

## ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ и КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

### 1. Звуковой сигнал

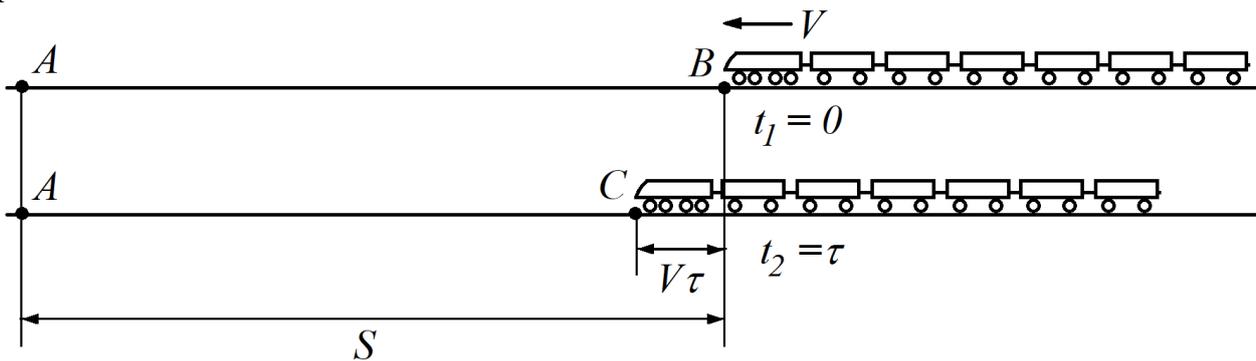
Поезд движется по прямолинейному участку дороги со скоростью  $V = 108$  км/ч, приближаясь к станции. Когда локомотив поезда находился на расстоянии  $S = 1500$  м от станции, машинист подал звуковой сигнал, длительность которого равна  $\tau = 4$  с. Какова длительность сигнала, который услышит человек, находящийся на станции? Скорость звука в воздухе равна  $c = 330$  м/с.

#### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Для начала переведем скорость 108 км/ч в м/с

$$V = 108 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Пусть в момент начала подачи гудка поезд находился в точке  $B$ , человек – в точке  $A$ . По условию задачи расстояние  $AB = S$ . Время начнем отсчитывать от этого момента. Таким образом, начало подачи сигнала  $t_1 = 0$ , окончание подачи сигнала  $t_2 = \tau$ . При этом в момент времени  $\tau$  поезда будет находиться в точке  $C$ , проехав расстояние  $V\tau$ .



Начало звукового сигнала дошло до человека в момент времени

$$t'_1 = \frac{S}{c}.$$

Конец звукового сигнала достиг точки  $A$  в момент времени

$$t'_2 = \tau + \frac{S - V\tau}{c}.$$

Длительность звукового сигнала для человека будет равна

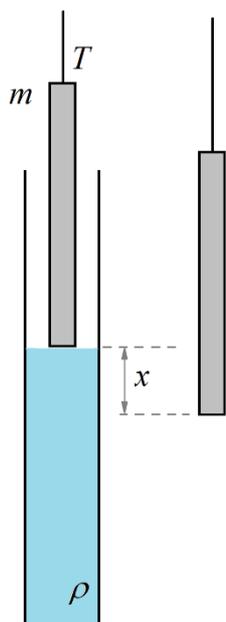
$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \tau + \frac{S - V\tau}{c} - \frac{S}{c} = \tau \left(1 - \frac{V}{c}\right).$$

Подставим числовые значения и получим длительность сигнала

$$\tau' = 4 \left(1 - \frac{30}{330}\right) = 3,64 \text{ с.}$$

#### Критерии оценивания:

1	Обе скорости переведены либо в км/ч либо в м/с в явном или неявном виде	1 балл
2	Определено время, когда начало сигнала достигнет человека	2 балла
3	Определено время, когда окончание сигнала достигнет человека	3 баллов
4	Найдена длительность сигнала с точки зрения человека	3 балла
5	Получен правильный ответ	1 балла



## 2. Погружение

В высокий сосуд, заполненный водой, на разную глубину погружают стержень, верхний конец которого прикреплен к нити. Плотность воды  $\rho$ , масса стержня  $m$ , площадь поперечного сечения стержня  $S_0$ , площадь поперечного сечения сосуда равна  $S$ . При полном погружении стержня вода из сосуда не выливается. Определить:

- скорость подъёма уровня воды в сосуде  $U$ , если скорость опускания стержня равна  $v$ . Стержень погружается очень медленно, не касаясь стенок и оставаясь всегда вертикальным;
- зависимость силы натяжения нити  $T$  от величины смещения стержня  $x$  относительно начального положения (см.рис.);
- зная, что разность сил максимального и минимального натяжения нити равна  $\Delta T$ , найти длину стержня  $H$ .

### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Рассмотрим стержень в ситуации, когда он еще находится в воздухе.

Сила натяжения нити в этом случае максимальна и равна

$$T_{max} = mg.$$

Теперь рассмотрим частичное погружение стержня в воду. Пусть в момент времени  $t$  стержень погружен на глубину  $x$ . В момент времени  $t + \Delta t$  стержень опустился на

$$\Delta x = v \cdot \Delta t. \quad (1)$$

Уровень воды при этом увеличился на

$$\Delta h = U \cdot \Delta t. \quad (2)$$

При этом объём воды, вытесненный телом оказался вверх (см. рис., выделены цветом). Так как эти объёмы одинаковы, то

$$\begin{aligned} \Delta x \cdot S_0 &= \Delta h \cdot (S - S_0), \\ v \cdot \Delta t \cdot S_0 &= U \cdot \Delta t \cdot (S - S_0), \end{aligned}$$

поэтому скорость подъёма уровня воды равна

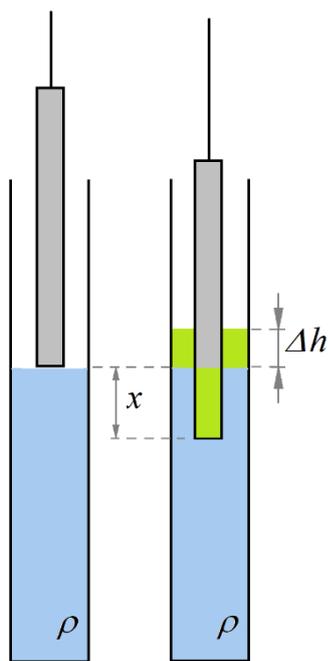
$$U = v \cdot \frac{S_0}{S - S_0}.$$

Определим глубину погружения тела (см. рисунок), когда его нижний край окажется ниже начального положения на  $x$ . Уровень жидкости при этом, как уже отмечалось выше, поднимется на  $\Delta h$ , следовательно, глубина погружения стержня будет равна

$$x + \Delta h = x \left( 1 + \frac{S_0}{S - S_0} \right).$$

Выталкивающая сила определяется глубиной погружения стержня и будет равна

$$F_{\text{выт}}(x) = \rho \cdot g \cdot S_0 \cdot x \cdot \left( 1 + \frac{S_0}{S - S_0} \right).$$



Запишем условие равномерного движения тела (то же, что и покоя, по условию задачи тело погружается медленно и равномерно)

$$mg = T + F_{\text{выт}}.$$

Тогда сила натяжения нити  $T$  в зависимости от  $x$  будет уменьшаться по линейному закону

$$T(x) = mg - F_{\text{выт}}(x) = mg - \rho \cdot g \cdot S_0 \cdot x \cdot \left(1 + \frac{S_0}{S - S_0}\right).$$

Сила натяжения нити будет минимальна при полном погружении тела. При этом

$$T_{\text{min}} = mg - \rho \cdot g \cdot S_0 \cdot H.$$

Определим  $x'$ , соответствующее полному погружению тела

$$x' \left(1 + \frac{S_0}{S - S_0}\right) = H.$$

Отсюда

$$x' = \frac{S - S_0}{S} \cdot H.$$

Разность минимальной и максимальной силы натяжения нити равна

$$\Delta T = T_{\text{max}} - T_{\text{min}} = mg - \left( mg - \rho \cdot g \cdot S_0 \cdot H \cdot \left(1 + \frac{S_0}{S - S_0}\right) \right) = \rho \cdot g \cdot S_0 \cdot H.$$

Из последнего уравнения определяем высоту тела

$$H = \frac{\Delta T}{\rho \cdot g \cdot S_0}.$$

### Критерии оценивания:

1	<p>Определение скорости подъёма воды в сосуде</p> <p><i>При погружении тело вытесняет воду, причем объём погруженной части равен объёму вытесненной воды, записаны выражения (1) и (2)</i></p> <p><i>Определена скорость подъёма жидкости</i></p>	<p>3 балла</p> <p>2 балла</p> <p>1 балл</p>
2	<p>Определение зависимости силы натяжения нити от времени</p> <p><i>Определена сила Архимеда (учтено и движение тела, и подъём уровня жидкости)</i></p> <p><i>Записано условие равномерного погружения тела</i></p> <p><i>Найдена сила натяжения, её зависимость от <math>x</math></i></p>	<p>До 5 баллов</p> <p>3 балла</p> <p>1 балл</p> <p>1 балл</p>
3	<p>Определение высоты тела</p> <p><i>Определена максимальная сила натяжения (тело в воздухе)</i></p> <p><i>Определена минимальная сила натяжения (тело полностью в воде)</i></p> <p><i>Определена <math>H</math></i></p>	<p>До 2 баллов</p> <p>0,5 балла</p> <p>0,5</p> <p>1 балл</p>

### 3. Деталь в калориметре

В калориметр объёмом  $V_0 = 150$  мл, до краёв заполненный водой при температуре  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ , аккуратно полностью опускают деталь, имеющую температуру  $t_1 = 40^\circ\text{C}$  массой  $m_1 = 400$  г. Какая температура  $t$  будет в калориметре после установления теплового равновесия? Удельная теплоёмкость воды  $c_0 = 4200$  Дж/кг  $\cdot$   $^\circ\text{C}$ , удельная теплоёмкость детали  $c_1 = 500$  Дж/кг  $\cdot$   $^\circ\text{C}$ , плотность воды  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность материала детали  $\rho_1 = 8000$  кг/м<sup>3</sup>.

#### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

По условию задачи калориметр заполнен до краёв, а деталь в него погружают полностью, поэтому часть воды выльется. Определим объём вылившейся воды, который совпадает с объёмом детали  $V_1$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}; \quad V_1 = \frac{0,4}{8000} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Объём вылившейся воды равен  $V_1$ , поэтому после опускания детали в калориметре окажется объём воды

$$V_0 - V_1 = 15 \cdot 10^{-5} - 5 \cdot 10^{-5} = 10^{-4} \text{ м}^3.$$

Запишем уравнение теплового баланса для детали и оставшейся в калориметре воды

$$\rho_0 \cdot (V_0 - V_1) \cdot c_0 \cdot (t - t_0) + m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = 0.$$

Определим конечную температуру в калориметре

$$t = \frac{\rho_0 \cdot (V_0 - V_1) \cdot c_0 \cdot t_0 + m_1 \cdot c_1 \cdot t_1}{\rho_0 \cdot (V_0 - V_1) \cdot c_0 + m_1 \cdot c_1};$$
$$t = 26,5^\circ\text{C}.$$

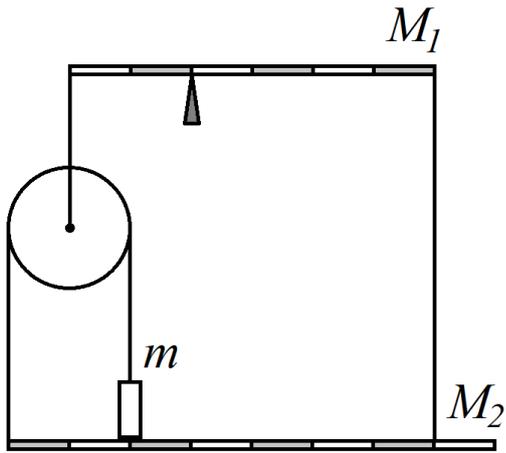
Следует отметить, что для конечной температуры сделана оценка сверху, то есть определена максимально возможная температура, так как вода, вытесненная деталью, также будет нагреваться.

#### Критерии оценивания:

1	Определен объём вылившейся из калориметра воды (объём детали)	2 балла
2	Правильно записано уравнение теплового баланса (деталь + вода, оставшаяся в калориметре)	4 балла
3	Проделаны математические преобразования, получен ответ для конечной температуры	До 4 баллов
	<i>Примечание: если не учитывать выливание воды, то ответ будет равен <math>24,8^\circ\text{C}</math>. Считать данный ответ верным нельзя. За подобные решения, а также за все решения, в которых не учитывается выливание воды, следует ставить не более 2 баллов</i>	

#### 4. Равновесие

Система, показанная на рисунке, состоит из двух невесомых и нерастяжимых нитей, невесомого блока без трения, двух однородных весомых стержней, массы которых указаны на рисунке и равны  $M_1$  и  $M_2$ , и груза массой  $m$ . Массы грузов подобраны таким образом, что система находится в равновесии. Определить, при какой массе груза  $m$  это возможно. Найти силу, с которой груз  $m$  давит на нижний стержень.

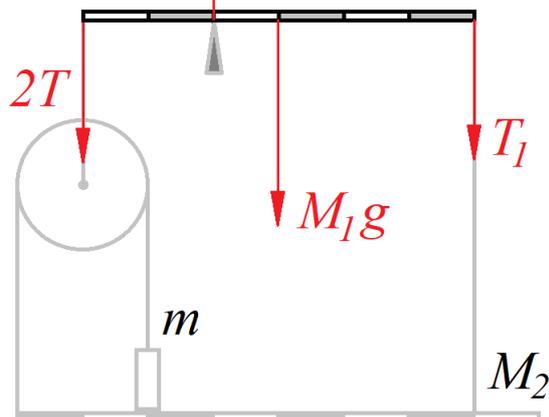
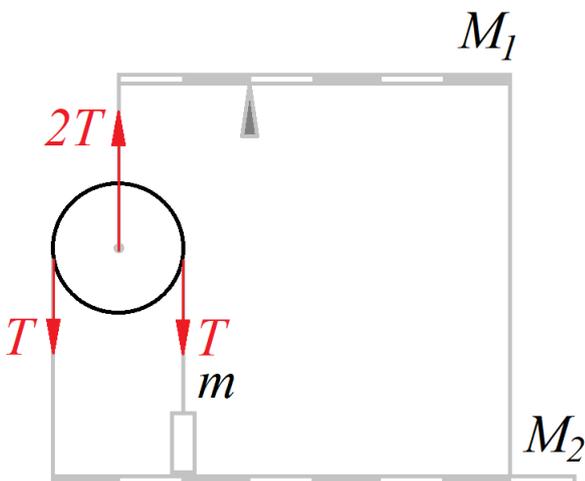
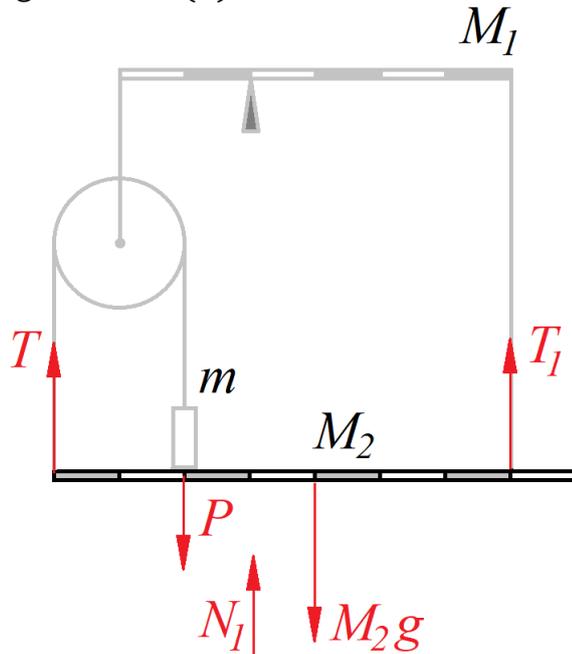
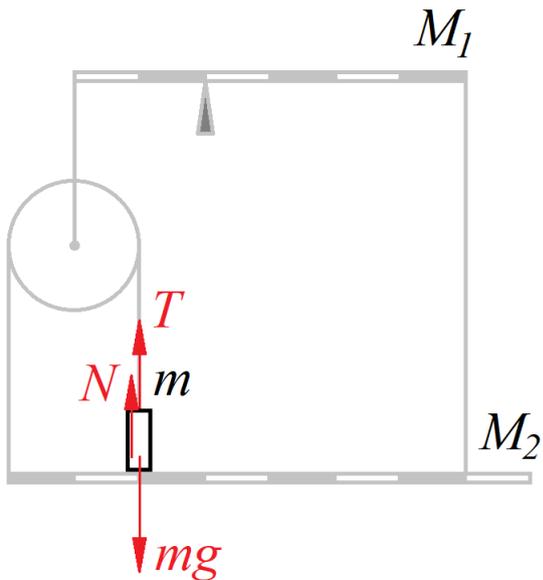


#### ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Сделаем рисунки, расставим силы, действующие на тела и запишем условие покоя (как для поступательного, так и для вращательного движения) для каждого из них. Обозначения для сил указаны на рисунках.

Для груза  $m$  имеем

$$T + N = mg. \quad (1)$$



Так как блок имеет пренебрежимо малую массу и трение отсутствует, то сила натяжения верхней нити в два раза больше силы натяжения нити, перекинутой через него, то есть равна  $2T$ .

Для нижнего стержня условие покоя и правило моментов (относительно оси, проходящей через центр масс стержня перпендикулярно плоскости чертежа):

$$T + T_1 = P + M_2g; \quad (2)$$

$$T \cdot 4a = P \cdot 2a + T_1 \cdot 3a. \quad (3)$$

Для верхнего стержня условие покоя и правило моментов (относительно оси, проходящей через точку опоры перпендикулярно плоскости чертежа):

$$N_1 = 2T + T_1 + M_1g; \quad (5)$$

$$2T \cdot 2a = M_1g \cdot a + T_1 \cdot 4a. \quad (6)$$

Для взаимодействия груза и нижнего стержня запишем третий закон Ньютона

$$N = P.$$

Из записанных уравнений выражаем массу груза через массы стержней

$$m = M_1 + M_2.$$

Определим силу, с которой груз  $m$  давит на нижний стержень. Для этого из уравнений (1), (2), (3), (6) составим систему уравнений, в которой сразу учтём, что  $N = P$ . Решив систему уравнений относительно  $N$ , получим

$$N = \frac{7}{12}M_1g + \frac{1}{3}M_2g.$$

При решении можно сразу записать правило моментов для системы верхний стержень+нити+блок+ нижний стержень+ груз  $m$  относительно верхней точки опоры. Тогда получим

$$M_1g \cdot a + M_2g \cdot a = mg \cdot a.$$

Отсюда сразу же находится масса груза  $m$ .

### Критерии оценивания:

1	Сделан рисунок указаны силы, действующие на тела	2 балла
2	<p>Определение массы груза <math>m</math></p> <p><i>Для рассмотрения системы по частям</i></p> <p><i>Записано условие покоя груза</i></p> <p><i>Записано правило моментов для верхнего стержня</i></p> <p><i>Записано условие покоя для нижнего стержня</i></p> <p><i>Записано правило моментов для нижнего стержня</i></p> <p><i>Третий закон Ньютона для взаимодействия груза и нижнего стержня в явном или неявном виде</i></p> <p><i>Условие покоя блока</i></p> <p><i>Проделаны математические преобразования, получен ответ для <math>m</math></i></p> <p><i>Для рассмотрения системы в целом</i></p> <p><i>Записано правило моментов для системы верхний стержень+нити+блок+ нижний стержень+ груз <math>m</math></i></p> <p><i>Найдена масса груза <math>m</math></i></p>	<p>До 5 баллов</p> <p>0,5 балла</p> <p>0,5 балла</p> <p>0,5 балла</p> <p>0,5 балла</p> <p>0,5 балла</p> <p>0,5 балл</p> <p>2 балла</p> <p>4 балла</p> <p>1 балл</p>
3	Определение силы, с которой груз $m$ действует на нижний стержень	3 балла

<i>Для рассмотрения системы по частям</i> <i>Из записанных уравнений верно найдена искомая сила</i>	3 балла
<i>Для рассмотрения системы в целом</i> <i>Записана система уравнений (1), (2), (3), (6) либо аналогичная</i>	2 балла
<i>Найдена искомая сила</i>	1 балл