Размеры матраса: длина 2 м, ширина 60 см, высота 10 см.

Принять плотность соленой воды $1020\ \text{кг}/\text{м}^3$, плотность воздуха $1{,}27\ \text{кг}/\text{м}^3$.

Решение

Введем следующие обозначения:

$m_{\text{П}} = 45$ кг

$m_{\text{М}} = 0{,}65$ кг

$\rho_{\text{сол.в.}} = 1020\ \text{кг}/\text{м}^3$

$\rho_{\text{воз.}} = 1{,}27\ \text{кг}/\text{м}^3$

$l = 2$ м

$d = 60$ см $= 0{,}6$ м

$h = 10$ см $= 0{,}1$ м

Рассчитаем площадь основания матраса:

$$S = l \cdot d = 2\ \text{м} \cdot 0{,}6\ \text{м} = 1{,}2\ \text{м}^2.$$

Определим массу воздуха в матрасе при его спуске на воду $m_{\text{воз. }1}$:

$m_{\text{воз. }1} = \rho_{\text{воз.}} \cdot V = \rho_{\text{воз.}} \cdot S \cdot h = 1{,}27\ \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}1 = 0{,}152$ кг $= 152$ г,

где V– объём матраса.

Из условия плавания тел следует, что сила Архимеда равна силе тяжести, действующей на тело: $F_A = F_{\text{тяж.}}$.

1) Найдем глубину погружения дна матраса (h_1) после спуска его на воду.

$$F_A = F_{\text{тяж.}} \rightarrow$$

$$\rho_{\text{сол.в.}} g V_1 = (m_{\text{М}} + m_{\text{воз.1}}) g,$$

где $V_1 = S \cdot h_1$ – объём погруженной части матраса при его спуске на воду.

$$\rho_{\text{сол.в.}} g \cdot S \cdot h_1 = (m_{\text{М}} + m_{\text{воз.1}}) g$$

$$h_1 = \frac{m_{\text{М}} + m_{\text{воз.1}}}{\rho_{\text{сол.в.}} \cdot S} = \frac{0{,}65 + 0{,}152}{1020 \ \cdot 1{,}2} = 0{,}000655 \text{ м} = 0{,}655 \text{ мм}$$

2) Найдем глубину погружения дна матраса (h_2) после того, как Петя лег на него.

$$F_A = F_{\text{тяж.}} \rightarrow$$

$$\rho_{\text{сол.в.}} g V_2 = (m_{\text{П}} + m_{\text{М}} + m_{\text{воз. 1}}) g,$$

где $V_2 = S \cdot h_2$ – объём погруженной части матраса после того, как Петя лег на него.

$$\rho_{\text{сол.в.}} g \cdot S \cdot h_2 = (m_{\text{П}} + m_{\text{М}} + m_{\text{воз. 1}}) g$$

$$h_2 = \frac{m_{\text{П}} + m_{\text{М}} + m_{\text{воз.}}}{\rho_{\text{сол.в.}} \cdot S} = \frac{45 + 0{,}65 + 0{,}152}{1020 \ \cdot 1{,}2} = 0{,}0374 \text{ м} = 3{,}74 \text{ см}.$$

3) Определим массу воздуха Δm, которая выйдет, прежде чем матрас погрузится полностью в воду.

$$F_A = F_{\text{тяж.}} \rightarrow$$

$$\rho_{\text{сол.в.}} g V_3 = (m_{\text{П}} + m_{\text{М}} + m_{\text{воз.2}}) g,$$

где $V_3 = S \cdot h_3$ – объём сдувшегося матраса, когда он полностью погрузился в воду, h_3 – его высота в этот момент; $m_{\text{воз.2}} = \rho_{\text{воз.}} \cdot V_3 = \rho_{\text{воз.}} \cdot S \cdot h_3$ – масса оставшегося в матрасе воздуха.

$$\rho_{\text{сол.в.}} g \cdot S \cdot h_3 = (m_{\text{П}} + m_{\text{М}} + \rho_{\text{воз.}} \cdot S \cdot h_3) g$$

$$h_3 = \frac{m_{\text{П}} + m_{\text{М}}}{(\rho_{\text{сол.в.}} - \rho_{\text{воз.}}) \cdot S} = \frac{45 + 0{,}65}{(1020 - 1{,}27) \cdot 1{,}2} = 0{,}0373 \text{ м} = 3{,}73 \text{ см}$$

$$m_{\text{воз.2}} = \rho_{\text{воз.}} \cdot S \cdot h_3 = 1{,}27 \ \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}0373 = 0{,}057 \text{ кг} = 57 \text{ г}$$

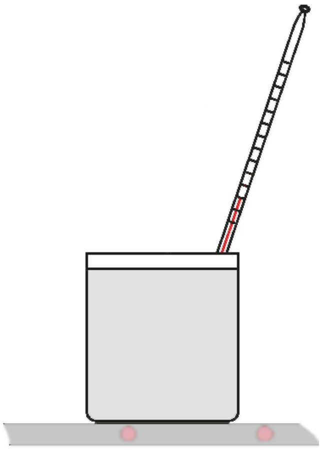
Тогда $\Delta m = m_{\text{воз.1}} - m_{\text{воз.2}} = 152 - 57 = 95$ г

Критерии оценивания:

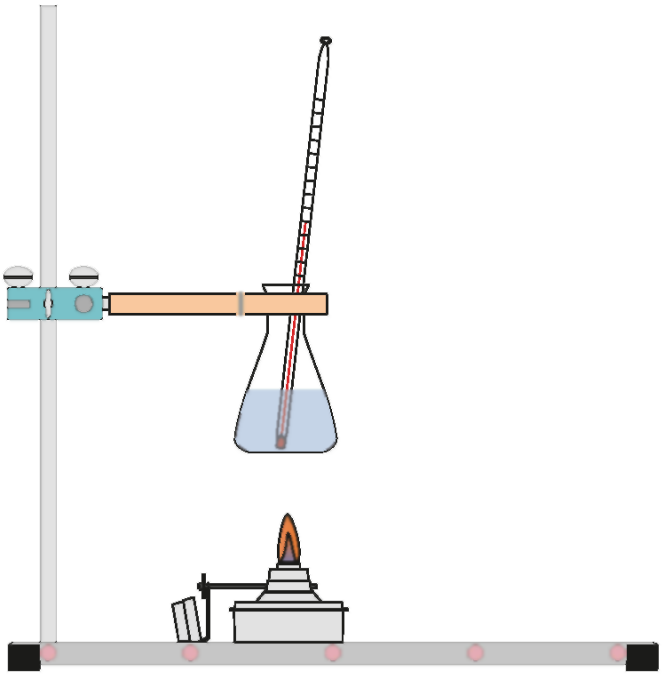
1. Найдена глубина погружения дна матраса (h_1) после спуска его на воду – 2 балла.
2. Найдена глубина погружения дна матраса (h_2) после того, как Петя лег на него – 2 балла.
3. Определена масса воздуха Δm, которая выйдет, прежде чем матрас погрузится полностью в воду – 6 баллов.

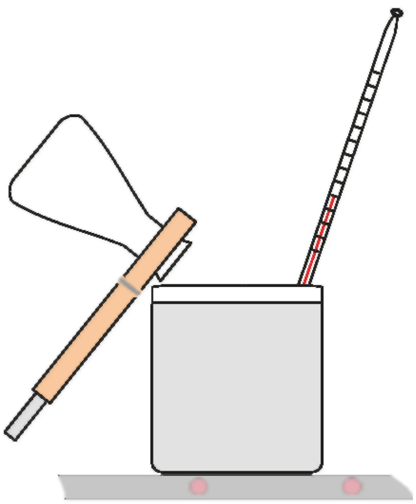
Задача 2 (10 баллов). В экспериментах по теплообмену важно учитывать, что в процессе эксперимента часть тепла рассеивается в окружающей среде. При проведении экспериментов стараются свести к минимуму эти потери, используя теплоизолированный сосуд – калориметр. Однако сам калориметр остается «соучастником» эксперимента и также является нагревающимся или охлаждающимся телом, т.е. принимает или отдает энергию. Чтобы измерения были более точными, необходимо учитывать теплоёмкость калориметра.

Ученица 8 класса Оля проводила эксперимент по определению теплоёмкости калориметра. Для эксперимента ей понадобились вода, весы, калориметр, коническая колба, термометр, спиртовка, зажим-прищепка для безопасного удержания колбы и штатив. К сожалению, колба у Оли была без делений, поэтому точно отмерять объём наливаемой в колбу жидкости было невозможно.



Эксперимент Оля начала со взвешивания колбы. Масса колбы оказалась равной 140 г. Затем Оля налила в калориметр воду до отметки 50 мл и через пару минут измерила температуру этой воды.





После этого Оля налила в колбу воды и повторно взвесила её, затем зажгла спиртовку и закрепила над ней колбу на штативе. Когда вода в колбе нагрелась, Оля погасила спиртовку и измерила температуру воды в колбе, а затем перелила воду из колбы в калориметр. Аккуратно перемешав воду в калориметре, Оля измерила температуру воды снова.

Эксперимент Оля повторяла трижды, аккуратно записывая результаты измерений в таблицу. Используя полученные Олей данные, определите теплоёмкость калориметра.

Плотность воды $\rho = 1\,\text{г}/\text{см}^3$, удельная теплоёмкость воды $c_\text{в} = 4{,}2\,\frac{\text{Дж}}{\text{г}\cdot°\text{C}}$.

Номер опыта	Объём воды в калориметре V, мл	Температура холодной воды в калориметре $t_х$, °С	Масса колбы $m_к$, г	Масса колбы с водой m, г	Температура горячей воды в колбе $t_г$, °С	Температура воды в калориметре после смешивания $t_{см}$, °С
1		23		210	69	42
2	50	25	140	190	70	40
3		24		220	68	44

Решение

Масса холодной воды в калориметре равна

$$m_\text{х} = \rho \cdot V = 1 \cdot 50 = 50\ \text{г}.$$

Холодная вода поглощает количество теплоты, равное

$$Q_\text{х} = m_\text{х} \cdot c_\text{в} \cdot (t_\text{см} - t_\text{х}).$$

Масса горячей воды в колбе равна

$$m_\text{г} = m - m_\text{к}.$$

Горячая вода отдаёт количество теплоты, равное

$$Q_\text{г} = m_\text{г} \cdot c_\text{в} \cdot (t_\text{г} - t_\text{см}).$$

Количество теплоты, поглощённое калориметром, соответствует разности двух количеств теплоты:

$$\Delta Q = Q_\text{г} - Q_\text{х}.$$

Теплоёмкость калориметра равна

$$C_\text{к} = \frac{\Delta Q}{t_\text{см} - t_\text{х}}.$$

ЛИБО:

Уравнение теплового баланса имеет вид:

$$m_\text{г} \cdot c_\text{в} \cdot (t_\text{г} - t_\text{см}) = m_\text{х} \cdot c_\text{в} \cdot (t_\text{см} - t_\text{х}) + C_\text{к} \cdot (t_\text{см} - t_\text{х})$$

или

$$m_\text{х} \cdot c_\text{в} \cdot (t_\text{см} - t_\text{х}) + C_\text{к} \cdot (t_\text{см} - t_\text{х}) + m_\text{г} \cdot c_\text{в} \cdot (t_\text{см} - t_\text{г}) = 0.$$

Теплоемкость калориметра равна

$$C_\text{к} = \frac{m_\text{г} \cdot c_\text{в} \cdot (t_\text{г} - t_\text{см}) - m_\text{х} \cdot c_\text{в} \cdot (t_\text{см} - t_\text{х})}{t_\text{см} - t_\text{х}}.$$

В таблице ниже приведены результаты расчетов для каждого измерения.

Номер опыта	$Q_\text{х}$, Дж	$m_\text{г}$, г	$Q_\text{г}$, Дж	ΔQ, Дж	$C_\text{к}$, Дж/°С	$\langle C_\text{к} \rangle$, Дж/°С
1	3990	70	7938	3948	208	
2	3150	50	6300	3150	210	204
3	4200	80	8064	3864	193	

Критерии оценивания:

1. Найдено количество теплоты $Q_\text{х}$, которое поглощает холодная вода – 2 балла.
2. Найдено количество теплоты $Q_\text{г}$, которое отдаёт горячая вода – 2 балла.

3. Рассчитана теплоемкость калориметра хотя бы для одного измерения – 4 балла (либо, если записано уравнение теплового баланса, и теплоемкость калориметра выражена сразу из него – 8 баллов).
4. Приведены расчеты для всех трёх измерений – 1 балл.
5. Вычислено среднее значение теплоёмкости калориметра – 1 балл.

Задача 3 (10 баллов). 8 мая 1654 г. при весьма торжественной обстановке жители города Регенсбурга и съехавшиеся туда владетельные князья Германии, во главе с императором Фердинандом III, стали свидетелями поразительного опыта. Опыт этот был произведен бургомистром города Магдебурга, дипломатом, инженером и учёным, Отто фон Герике.

Вот как сам Отто фон Герике в книге «Ottonis de Guericke Experimenta Nova (ut vocantur) Magdeburgica de vacuo spatio» описывал свой опыт.

«Я заказал два медных полушария диаметром в три четверти магдебургских локтя. Но в действительности диаметр их заключал всего 67/100 [от одного локтя], так как мастера … не могли изготовить в точности то, что требовалось. Оба полушария вполне отвечали одно другому. К одному полушарию был приделан кран; с помощью этого крана можно удалить воздух изнутри и препятствовать проникновению воздуха снаружи. Кроме того, к полушариям прикреплены были 4 кольца, через которые продевались канаты, привязанные к упряжи лошадей. Я велел также сшить кожаное кольцо; оно напитано было смесью воска в скипидаре; зажатое между полушариями, оно не пропускало в них воздуха. В кран вставлена была трубка воздушного насоса, и был удален воздух внутри шара».

Давление наружного воздуха прижимало полушария друг к другу «так крепко, что N лошадей (рывком) совсем не могли их разнять или достигали этого лишь с трудом. Когда же полушария, уступая напряжению всей силы лошадей, разъединялись, то раздавался грохот, как от выстрела. Но стоило поворотом крана открыть свободный доступ воздуху, — и полушария легко было разнять руками».

Так бургомистр Отто фон Герике воочию показал всем, что воздух — вовсе не «ничто», что он имеет вес и давит со значительной силой на все земные предметы.

1) Рассчитайте, сколько лошадей понадобилось для проведения этого опыта, если бы в день проведения опыта атмосферное давление было равно 730 мм рт.ст. Учтите,

что 1 мм рт.ст. = 133 Па, 1 л. с. (лошадиная сила) = 745 Н, 1 магдебургский локоть = 550 мм.

2) В действительности Отто фон Герике понадобилось 16 лошадей. Почему у вас получилось другое число?

Решение:

Атмосферное давление в день опыта составило:

$$p = 730 \cdot 133 \approx 9{,}71 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

На разных участках поверхности полусферы силы направлены по-разному, и для вычисления равнодействующей необходимо векторное сложение сил. Однако можно догадаться, что сила давления на полусферу равна силе давления на плоскую круглую поверхность того же радиуса.

Если вообразить сплошное полушарие, то на него как раз действуют: с одной стороны – сила давления на полусферу, а с другой – сила давления на плоскость. Если бы они не были равны, под действием атмосферного давления полушарие двигалось бы равноускоренно. То, что этого в реальности не происходит, доказывает равенство сил.

Изменением давления по высоте в пределах диаметра полушария следует пренебречь.

Площадь круга равна

$$S = \frac{\pi\left(\frac{67}{100}d\right)^2}{4} \approx 0{,}107 \text{ м}^2.$$

Сила атмосферного давления, действующая на одну полусферу:

$$F = p \cdot S = 9{,}71 \cdot 10^4 \cdot 0{,}107 \approx 1{,}04 \cdot 10^4 \text{ Н} = 10{,}4 \text{ кН}.$$

Количество лошадей в одной упряжке

$$N_1 = \frac{F}{1 \text{ л.с.}} = \frac{1{,}04 \cdot 10^4}{745} \approx 14.$$

Общее число лошадей, необходимых для эксперимента:

$$N = 2 \cdot N_1 = 2 \cdot 14 = 28.$$

Понадобилось меньше лошадей, чем получилось в нашем расчёте, т.к. воздух внутри полушарий был откачан не полностью. В действительности для расчёта силы давления надо площадь круга умножать на разность атмосферного давления и давления внутри образованной полушариями полости.

Критерии оценивания:

1. Рассчитано атмосферное давление p в день опыта в системе СИ – 1 балл.
2. Приведено теоретическое обоснование замены сил (сила давления на полусферу заменяется силой давления на плоскость) – 4 балла.
3. Найдена сила атмосферного давления, действующая на одну полусферу – 2 балла.
4. Определено общее число лошадей, необходимых для эксперимента – 1 балл.
5. Есть обоснование различия в количестве лошадей, найденном в ходе решения задачи, и количестве лошадей, понадобившихся в реальном эксперименте – 2 балла.

Задача 4 (10 баллов). Девочка Маша и её папа тёплым солнечным днём совершали восхождение на пик Гастелло. В роковой момент папа сорвался со скалы и упал в трещину, подняться из которой самостоятельно невозможно. Чтобы вытащить папу, Маше надо собрать *полиспаст* из трёх карабинов (рис.1) и верёвки (рис. 2).


Рис. 1


Рис. 2


Рис. 3


Рис. 4

Сначала Маша вбила крюк в скалу (рис. 3).

Один конец верёвки Маша привязала к первому карабину. Второй карабин она прикрепила к крюку (рис. 4) и несколько раз пропустила веревку через оба карабина (рис. 5). Затем первый карабин она спустила к папе. Третий карабин Маша привязала к свободному концу верёвки и пристегнула к себе. Теперь, если Маша повиснет на верёвке, она сможет своим весом поднять отца.

Сколько раз надо перекинуть веревку через карабин, чтобы машиной массы хватило для подъёма папы? (Считать обвития каждого карабина отдельно.)

Необходимо учитывать, что при скольжении веревки по карабину возникает сила трения. На каждое обвитие карабина веревкой приходится сила трения, равная 100 Н. (например: на рис. 5 каждый карабин обвит по одному разу, т.е. сила трения, действующая на веревку при скольжении, равна $2 \cdot 100$ Н $= 200$ Н, а общее число обвитий равно 2).

Рис. 5

Полиспаст – это система из двух или более блоков, которые обвиты цепью (канатом) и служат для подъема различных грузов.

Решение

На карабин 1, привязанный к папе, действует вес папы: $P_1 = Mg = 120 \cdot 10 = 1200$ Н.

На карабин 3, привязанный к Маше, действует вес Маши: $P_2 = mg = 45 \cdot 10 = 450$ Н.

Для неподвижного блока выигрыш в силе отсутствует. Карабин 2, прикрепленный к скале, эквивалентен системе неподвижных блоков.

Выигрыш в силе для подвижного блока равен 2. Каждое обвитие карабина 1, который поднимается вместе с папой, эквивалентно одному подвижному блоку.

Пусть карабин 1 обвит N_1 раз. Тогда общий выигрыш в силе $(2N_1 + 1)$, где (+1) добавляется благодаря тому, что конец веревки привязан к первому – подвижному – карабину.

Количество обвитий второго карабина $N_2 = N_1 + 1$, где (+1) добавляется, так как Маша должна своим весом тянуть веревку вниз.

Искомое общее количество обвитий $N = N_1 + N_2 = N_1 + N_1 + 1 = 2N_1 + 1$ (то есть общее количество обвитий совпадает с выигрышем в силе).

Чтобы Маша смогла вытащить папу из трещины, должно выполняться условие:

$$P_2 \cdot (2N_1 + 1) \geq P_1 + F_{\text{тр}}.$$

Суммарная сила трения равна $F_{тр} = N \cdot 100\ \text{Н} = (2N_1 + 1) \cdot 100\ \text{Н}$.

$$P_2 \cdot (2N_1 + 1) \geq P_1 + (2N_1 + 1) \cdot 100$$

или

$$P_2 \cdot N \geq P_1 + N \cdot 100$$

$$N \geq \frac{P_1}{P_2 - 100} = \frac{1200}{450 - 100} = 3{,}43$$

Число N должно быть целым. Из $N = 2N_1 + 1$ видно, что N должно быть обязательно нечетным.

Минимальное значение N, удовлетворяющее этим условиям, равно 5 (т.е. через первый карабин веревка перекидывается $N_1 = 2$ раза, а через второй $N_2 = 3$ раза).

Критерии оценивания:

1. Найдены силы, действующие на карабины, привязанные к папе (карабин 1) и к Маше (карабин 3) – 1 балл.
2. Есть объяснение, для каких блоков есть выигрыш в силе и чему он равен. Записана формула расчета общего количества обвитий $N = 2N_1 + 1$ – 4 балла.
3. Записано неравенство, являющееся условием вытягивания папы из трещины Машей. Рассчитано приблизительное количество обвитий N – 3 балла.
4. Приведено обоснование определения минимального целого числа обвитий N – 2 балла.